ng. Stjepan Klak — Zagreb

Zaobljenje nivelete kod trasiranja saobraćajnica

Promjena nagiba nivelete jest veoma čest slučaj kod trasiranja cesta odnosno željeznica. Takovi se prelomi u niveleti, izbjegnu zaobljenjem nivelete.

To je naročito važno kod objekata koji dozvoljavaju vozilima, razvijanje većih brzina. Redovito se zaobljenje vrši kružnim lukom po strogima ili približnim formulama. Polumjer zakrivljenosti (zaobljenja) određen je propisima za pojedine saobraćajnice prema njihovom karakteru. Na primjer kod glavnih željezničkih pruga, minimalni radius je 5.000 m po mogućnosti treba da bude 10.000 m. i t. d.

Kod promjene nagiba u niveleti razlikujemo 2 osnovna slučaja:

a) promjena nagiba kod uspona ili pada

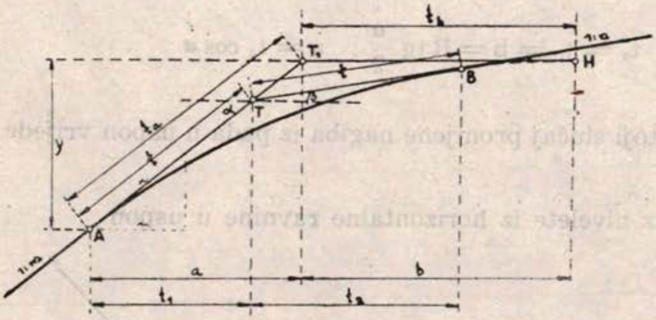
b) promjena pada u uspon ili obrnuto; kao specijalni slučaj točke b) promjena pada ili uspona u horizontalnu ravninu ili obrnuto.

Obradiću sve gore navedene slučajeve I. upotrebivši stroge formule i II. upotrebivši približne formule.

Kod obiju postupaka potrebno je 1) uz zadane nagibe i radius odrediti veličinu tangente analogno postupku za obično iskolčenje krivine, i 2) izvršiti samo iskolčenje nivelete pravokutnim koordinatama sa horizontalne, odnosno kose tangente kod približnog načina.

Razmotrićemo najprije primjenu strogih formula.

a) Promjena nagiba nivelete kod uspona



Slika 1.

$$t = R \cdot \operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}; \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{m}; \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{1}{n}$$

$$t_1 = t\cos\alpha; \quad t_2 = t\cos\beta$$

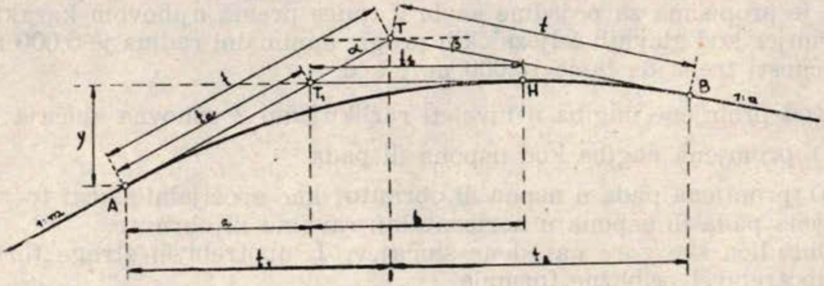
$$t_a = t_b = b = R\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}; \quad a = t_a\cos\alpha$$

Kod obrnutog slučaja t. j. promjene nagiba kod pada, potrebno je t_a zamjeniti s t_b i a sa b.

Veličinu ordinate računamo po poznatoj formuli:

$$y = R - \sqrt{R^2 - X^2}$$

b) Promjena nivelete iz uspona u pad



Slika 2.

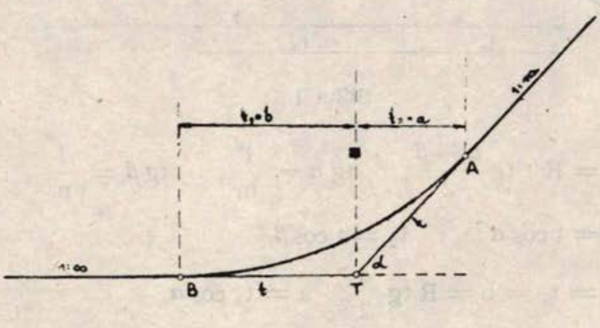
$$t = R \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{m}; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{n}.$$

$$t_1 = t \cos \alpha; \qquad t_2 = t \cos \beta$$

$$t_a = t_b = b = R \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}; \quad a = t_a \cos \alpha$$

Ako postoji slučaj promjene nagiba iz pada u uspon vrijede primjedbe za slučaj a).

c) prelaz nivelete iz horizontalne ravnine u uspon



Slika 3.

$$t = R \cdot tg\frac{\alpha}{2}; \qquad tg\,\alpha = \frac{1}{m}$$

$$t_1 = t_2 = b; \qquad a = t\cos\alpha$$

U sva 3 slučaja, iskolčenje se vrši od pomoćne horizontalne tangente kao kod običnog iskolčenja krivina.

Razmotrimo sada iste slučajeve kod primjene približnih formula. Budući da se kod većih saobraćajnica radi o relativno malim nagibima, (maksimalno 6% kod cesta) možemo izvršiti aproksimaciju.

$$tg\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}\,tg\,\alpha$$

Razlika koja rezultira iz te aproksimacije za nagib 5%, iznosi 0,4‰ same vrijednosti tangensa, a to praktički nema značenja.

Osim toga uvedimo aproksimaciju i za veličinu ordinate:

$$y = R - \sqrt{R^2 - x^2} = R - R\left[1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

Razvijmo gornji izraz u red po binomnom poučku:

$$y = R - R\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{R}\right)^2 - \frac{1}{8}\left(\frac{x}{R}\right)^4 - \ldots\right]$$

$$y = +\frac{x^2}{2R} + \frac{x^4}{8R^3} + \ldots$$

Drugi član u gornjoj formuli je veoma malen i zanemarit ćemo ga kod daljnjeg rada, a to vidimo i iz primjera:

U slučaju da je $x_{max} = \frac{R}{15}$, gornji član iznosi: $\frac{R}{405\,000}$

Te dvije aproksimacije upotrebit ćemo kod određivanja približnih formula. Zadržimo opet isti redoslijed.

a) Promjena nagiba nivelete kod uspona

Stroga formula glasi:

$$t = R\,tg\frac{\alpha - \beta}{2} = R\,\frac{tg\frac{\alpha}{2} - tg\frac{\beta}{2}}{1 + tg\frac{\alpha}{2} \cdot tg\frac{\beta}{2}}$$

Aproksimirajmo:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha$$

$$\operatorname{tg}\frac{\beta}{2} = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\beta$$ i uvrstimo u gornji izraz:

$$t = \frac{R}{2}\,\frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \frac{1}{4}\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$$

Razmotrimo posebno nazivnik:

$$1 + \frac{1}{4}\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta$$

Budući da su kutovi nagiba α i β maleni ,to će cijeli izraz biti praktički jednak jedinici. Uzmimo primjer:

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\beta = 0{,}05$$

$$1 + \frac{1}{4}\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta = 1 + \frac{1}{4}\,0{,}04 \times 0{,}05 = 1{,}0006$$

Dakle:

$$t = \frac{R}{2}(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta); \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{m}; \quad \operatorname{tg}\beta = \frac{1}{n}$$

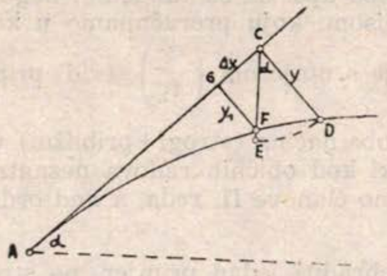
$$t = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right);$$

$$t_1 = t\cos\alpha; \qquad t_2 = t\cos\beta$$

$$y = \frac{x^2}{2R}$$

Iskolčenje u ovom slučaju se vrši od kose tangente po gornjim formulama. Veličina y se nanosi u vertikalnom smjeru, a ne okomito na tangentu.

Kod takvog se načina iskolčenja nivelete, čini izvjesna pogreška, ali veoma mala što vidimo iz slijedećeg razlaganja.



Slika 4.

Umjesto da smo nanijeli veličinu y u smjeru CD, nanijeli smo je u smjeru CE. Veličina ordinate u točci G jest y_1; razlika $\overline{CE} - CF = \Delta$

$$\Delta = y - \frac{y_1}{\cos\alpha}$$

budući da se radi o malim nagibima i maloj razlici apscisa, možemo smatrati $y \approx y_1$,

$$\Delta = -2y\frac{\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\cos\alpha} \approx -\frac{Y}{2}\left(\frac{\alpha}{\varrho}\right)^2; \qquad \varrho \approx 57$$

Ako je: $\alpha = 4^0$; $\Delta = -0{,}003\ y$

b) Promjena nivelete iz uspona u pad; analogno prednjem slučaju dobivamo:

$$t = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right); \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{m}; \qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{1}{n}$$

$$t_1 = t\cos\alpha; \qquad t_2 = t\cos\beta$$

$$y = \frac{x^2}{2R}$$

c) promjena nivelete iz horizontalne ravnine u uspon

$$t = R\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}; \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{m}$$

$$t = \frac{R}{2}\cdot\frac{1}{m}$$

U koliko bi nastupili obrnuti slučajevi, t. j. prelaz iz uspona u horizontalnu ravninu, ili pada u uspon i t. d., vrijede primjedbe dane za slučaj primjene strogih formula. Samo iskolčenje (po približnim obrascima) ne moramo izvršiti pomoću apscisa sa tangente, nego možemo tu operaciju provesti sa hor. apscisom, koju preračunamo u kosu, pomoću sličnosti trokuta, pomnoživši je s omjerom $\left(\frac{t}{t_1}\right)$ (vidi primjer).

Ako usporedimo oba načina (strogi i približni) vidjećemo da je razlika veoma mala, praktički kod običnih radova neznatna, jer kod računanja tangente zanemarujemo članove II. reda, a kod ordinate članove IV. reda i više.

Na kraju ćemo obraditi jedan primjer, po strogim i približnim formulama:

Zadano: $R = 5000$ m; $\frac{1}{m} = 0{,}06$; $\frac{1}{n} = 0{,}02$

Na koti 328,000 i km. 12 + 600.000 jest lom nivelete u usponu i taj lom treba zaobliti prema gornjim elementima. (Vidi sliku 1)

a) rješenje po strogim formulama:

$$t = R\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha - \beta}{2} = 99{,}836 \text{ m};\ \mathrm{tg}\alpha = 0{,}06,\ \mathrm{tg}\beta = 0{,}02$$

$$t_1 = t\cos\alpha = 99{,}657 \text{ m};\ t_2 = t\cos\beta = 99{,}818 \text{ m}$$

$$t_a = t_b = b = R\,\mathrm{tg}\,\alpha = 149{,}852 \text{ m};\quad a = t_a\cos\alpha = 149{,}583$$

Veličina ordinate y u točci T, za apscisu $x = t = 99{,}836$ m, iznosi 0,999 m računajući od kose tangente.

Ako želimo zadatak riješiti po strogim formulama, potrebno je iskolčenje izvršiti od horizontalne tangente T_1 H. Veličine ordinata dobivamo iz tablica prema izabranim abscisama. Za provjeravanje ordinata y, mogu nam poslužiti apsolutne visine točaka A, B, T_1, Na primjer:

Apsolutna visina točke B je jednaka: apsolutnoj visini tjemena

$$T + t_2\ \mathrm{tg}\ \beta = 328{,}000 + 1{,}996 = 329{,}996 \text{ m.}$$

Do iste apsolutne visine dolazimo, ako iskolčenje vršimo od horizontalne tangente. Apsolutna visina tjemena T_1 jest:

$$328{,}000 + (a - t_1)\ \mathrm{tg}\ \alpha = 330{,}996 \text{ m}$$

Veličina apscise u točci B iznosi:

$$(a + b) - (t_1 + t_2) = 99.960 \text{ m, a}$$

Ordinata točke B za gornju apscisu:

$y = 1{,}000$ m; dakle apsolutna visina točke B iznosi: $330{,}996 - 1{,}000 = 329{,}996$ m

b) rješenje po približnim formulama:

$$t = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right) = 100{,}000$$

$$t_1 = t \cos \alpha = 99{,}820 \text{ m}$$

$$t_2 = t \cos \beta = 99{,}980 \text{ m}$$

Ako izračunamo veličinu ordinate tjemena T, dobivamo:

$$y = \frac{x^2}{2R} = 1{,}000 \text{ m}$$

Dakle, razlika između oba načina računanja iznosi 1 mm. Iskolčenje vršimo horizontalnim apscisama (x_1), a računanje ordinata kosim apscisama x. Odnos tih veličina slijedi iz razmjera: $x_1 : x = t_1 : t$

$$x = x_1 \cdot \frac{t_1}{t}$$

U našem slučaju za $X_1 = 20$ m, $X = 20{,}0036$, $y = 0{,}040$ m ukoliko se radi o malim nagibima i malim vrijednostima apscisa, nije ih potrebno preračunavati.

Izvršite svoju obavezu prema listu

Doznačite dužnu pretplatu.
