

Ing. Aleksandar Milošević, geod. inž. G. I. J. A. — Beograd

Kontrolno računanje nepopravljenih koordinatnih razlika ($\Delta y'_i$ i $\Delta x'_i$) u poligonu vlaklu — pomoću logaritama i računске mašine

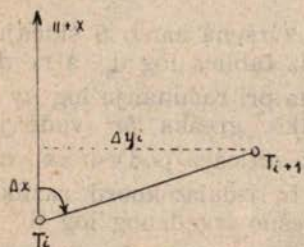
(Iz predavanja Niže geodezije i geodetskih računanja)

Kontrolno računanje $\Delta y'$ i $\Delta x'$ pomoću logaritama

U slučaju da nemamo nikakvih specijalnih tablica za kontrolno računanje nepopravljenih koordinatnih razlika $\Delta y'$ i $\Delta x'$ pri računanju poligona, možemo kontrolno računanje izvršiti pomoću logaritama.

Pomoću specijalnih tablica — Gausovih, Klutovih i dr. — kontroliše se svaka koord. razlika zasebno. Međutim, uspešna proba može se obaviti, ako se izvrši istovremeno za obe razlike, na pr. za njihov zbir.

Kako je (sl. 4):



$$1 \dots \Delta y'_i = d_i \sin \nu_i$$

$$\Delta x'_i = d_i \cos \nu_i \text{ sabiranjem se dobije:}$$

$$|\Delta y'_i| + |\Delta x'_i| = d_i \{ |\sin \nu_i| + |\cos \nu_i| \}$$

Bilo u kome kvadrantu da je direkcionni ugao (nagib) ν_i , uvek će se za izraz u zagradi dobiti suma apsolutnih vrednosti $\sin \delta$ i $\cos \delta$ ugla δ u I. kvadrantu, jer je:

$0 < \delta < 90^\circ$	ν_i u kvadrantu:			
	I	II	III	IV
	$\nu_i = \delta$	$\nu_i = 90^\circ + \delta$	$\nu_i = 180^\circ + \delta$	$\nu_i = 270^\circ + \delta$
$\sin \nu_i =$	$+\sin \delta$	$+\cos \delta$	$-\sin \delta$	$-\cos \delta$
$\cos \nu_i =$	$+\cos \delta$	$-\sin \delta$	$-\cos \delta$	$+\sin \delta$

Zato možemo pisati:

$|\Delta y'_i| + |\Delta x'_i| = d_i \{ |\sin \delta| + |\cos \delta| \}$. Izraz u zagradi može se transformisati:

$$\sin \delta + \cos \delta = \sin \delta + \sin (90^\circ - \delta) = 2 \sin \frac{\delta + 90^\circ - \delta}{2} \cos \frac{\delta - 90^\circ + \delta}{2} =$$

$$= 2 \sin 45^\circ \cos (\delta - 45^\circ). \text{ Ali je:}$$

$$\cos (\delta - 45^\circ) = \cos \{ -(\delta - 45^\circ) \} = \cos (45^\circ - \delta),$$

$$2 \dots \dots 0.301\ 0299\ 957$$

$$\frac{\sin 45^\circ \dots \dots 9.849\ 3850\ 021}{2 \sin 45^\circ \dots \dots 0.150\ 5149\ 978 \text{ ili zaokruženo:}}$$

$$\log (2 \sin 45^\circ) = 0.15\ 051. \text{ Stoga je:}$$

$$2 \dots \dots |\Delta y'_i| + |\Delta x'_i| = [0.15\ 051] \cdot d_i \cos (\pm \delta \mp 45^\circ)$$

Iz jednačina 1 i 2 vidi se u čemu je kontrola:

a) prvo se po jednačinama 1 sračunaju nepopravljene razlike i obrazuje suma njihovih apsolutnih vrednosti $|\Delta y'_i| + |\Delta x'_i|$,

b) a zatim se na drugi nezavisan način sračuna (logaritamski) ista suma po izrazu na desnoj strani jednačine 2:

$$|\Delta y'_i| + |\Delta x'_i| = N \{ 0.15\ 051 + \log d_i + \log \cos (\pm \delta \mp 45^\circ) \}$$

Valja napomenuti: ova proba biće pravilno izvršena samo u slučaju, ako se pri kontrolnom računanju **ponovo** izvodi iz tablica $\log d_i$, a ne da se prepíše ona vrednost, koja je iz tablica izvađena pri računanju $\log \Delta y'_i$ i $\log \Delta x'_i$ po jednačinama 1. Ne postupi li se tako, greška, pri vađenju $\log d_i$ iz tablica radi računanja $\log \Delta y'_i$ i $\log \Delta x'_i$ uticaće podjednako na obe strane jednačine 2. U tome slučaju proba bi izdala: koord. razlike $\Delta y'_i$ i $\Delta x'_i$ bile bi pogrešno sračunate zbog pogrešno izvađenog $\log d_i$, a proba bi se slagala. Da se to ne bi desilo, logaritam svake strane $\log d_i$ treba pri kontrolnom računanju ponovo izvaditi iz tablica.

Red rada je isti kao i primenom specijalnih tablica za kontrolno računanje $\Delta y'_i$ i $\Delta x'_i$: prvo se za sve susedne tačke vlaka sračunaju nepopravljene koord. razlike $\Delta y'_i$ i $\Delta x'_i$ po jednačinama 1, a zatim se izvrši kontrolno računanje (u 14 i 15 koloni trig. obr. no. 19).

Ugao $(\pm \delta \mp 45^\circ)$ formira se oduzimanjem manje vrednosti od veće:

a) za $\delta > 45^\circ$ uzeti $(\delta - 45^\circ)$ i

b) za $\delta < 45^\circ$ uzeti $(45^\circ - \delta)$. Ove vrednosti $(\pm \delta \mp 45^\circ)$ preporučljivo je pisati (u zagradi) u 5 koloni ispod odgovarajućih direkcionih uglova v_i .

Numerički primeri:

Nagibi $v_i = v_{i,1} + \beta_i$ $\pm \pi$	(odakle jeuzela) dužina d_i međara		Devični ostatak	$\log \sin v_i$	$\log \cos v_i$	$\log d_i \sin v_i$	$\log d_i \cos v_i$	Ordinatna razlika $\Delta y_i = d_i \sin v_i$		Apscisna razlika $\Delta x_i = d_i \cos v_i$		Konj. računanje Δy_i i Δx_i $0,15051$ $0,99581$ $\log \cos \left(\frac{1}{2} \alpha \pm 45^\circ \right)$	
	0	$\frac{A'}{10}$						+	-	Devost.	-	Devost.	+
1	76 25,6 (31 25,6)	238,43 ₂		9,98770 2,37736 9,37049		2,36506 4,74785		234,77 ₂		55,96 ₇			0,15051 2,37736 9,93114 2,45898 _{287,73°}
2	111 43,2 (23 16,8)	176,86 ₁		9,96802 2,24763 9,56828 _n		2,21565 1,81591 _n		164,30 ₅		65,45 ₂			0,15051 2,24763 9,96312 2,36126 _{229,75°}
3	265 09,4 (40 09,4)	204,08 ₅		9,98844 _n 2,30980 8,92650 _n		2,30284 _n 1,23630 _n			203,35 ₄		17,23 ₄		0,15051 2,30980 9,88326 2,34357 _{220,58°}
4	322 52,1 (7 52,1)	112,57 ₇		9,78078 _n 2,05142 9,90160		1,83220 _n 1,95302			67,95 ₀	89,75 ₂			0,15051 2,05142 9,99589 2,19782 _{157,70°}
5	288 17,3 (26 42,7)	246,49 ₇		9,97749 _n 2,39180 9,49665		2,36929 _n 1,88845			234,04 ₄	77,35 ₄			0,15051 2,39180 9,95099 2,49330 344,39 ₈

U 1), 3) i 4) primeru je $\delta > 45^\circ$, stoga je uzeto $(\delta - 45^\circ)$:

u 1) je $\nu_1 = \delta \dots \dots \dots$; $\delta = 76^\circ 25,6$; $(\delta - 45^\circ) = 31^\circ 25,6$

u 3) je $\nu_1 = 265^\circ 09,4 = 180^\circ + 85^\circ 09,4$; $\delta = 85^\circ 09,4$; $(\delta - 45^\circ) = 40^\circ 09,4$

u 4) je $\nu_1 = 322^\circ 52,1 = 270^\circ + 52^\circ 52,1$; $\delta = 52^\circ 52,1$; $(\delta - 45^\circ) = 7^\circ 52,1$

Za ostala dva primera je $\delta < 45^\circ$, stoga je uzeto $(45^\circ - \delta)$:

u 2) je $\nu_1 = 111^\circ 43,2 = 90^\circ + 21^\circ 43,2$; $\delta = 21^\circ 43,2$; $(45^\circ - \delta) = 23^\circ 16,8$

u 5) je $\nu_1 = 288^\circ 17,3 = 270^\circ + 18^\circ 17,3$; $\delta = 18^\circ 17,3$; $(45^\circ - \delta) = 26^\circ 42,7$

U češkom katastarskom pravilniku (i specijalnim tablicama) propisano je kontrolno računanje $\Delta y'_1$ i $\Delta x'_1$ na osnovu jednačine:

$d_i + \Delta y'_1 + \Delta x'_1 = d_i (1 + \sin \nu_1 + \cos \gamma_1)$. Vrednost $\log (1 + \sin \nu_1 + \cos \gamma_1)$ date su u specijalnim tablicama po ν_1 kao argumentu. Mi nemamo tih tablica, zato ovu probu ne možemo koristiti u praksi.

Kontrolno računanje $\Delta y'_1$ i $\Delta x'_1$ računskom mašinom

Računamo li vlake mašinski, možemo $\Delta y'_1$ i $\Delta x'_1$ istim načinom i kontrolisati, iako nemamo nikakvih specijalnih tablica za kontrolno računanje. To se može najbrže izvršiti pomoću 2 jednačine:

$$|\Delta y'_1| + |\Delta x'_1| = 2 \sin 45^\circ d_i \cos (\pm \delta \mp 45^\circ) = d_i \sqrt{2} \cdot \cos (\pm \delta \mp 45^\circ)$$

$$3 \dots \dots |\Delta y'_1| + |\Delta x'_1| = 1,4142 d_i \cos (\pm \delta \mp 45^\circ)$$

Izradimo gornje brojne primere mašinski.

Red. br.	D_i		d_i m	$\cos(\pm \delta \mp 45^\circ)$	$1,4142 d_i \cos (\pm \delta \mp 45^\circ)$ $ \Delta y'_1 + \Delta x'_1 $	
	$(\pm \delta \mp 45^\circ)$				14	15
	o	'	6			
1	76 (31)	25,6 25,6)	238,43	0,85331	287,73	
2	111 (23)	43,2 16,8)	176,86	0,91858	229,75	
3	265 (40)	09,4 09,4)	204,08	0,76428	220,58	
4	322 (7)	52,1 52,1)	112,57	0,99059	157,70	
5	288 (26)	17,3 42,7)	246,49	0,89328	311,39	

Napomena. Za kraće strane d_i dovoljno je uzimati vrednosti $\cos (\pm \delta \mp 45^\circ)$ sa 4 decimalna mesta.

U formular (trig. obr. No. 19, kolona 14 i 15) pišemo samo sračunatu kontrolnu vrednost $1,4142 d_i \cos (\pm \delta \mp 45^\circ)$, tj. vrednost $\cos (\pm \delta \mp 45^\circ)$ izvađenu iz tablica ne pišemo u obrazac, već je direktno stavljamo u mašinu.

Bez upotrebe specijalnih tablica moguće je izvršiti kontrolno računanje $\Delta y'_i$ i $\Delta x'_i$ mašinski za svaku koord. razliku zasebno na način koji je opisao civ. geometar Đ. Berković (Geometarski i geodetski glasnik, br. 6 od 1937 g.):

$$\begin{aligned} \sin \nu_i + \cos \nu_i &= \sin (\nu_i + 45^\circ) \cdot \sqrt{2} \\ \sin \nu_i - \cos \nu_i &= -\cos (\nu_i + 45^\circ) \cdot \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\sin \nu_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \{ \sin (\nu_i + 45^\circ) - \cos (\nu_i + 45^\circ) \}$$

$$\cos \nu_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \{ \sin (\nu_i + 45^\circ) + \cos (\nu_i + 45^\circ) \}$$

$$\begin{aligned} 4 \dots \dots \Delta y'_i &= d_i \sin \nu_i = 0,7071 d_i \{ \sin (\nu_i + 45^\circ) - \cos (\nu_i + 45^\circ) \} \\ \Delta x'_i &= d_i \cos \nu_i = 0,7071 d_i \{ \sin (\nu_i + 45^\circ) + \cos (\nu_i + 45^\circ) \} \end{aligned}$$

Kontrolno računanje vrši se na osnovu izraza u zagradama 4 form., a može se izvesti pomoću dvojne ili obične mašine. Upotrebom dvojne mašine ušteda vremena je cca 50%. Pomoću dvojne mašine najbrže se radi na sledeći način:

a) namestimo u mašinu faktor 0,7071 i postupno ga množimo vrednostima pojedinih strana d_i ; dobivene produkte beležimo npr. u koloni 6 (trig. obr. no. 19) iznad odgovarajućih vrednosti strana u zagradi (pri množenju, razume se, ne poništavamo rezultat, nego okretanjem ručice napred ili nazad udesimo da se u broju okretanja pojavi vrednost sledeće strane),

b) na levoj mašini, izvadiivši iz tablica, direktno nameštamo $\sin (\nu_i + 45^\circ)$, a na desnoj $\cos (\nu_i + 45^\circ)$, tj. te vrednosti ne upisujemo u obrazac,

v) okretanjem ručice za vrednosti odgovarajućih produkata $0,7071 d_i$ dobijemo u rezultatu leve mašine:

$$p_1 = 0,7071 d_i \sin (\nu_i + 45^\circ) \text{ a u rezultatu desne:}$$

$$p_2 = 0,7071 d_i \cos (\nu_i + 45^\circ),$$

g) ove vrednosti s odgovarajućim znakom upišemo u kolone 14 i 15, i to p_1 iznad p_2 , i

d) formiranjem zbira i razlike ovih veličina dobijemo konačno:

$$\Delta y'_i = p_1 - p_2$$

$$\Delta x'_i = p_1 + p_2$$

Izradimo na ovaj način napred izračunate primere:

Red. br.	v_i 0 ' 5	d_i m	$v_i + 45^\circ$	$\sin(v_i + 45^\circ)$	$\cos(v_i + 45^\circ)$	$p_1 = 0,7071 d_i \sin(v_i + 45^\circ)$ $p_2 = 0,7071 d_i \cos(v_i + 45^\circ)$	
						$\Delta y_i' = p_1 - p_2$	$\Delta x_i' = p_1 + p_2$
						14	15
1	76	238,43	121 25,6	0,85931	0,52141	143,86 ₁	87,91 ₇
		(168,594) (18 $^\alpha$...)					
2	111	176,86	156 43,2	0,39523	0,91858	49,43 ₂	114,88 ₁
		(125,058) (18 $^\alpha$...)				164,31 ₆	65,45 ₂
3	265	204,08	310 09,4	0,76428	0,64488	110,29 ₄	93,06 ₀
		(144,305) (18 $^\alpha$...)				203,35 ₄	17,23 ₄
4	322	112,57	7 52,1	0,13690	0,99059	10,90 ₁	78,85 ₁
		(79,598) (16 $^\alpha$...)				67,95 ₀	89,75 ₂
5	288	246,49	333 17,3	0,44950	0,89328	78,34 ₄	155,69 ₈
		(174,293) (18 $^\alpha$...)				234,03 ₃	77,35 ₁

U češkom pravilniku kontrolno načunanje $\Delta y_i'$ i $\Delta x_i'$ upotrebom računске mašine propisano je na osnovu zbira:

$d_i + \Delta y_i' + \Delta x_i' = d_i (1 + \sin v_i + \cos v_i)$. Faktor $(1 + \sin v_i + \cos v_i)$ dat je u specijalnoj tablici po v_i kao argumentu.

Napomena. Prilikom množenja dva broja mašinom brže se radi, ako se ne ide s desna u levo, već obrnuto — s leva u desno.

Na pr. $98,78 \cdot 0,47389 = ?$

a)

0	0	0	1	0	0	0	0
8	7	6	5	4	3	2	1

b)

0	0	0	0	9	9	0	0
8	7	6	5	4	3	2	1

v)

0	0	0	0	9	8	8	0
8	7	6	5	4	3	2	1

g)

0	0	0	0	9	8	7	8
8	7	6	5	4	3	2	1

Namestimo u mašinu jedan faktor, na pr. 0,47389; pomeramo pokretni deo mašine udesno, da indeks broja okretanja pokazuje 5 mesto, i okrenemo ručicu jedanput napred a); pomerimo pokretni deo mašine (»sanke«) za dva mesta u levo (indeks pokaže 3) i okrenemo ručicu jedanput nazad b); pomerimo sanke za jedno mesto ulevo i okrenemo ručicu dvaputa nazad v); najzad pomerimo sanke još jednom za jedno mesto ulevo i okrenemo ručicu dvaputa nazad g). U broju okretanja pojavi se drugi faktor 98,78, a u rezultatu traženi produkt. Na ovaj način okrenuli smo ručicu samo $1+1+2+2=6$ puta. Da smo množili idući indeksom sdesna ulevo, okretali bi ručicu $9+8+7+8=32$ puta.

— Ako bi namestili u mašinu 98,78 a okretali ručicu za 0,47389 — opet je bolje ići indeksom s leva udesno, jer bi ručicu okretali 5 (napred) + 3 (nazad) + 4 (napred) + 1 (nazad) + 1 (nazad) = 14 puta. U protivnom ručicu bi okretali $4+7+3+8+9=31$ put. U svakom slučaju pri množenju treba ići indeksom s leva udesno, jer se tako brže radi.

Još jedna napomena. Kontrolno računanje $\Delta x'_i$ i $\Delta y'_i$ može se izvršiti i po formulama:

$$|\Delta x'_i| + |\Delta y'_i| = d_i \sin(\nu_i + 45^\circ) \cdot \sqrt{2} \text{ ili}$$

$$|\Delta x'_i| - |\Delta y'_i| = d_i \cos(\nu_i + 45^\circ) \cdot \sqrt{2}$$

(Zeitschrift für Vermessungswesen 1936, H. 17, S. 543)

Geodetska služba je od oslobođenja do danas izvršila mnogobrojne zadatke, kao na primjer oko kolonizacije i agrarne reforme, melioracije zemljišta, elektrifikacije, izgradnje kanala, eksploatacije rudnih polja, podizanja novih naselja i uređenja postojećih gradova, regulacija rijeka, geoloških istraživanja, izgradnje saobraćajnih veza, tunela i drugih objekata.

(Iz ekspozee Maršala Tita prilikom pretresa prijedloga općedržavnog budžeta za 1949. g.)
