Geom. Vladimir Karlić — Pula

Za veću upotrebu logaritmara

Odlika logaritmara ili logaritamskog računala pred svim ostalim sredstvima računanja sastoji se u brzom, preglednom i ugodnom radu. Da se ono do danas nije afirmiralo, barem ne u geodeziji, kao definitivno računanje t. j. takvo, koje daje rezultate potrebne tačnosti, razlogom je mali broj cifara sa kojima raspolaže. Tako se u geodeziji upotrebljava u glavnome za grubu kontrolu računa izvedenih drugim sredstvima, za množenje i dijelenje manjih brojeva ili kao definitivno računanje pri raspodjeli grešaka i sl.

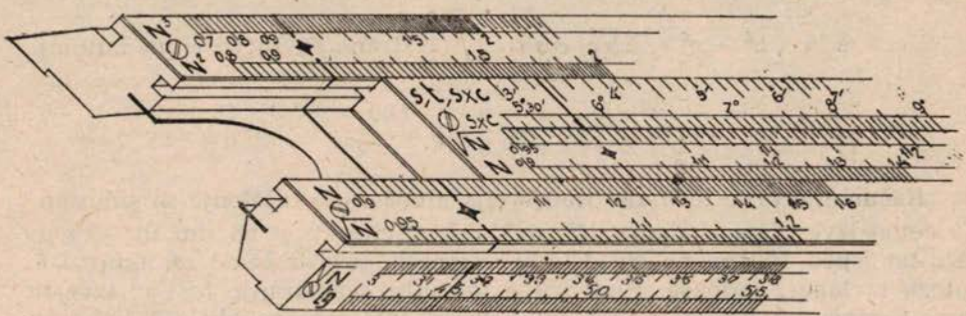
Mi ćemo međutim ovdje pokušati dokazati, da se sa logaritmarom uz stanovite izmjene, mogu postići rezultati zadovoljavajuće točnosti najvažnijih računskih operacija, koje se pri detaljnim geodetskim radovima pojavljuju. Takve operacije, prema kojima ćemo onda formirati logaritmar, jesu:

1) računanje koordinata poligonih točaka.
2) računanje koordinata malih točaka.
3) računanje trokuta uslijed nepristupnosti strana.
4) redukcija dužine na horizont.
5) trigonometrijsko mjerenje visina.
6) obračunavanje tahimetrije sa 3 konca.

Ako se sada detaljnije pozabavimo naprijed pobrojanim zadacima, dolazimo do slijedećih rezultata.

ad 1) Računanje koordinata odnosno koordinatnih razlika u vlaku vršimo po formuli $\Delta X = D \cdot \cos \nu$ i $\Delta Y = D \cdot \sin \nu$, gdje je D dužina strane, a ν nagib iste. Poligona strana iznosi najviše 300 m, što računajući centimetre sadrži 5 cifara. Na osnovnoj skali dosadašnjeg logaritmara dužine 25 cm možemo čitati 4 cifre samo na sektoru *1—2*, dok je na sektoru *2—4* četvrta cifra već zaokružena na parnu. To znači, ako bi bila u pitanju dužina preko 200 m, dobili bi je u najboljem slučaju sa parnim decimetrom na kraju. Ovo vrijedi kako za namještanje strane, tako i za čitanje rezultata, što nas ne može zadovoljiti. Ako bi međutim ovu skalu odnosno njene intervale povećali 2 puta, u cijeloj dužini logaritmara (25 cm) stala bi polovina dosadašnje osnovne skale t. j. sektor *1 — 3.1.6*. Ove povećane intervale mogli bi dalje podijeliti tako, da bi za sve dužine mogli čitati 4 cifre, a u početku eventualno i 5. Točnost, kako pri namještanju, tako i čitanju rezultata bila bi sa sigurnošću od 1 dm, što bi se moglo uzeti kao zadovoljavajuće pogotovo u težem terenu ili kod optičkih dužina, te kod manjih radova i samostalnih izmjera, kakvih danas imademo mnogo.

Da bi sa ovako uvećanom skalom mogli vršiti množenja, dijeljenja i ostalo, postavit ćemo istu, rastavljenu u 2 dijela *(1 — 3.1.6* i *3.1.6 — 10)* na izvlaku i na uvlaku pored postojeće osnovne skale i nazvati je sa $\sqrt{N}$. Množenje i druge operacije sa ovim skalama vršit će se pomoću staklenog indeksa, pošto se iste međusobno ne će dodirivati. S obzirom da će kod produkta $D \cdot \sin \nu$ i $D \cdot \cos \nu$ skala $\sqrt{N}$ na izvlaci predstavljati poligonu stranu D, koja se kreće između 100 i 300 m, to će već prva polovina ove skale t. j. *1 — 3.1.6* zadovoljiti. Da bismo pak mogli računati i pod uslovom strane manje od 100 m dužine, što će se pojaviti u specijalnim okolnostima i u izgrađenom terenu, predviđa se na izvlaci i drugi dio skale $\sqrt{N}$, i to od broja *7 — 10*. Ovo bi došlo u nastavku skale $sin \times cos$ u sredini prednje strane izvlake, što se vidi iz slike. Time je obuhvaćena poligona strana od 70 do 316 m.



Slika 1 — lijeva strana predloženog logaritmara

Međutim na rezultat ΔX i ΔY utiče i drugi faktor $sin\, \nu$ i $cos\, \nu$. Na dosadašnjim logaritmarima postoji većinom skala *sin* od $5^0 44' — 90^0$ ($= cos$ od $84^0 16' — 0$), koja dopušta namještanje do $1'$ samo kod kuteva ispod 30^0, a dalje sa točnošću uglavnom od 3 do $5'$, što ne odgovara točnosti mjerenja poligonih kuteva. Uslijed toga ćemo desnu (drugu) polovinu ove skale t. j. sektor $18^0 26' — 90^0$, odnosno njene intervale povećati 2 puta, što znači proširiti na cijelu dužinu logaritmara (vidi sl. 3). Time smo zagarantirali točnost namještanja od $1'$ uglavnom kod svih kuteva ili nagiba, što će praktički zadovoljiti, a bolje je od naprijed navedene točnosti za dužine.

Skala *sin* malih kuteva (ispod 5^0) na dosadašnjim logaritmarima obuhvatala je kuteve $0^0 34' — 5^0 44'$ i bila vezana na osnovnu skalu. Na taj način ova je skala bez potrebe jako razvučena, a njena upotreba nije išla ispod $34'$. Ove nedostatke uklanjamo, ako ovu skalu vežemo uz kvadratnu skalu. Time ćemo obim kuveta povećati do $3'$, čime smo uz eventualnu upotrebu znaka ϱ, obuhvatili sve kuteve od $0—90^0$. Ovako izmijenjena skala malih kuteva ima i drugih prednosti, što ćemo kasnije vidjeti. Kod riješavanja vrijednosti ΔX i ΔY za nagibe ispod 5^0, njegov sin i cos prenijet ćemo iz kvadratne na osnovnu skalu radi dalnjeg množenja a u cilju dobijanja maksimalne točnosti. Nova skala $3'26'' — 5^0 44'$ došla bi na gornji rub prednje strane izvlake.

ad 2) Pri računanju koordinata malih točaka riješavamo izraz $\Delta X_1 = d_1 \dfrac{\Delta X}{D}$ i $\Delta Y_1 = d_1 \dfrac{\Delta Y}{D}$, gdje su ΔX_1 i ΔY_1 koordinatne razlike između početne poligone i male točke, ΔX i ΔY koordinatne razlike među susjednim poligonim točkama, D poligona strana, a d_1 dužina od početne poligone do male točke. Upotrebom skala $\sqrt{N}$ osigurali smo rezultat sa 4 cifre, što u najgorem slučaju daje točnost na dm. Imajući u vidu, da su koordinatne razlike malih točaka u najviše slučajeva ispod 100 m, to ćemo rezultate većinom dobiti na cm.

ad 3) Kod obračunavanja trokuta rješavamo slijedeće izraze:

$$a = b \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \text{.......(poznata strana sa 2 kuta)}$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2\,b\,c \cdot \cos \alpha} \text{ .. (2 strane sa zatvorenim kutom)}$$

ili

$$tg \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{a - b}{a + b} \cdot tg \frac{180 - \gamma}{2}$$

Računanje prve formule predstavlja množenje i dijelenje sa sinusom, što ćemo izvesti na skalama $\sqrt{N}$, dakle sa 4 cifre t. j. na dm ili, ako je rezultat ispod 100 m, na cm. Cijelu operaciju izvesti ćemo sa ukupno 6 poteza izvlake i indeksa. Kod druge formule kvadriranje b^2 i c^2 izvesti ćemo pomoću nove skale uzevši da je dosadašnja osnovna skala N kvadrat nove skale $\sqrt{N}$, dok ćemo izraz $2\,b\,c \cdot \cos \alpha$ dobiti množenjem na skalama $\sqrt{N}$. Rezultat kao drugi korjen svega ovoga, nalazi se na osnovnoj skali sa 4 cifre, ako se radi o dužini većoj od 100 m, ili sa 3 cifre kod dužine ispod 100 m.

Treći izraz međutim mora se izvesti na osnovnoj skali, jer je za nju vezana skala *tg*, kako ona dosadašnja od 5°44′—45′, tako i nova od 45°—84°17′. S obzirom da izraz $\frac{\alpha - \beta}{2}$ predstavlja redovno mali kut, čitati ćemo ga na dosadašnjoj skali *tg* od 5°44′—45°, a vrlo često i na skali *sin/tg* malih kuteva, koja je napred opisana i vezana na kvadratnu skalu. Prema tome vađenje kuta iz njegovog tangensa t. j. čitanje samog rezultata vrši se na kvadratnoj skali sa sigurnošću od 1′, što također možemo uzeti kao zadovoljavajuće, tim više što će općenito ovakav problem nastati u težem terenu (III kateg.). U slučaju većeg trokuta točnost rezultata smanjit će se, ali ćemo u svakom slučaju dobiti pouzdan i brz podatak.

ad 4) Redukcija dužine na horizont vrši se po formuli $r = h \cdot tg \frac{\alpha}{2}$ ili $r = \frac{h^2}{2D}$, gdje je r razlika između kose i horizontalne dužine, h visinska razlika između krajnjih točaka dužine, α visinski kut između kose i horizontalne dužine i D kosa dužina.

Ako je $\frac{\alpha}{2}$ veći od 6° njegov ćemo *tg* čitati na osnovnoj skali i ovdje ga istovremeno množiti sa h. Ako je manji od 6°, njegov *tg* čitamo na kvadratnoj skali (pomoću skale malih kuteva) a odavde ga prenosimo na osnovnu skalu radi množenja. U prvom slučaju dolazimo do rezultata sa svega 1 potezom (namještanje kuta) i eventualno jednim pokretom indeksa (postavljanje h i čitanje r), dok u drugom slučaju imademo ukupno 3 pokreta. Rezultat ima 4 cifre ako je redukcija r veća od 10 m, a 3 ako je manja od 10 m, dakle u svakom slučaju do 1 cm. Kod ovog računanja se ovaj logaritmar u osnovi ne razlikuje od ostalih osim što ima skalu *sin/tg* malih kuteva vezanu na kvadratnu skalu i proširenu do 3'. Kontrolni izraz $r = \frac{h^2}{2D}$ računamo na osnovnoj skali sa istom točnošću.

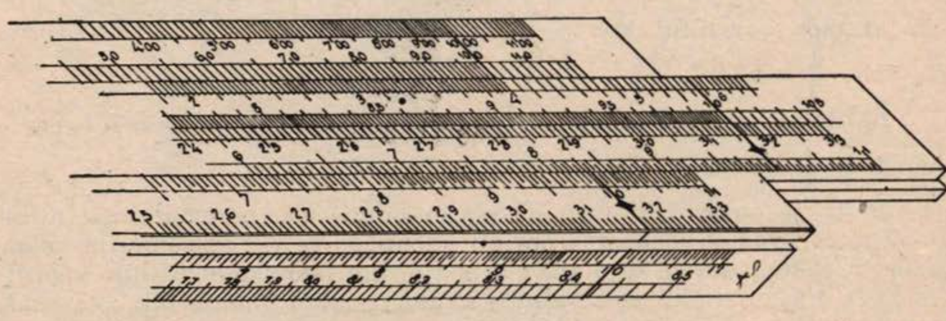
ad 5) Računanje trigonometrijski mjerenih visina vršimo po formuli $h = D \cdot tg\, \alpha$, gdje je h tražena visinska razlika, D horizontalna dužina među obje točke, a α visinski kut između kose i horizontalne dužine.

Ovo računanje izvesti ćemo također na osnovnoj skali pošto je *tg* vezan za tu skalu. S obzirom da se ovdje često pojavljuje mali kut (mjerenje na veće udaljenosti), koji je na ovom logaritmaru vezan na kvadratnu skalu, trebati će njegov *tg* prenesti radi množenja na osnovnu skalu. Rezultat će prema tome posjedovati 4 cifre na lijevoj, ili 3 cifre na desnoj polovini logaritmara. Razumije se, teško je reći, da li će nas ovakav rezultat zadovoljiti, zavisi o svrsi i dužini na koju viziramo.

ad 6) Obračunavanje tehimetrijskih podataka dobivenih čitanjem sa 3 konca vrši se po formuli $D = (Kl + k) \cdot cos^2 \alpha$ i $h = (Kl + k) \cdot \frac{1}{2} sin\, 2\, \alpha$, gdje je D tražena horizontalna dužina, K velika konstanta, k mala konstanta, l odsječak na letvi, α vertikalni kut i h visinska razlika. Kod analaktičkog durbina k ne postoji pa je cijela formula jednostavnija.

Ovo obračunavanje možemo zaista nazvati masovnim, jer ono obuhvaća jedan veliki dio svih računa, koje izvodimo logaritmarom, kao što tahimetrija sama predstavlja veći dio rada detaljne izmjere, posebno u našim sadašnjim zadacima.

Pri ovom računanju odlično će poslužiti ranije opisana skala *sin* od 18°26'—90° (na slici 3 označena sa sin^2). Ova skala u obrnutom smjeru predstavlja ujedno *cos* od 0—71°34', sa posebnom numeracijom u crvenoj boji (označeno sa cos^2). Namještanjem kuta na skali cos^2 čitamo njegov cos^2 na osnovnoj skali, kojeg u istom položaju izvlake množimo pomoću staklenog indeksa sa Kl ili $(Kl + k)$. Prema tome vrijednost D dobijemo sa svega jednim maksimum dva pokreta, i sa 4 cifre u rezultatu ako se radi o dužini preko 100 m ili 3 cifre kod dužine ispod 100 m t. j. do dm, što zadovoljava tahimetriju, jer je u skladu sa točnošću čitanja letve.

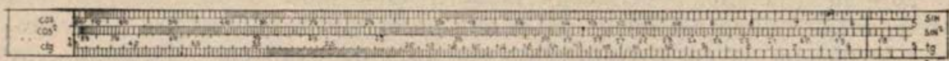


Slika 2 — desna strana logaritmara

Ovdje se ukazuje potreba da se smjer kuteva kod skala na stražnjoj strani izvlake izmijeni tako, da kutevi rastu od desna na lijevo (vidi sl. 3). Time prvi faktor cos^2 dolazi na nepomičnu (donju) osnovnu skalu, drugi faktor Kl na pomičnu (gornju), a rezultat se čita na donjoj t. j. u svemu kao i kod ostalog množenja. Prednost ovoga očituje se kod svih računanja sa trigonometrijskim funkcijama, jer je time omogućeno da se u istom položaju vrši dalnje množenje sa izvlakom.

Kod računanja visinske razlike h upotrijebiti ćemo jednu novu skalu, koja će predstavljati vrijednost $\frac{1}{2} sin\ 2\ \alpha$ ($= sin \times cos$) za kuteve od 0—40° slično kao kod ostalih tahimetrijskih logaritmara. Ovu skalu podijeliti ćemo na 2 dijela; prvi dio od 0—5°, drugi dio od 5°—40° slično nešto sa logaritmarom Nestler »Universal«. Za prvi dio ove skale upotrijebiti ćemo međutim već opisanu skalu *sin/tg* od 3′26″—5°44′, jer daje s njome iste rezultate. Stoga je ova skala označena sa »*s ,t ,s* × *c*«. Drugi dio postaviti ćemo u sredinu prednje strane izvlake pod oznakom »*sin* × *cos*« i ona će biti vezana za osnovnu skalu *N*. Prema tome, ako se radi o kutu manjem od 6°, računanje h izvršiti ćemo na skali malih kuteva i kvadratnoj skali, a kad se radi o većem kutu, onda na skali »*sin* × *cos*« i osnovnoj skali. U prvom slučaju radi se o visinskoj razlici ispod 10 m, a rezultat ima 3 cifre; u drugom slučaju o visinskoj razlici preko 10 m, a rezultat ima 4 cifre. Dakle uvijek na cm. Ovo se računanje obavlja sa najviše 2 poteza.

Prednost specijalnih tahimetrijskih logaritmara jeste jedino u tome, što se računanje za D i h vrši povezano (sa jednim namještanjem $K\,l$) sa ukupno 3 poteza, dočim u našem slučaju se ovo obavlja odvojeno sa ukupno 4 poteza.



Slika 3 — stražnja strana izvlake (umanjeno)

Kod obračunavanja tahimetrijskih podataka dobivenih čitanjem sa **z e n i t n i m** instrumentom (koji kod vertikalnog—zenitnog položaja durbina daje čitanje na vertikalnom krugu »*O*«) razlikujemo 2 slučaja:

a) ako je zenitni kut β manji od 90° onda je $D = Kl \cdot sin^2\ \beta$
$h = Kl \cdot \frac{1}{2}\ sin\ 2\beta$;

b) ako je β veći od 90°, t. j. $\beta = 90 + \alpha$, onda je $D = K\,l \cdot cos^2\ \alpha$
$h = K\,l \cdot \frac{1}{2}\ sin\ 2\alpha$.

Pošto je oblik ovih formula sličan onima sa »horizontnim« durbinom, to će i rad sa logaritmarom biti identičan sa već opisanim načinom, s tom razlikom, što će se u slučaju pod a) umjesto skale cos^2 (na logaritmaru u crvenoj boji) na stražnjoj strani izvlake, upotrijebiti ista skala označena sa sin^2.

Dalnja novost ovog logaritmara jeste skala *tg* od 45°—84°17', koja je smještena na vertikalnoj stijeni, a vezana je za osnovnu skalu. Time smo dosadašnju skalu »*tg*« odnosno »*ctg*« od 45° produžili do 85°, što će biti često korisno na pr. kod trigonometrijskog mjerenja visina ($H = D \cdot tg\, \alpha$), kod obračunavanja trokuta, kod kontrolnog računanja poligonog vlaka i dr. Točnost namještanja ove skale jeste 1', a točnost čitanja tg-a na osnovnoj skali iznosi 1 cijeli i 3 decimale do kuta 76°, a dalje 2 decimale. Nadalje logaritmar sadrži kubnu skalu (pod oznakom »N^3«), te logaritme na prednjoj vertikalnoj stijeni slično kao kod »Darmstadt-a«.

Operacije množenja i dijelenja osigurane su na osnovnoj skali kao i na novim skalama pod oznakom $\sqrt{N}$, dok je kvadriranje i vađenje drugog korjena moguće između osnovne i kvadratne skale ili još bolje između osnovne i novih skala $\sqrt{N}$.

Radi preglednijeg i preciznijeg namještanja skala na stražnjoj strani izvlake, nužno je da krajni (nepomični) indeksi budu na staklu ili celuloidu u cijeloj širini izvlake i bez paralakse. Na poleđini logaritmara treba postaviti tabelu vrijednosti trigonometrijskih funkcija za nekoliko karakterističnih kuteva radi određivanja decimalnih mjesta, zatim tablicu oblika trigonometrijskih funkcija u svim kvadrantima, formule iz ovog izlaganja kao i druge potrebne u geodetskoj praksi.

Pomični stakleni indeks treba da obuhvati 3 strane logaritmara (gornju i obje vertikalne). Kod toga predložio bih još 3 novosti. Prvo, glavnu crtu indeksa prekinuti na mjestima iznad svake skale, tako da bi se namještanje obavljalo dodirivanjem crte indeksa sa crtama skale umjesto dosadašnjeg pokrivanja, što bi omogućilo preciznije postavljanje. Drugo, što zapravo nije novost, ugrađivanje cilindrične lupe iznad niti indeksa, što bi omogućilo sigurnije namještanje odnosno čitanje i osjetno povećalo točnost logaritmara. Treće, uređaj za fino pomicanje indeksa.

Tako dotjeran logaritmar ne bi se više mogao smatrati priručnom spravom za približna računanja, već bi postao geodetski instrumenat zadovoljavajuće točnosti.

Ekonomičnost primjene opisanog logaritmara pokazuje slijedeći primjer: Za izračunavanje koordinatnih razlika poligonog vlaka dužine 1500 m (6 strana), od časa, kad su strane i kutevi (nagibi) upisani i izravnani, treba sa ovakvim logaritmarom svega 8 minuta, dok je za isti posao sa logaritmičkim tablicama potrebno 25 minuta. Ovakve uštede u vremenu naročito su značajne pri obračunavanju tahimetrijskih podataka, s obzirom na količinu ovoga rada, što može imati uticaja na cijenu, a pogotovo na rok izrvšenja zadatka.

Time je opisan predloženi logaritmar sa naročitim obzirom na najvažnije zadatke detaljne izmjere. Prednost ovog računanja naprama dosadašnjeg načina sa logaritamskim tablicama jeste osim u brzini i ugodnosti, u tome, što se vrši spravom koju svaki geodetski stručnjak ima stalno pri ruci. Razumije se da logaritmar ne će moći da zamijeni tablice, naročito, kad se radi o velikim i preciznim radovima, ali njegova upotreba na opisani način imati će velikih prednosti kod manjih samostanlih snimanja, koja služe za osnivanje objekata kapitalne izgradnje. Napominjem da ovakvi radovi predstavljaju danas gro geodetskih radova i nema osnova vjerovanju, da to ne će i u buduće biti.

POGOVOR UREDNIŠTVA

Pozdravljamo hvalevrijedan rad druga Karlić Vladimira, koji u gornjem članku iznosi korisne ideje za izgradnju specijalnog računala geodetske struke.

Pitanje računalâ smatramo akutnim, jer naročito naš stručni podmladak oskudijeva na njima. Smatramo ga i aktuelnim, jer upravo treba da se osnuje vlastita proizvodnja.

Kao dopunu citirat ćemo ovdje i dio pisma, s kojim nam je drug Karlić dostavio svoj članak:

»Tokom dugogodišnje prakse i kao ljubitelj logaritmara, razmišljao sam često o tome, kakve su maksimalne mogućnosti računanja sa logaritamskim računalom posebno u geodetskoj praksi.«

»Prošle sam godine povodom jednog zadatka na terenu pristupio sistematskom ispitivanju, pa sam nakon mnogo prekida došao do rješenja i formulirao ga kako to pokazuje priležeći članak sa slikama.«

»Pri ovom radu nisam nažalost mogao doći ni do kakve literature o logaritmaru, uslijed čega će članak možda imati nedostataka. Posjedovao sam jedino logaritmar Nestler »Universal« i »Darmstadt«, Marcantoni »Rietz«, Aristo, logaritmičke tablice i udžbenike iz geodezije«.

Želja je uredništva, da članak potakne i ostale čitaoce Geodetskog Lista, da stvaraju na tome polju i rezultate svojih razmišljanja jave uredništvu.

Točnost logaritmara, koji drug Karlić predlaže, mogla bi se još znatno povećati i time, što bi se čitavo računalo eventualno izgradilo i 50 cm dugačko.

Zbog potpunosti navađamo i domaću literaturu o log. računalu:

Ing. Kehrmann-Djurdjević: Uputstva za računanje logaritmarom, Beograd 1929 (lit.), str. 1—58;

Ing. Boris Apsen: Logaritamsko računalo, Zagreb 1934, str. 1—96;

J. Hlitčijev—D. Lazarević: Osnovi tehnike računanja, Beograd 1946., str. 1—38;

Ing. I. Čuček: Logaritmično računalo, splošni opis in uporaba v geodetski in gradbeni praksi, Ljubljana 1946., (lit.), str. 1—31;

Dr. N. Neidhardt: Računanje koordinatnih razlika u poligonskim vlacima kao i nekih drugih izraza log. računalom, Šumarski List, Zagreb 1941., str. 72—99;

Dr. N. Neidhardt: Prilog teoriji logaritmičkog računala, Glasnik za šumske pokuse, knjiga 8., Zagreb 1942., str. 157—177;

Dr. Ing. B. Apsen: Logaritmičko računalo, Zagreb 1946., str. 1—127;

Dr. N. Neidhardt: Logaritmi i logaritmar, Geod. List, Zagreb 1947., str. 91—94.