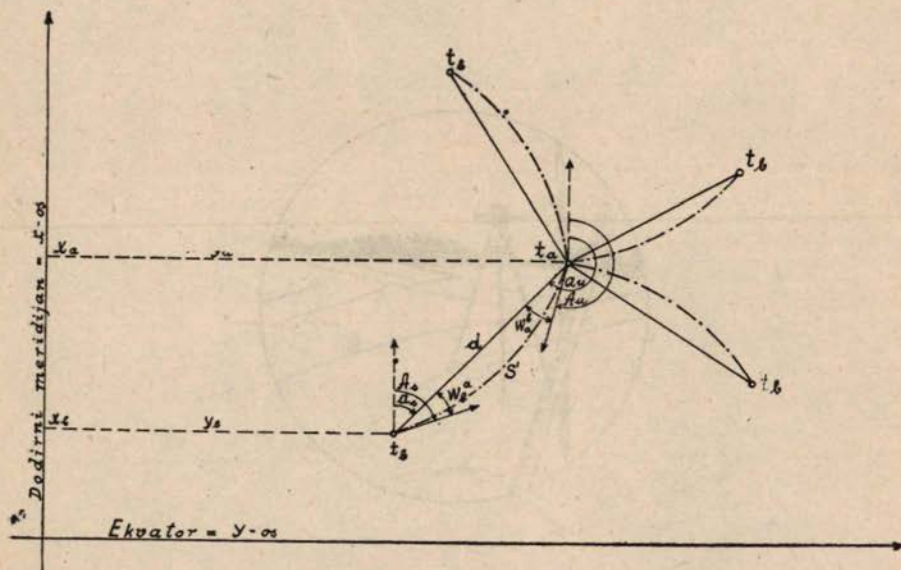


Redukcija smjera i dužine u Gausz-Krügerovoj projekciji

Koordinate trigonometrijskih točaka 2. i 3. reda obično određujemo presjecanjem na ravnini. Da bi se ovaj račun mogao izvesti po jednostavnim formulama ravne trigonometrije, potrebno je pravcima mjerenim na terenu dodati redukciju smjera.

Geodetske linije S , koje spajaju dvije točke na terenu (tj. na sferoidu), prikazuju se u Gausz-Krügerovoj projekciji kao krive linije S' , čije su izdubljene strane okrenute dodirnom ili srednjem meridijanu, tj. x -osi. Na slici su ove linije izvučene crtom i točkom. Kutove, koje mjerimo na terenu, zaklapaju među sobom tangente na geodetske linije, a u ovoj projekciji tangente na krive linije. Pošto je projekcija konformna, svi kutovi mjereni na terenu ostaju isti i na ravnini.



Smjerne ili direkzione kutove u projekciji zaklapaju među sobom pravci paralelni x -osi i tangente na krive linije. Vanjske smjerne kutove na datim točkama t_b obilježimo sa A_s , a unutarnje smjerne kuteve na novoj točki t_a obilježimo sa A_u . Da odredimo najvjerojatniji položaj nove točke t_a iz presjeka krivih linija, morali bi primjeniti vrlo komplicirani račun.

Međutim ako krive linije zamijenimo sa pravim linijama d , koje spajaju krajnje točke t_a i t_b , možemo račun izvesti po jednostavnim formulama ravne trigonometrije. Iz slike se vidi da se tada vanjski smjerni ku-

tovi A_s mijenjaju u a_s za male veličine w_b^a , a nutarnji smjerni kutovi A_u se mijenjaju u a_u za male veličine w_a^b , tj. izvrši se redukcija smjera.

Za izračunavanje redukcije smjera dao je Dr. Krüger (Jordan 1923, knj. III. str. 527) ove jednadžbe:

$$A_s - a_s = w_b^a = \varrho'' \frac{x_a - x_b}{6 r_m^2} (2 y_b + y_a) + \dots \quad (1)$$

(članovi višeg reda)

$$A_u - a_u = w_a^b = -\varrho'' \frac{x_a - x_b}{6 r_m^2} (y_b + 2 y_a) + \dots \quad (2)$$

(članovi višeg reda)

Za redukciju smjera u trigonometrijskoj mreži II. reda dovoljno je uzeti samo prve članove jednadžbi. Radi lakšeg izračunavanja redukcije smjera Dr. Krüger je gornje jednadžbe preradio tako da se redukcija smjera računa preko veličina ψ'_a i ψ_b :

$$w_b^a = (\psi'_a - \psi_b) \quad \text{i} \quad w_a^b = -(\psi'_a + \psi_b)$$

Naš pravilnik je usvojio ovaj način računanja redukcije smjera, a tablice je sastavio univ. profesor Nikolaj Abakumov.

Kako svaku računsku operaciju u geodeziji treba provjeriti, tako i račun redukcije smjerova provjeravamo pomoću sfernog ekscesa u trokutu u 3. odeljku trig. obr. br. 33. No ova kontrola nije potpuna. Uzmimo n. pr. u Pravilniku na str. 57 da smo u 5. odeljku 33. obrasca u 2. stupcu našli da je $\psi'_a = +1.52$ i $\psi_b = -0.01$ umjesto -0.12 . Tada bi izračunali pogriješno da je:

$$w_b^a = +1.53 \quad w_a^b = -1.52$$

umjesto pravilnog:

$$w_b^a = +1.64 \quad w_a^b = -1.40$$

Kontrola pomoću sfernog ekscesa dala bi u 6. odeljku na str. 59:

sa pravilnim ψ_b :	+ 1.64	+ 0.41	sa pogrešnim ψ_b :	+ 1.53	+ 0.41
	- 0.66	+ 0.50		- 0.66	+ 0.50
	- 0.27	- 1.40		- 0.27	- 1.51
	+ 1.64	+ 0.01		+ 1.53	+ 0.91
	= 0.93	= 1.40		- 0.93	- 1.51
	+ 0.71	0.49		+ 0.60	- 0.60
	+ 0.49			+ 0.60	
	<u><u>$\varepsilon = +1.''20$</u></u>			<u><u>$\varepsilon = +1.''20$</u></u>	

dakle isti sferni eksces u oba slučaja. Ušavši u dalji račun sa pogriješnom redukcijom smjera izračunali bi pogriješno cijeli obrazac do kraja i tek kada bi u 11. odeljku kontrolirali strane po sfernim trokutima pojavilo bi se neslaganje i cijeli račun bi trebalo ponoviti.

Međutim, ako bi izvršili još jedan mali račun mogli bi izbjeći nedovoljnu kontrolu veličine ψ_b , jer se jednadžbe 1. i 2. mogu prikazati i u ovom obliku, koji je vrlo pogodan za računanje strojem ili logaritmarom:

$$A_s - a_s = w_b^a = \frac{\varrho''}{2r_m^2} (x_a - x_b) \left(y_b + \frac{y_a - y_b}{3} \right) \dots \dots (3)$$

$$A_u - a_u = w_a^b = - \frac{\varrho''}{2r_m^2} (x_a - x_b) \left(y_a - \frac{y_a - y_b}{3} \right) \dots \dots (4)$$

Član $\frac{\varrho''}{2r_m^2}$ može se uzeti za konstantu, kako je to usvojeno u našem Pravilniku: $\log r_m = 6.80460$, pa je $\frac{\varrho''}{2r_m^2} = 0.00254$.

Obrazac bi mogao ovako izgledati:

(U njemu su odmah unijete i veličine potrebne za izračunavanje redukcije dužine.)

$\frac{\varrho''}{2r_m^2} =$	T_a	Δ 12 Azola
$= K = 0.00254$	T_a	Δ 21 Varavnica
		uzelo
	$y_a =$	- 58.0
	$y_b =$	- 23.1
	$y_a + y_b =$	- 61.1
	$y_a - y_b =$	+ 44.9
	$\frac{1}{3}(y_a - y_b) =$	+ 5.0
	$m_1 = [y_b + \frac{1}{3}(y_a - y_b)] =$	- 33.0
	$m_2 = [y_a - \frac{1}{3}(y_a - y_b)] =$	- 28.1
	$x_b =$	4950.0
	$x_a =$	4930.4
	$n = (x_a - x_b) =$	- 19.6
	$w_b^a = K m_1 \cdot n =$	+ 1.64
	$w_a^b = K m_2 \cdot n =$	- 1.40
	$\frac{f_a - f_b}{f_a + f_b} =$	- 1.13
	popravka $\alpha =$	- 0.04
	$\Sigma =$	- 1.17
	$u = d \cdot \Sigma =$	- 28.8

Redukcija smjera se može izračunati bez tablica. Na ovom obrascu mogao bi kalkulator, koji uvodi podatke u 33. obrazac, izračunati redukciju smjera i odmah je upisati u 2. odeljak 33. obrasca, a kalkulator, koji računa 33. obrazac mogao bi istu u 3. odeljku na oba načina kontrolirati.

Kako nema projekcije, koja bi istovremeno zadržavala svojstva konformnosti i ekvivalentnosti, tako se i kod Gansz-Krügerove projekcije deformiraju duljine, t. j. uvijek se prikazuju većima nego što su na sferoidu.

želimo li po izračunatoj dužini »d« iz koordinata naći stvarnu dužinu S na elipsoidu, to joj moramo oduzeti odgovarajuću redukciju dužine »u«.

Jordan 1923. knjiga III. str. 523 daje ovu jednadžbu za redukciju dužine:

$$\frac{S}{d} = \frac{1}{6r_m^2} (y_a^2 + y_a y_b + y_b^2) + \dots \dots \dots \quad (5)$$

(članovi višeg reda)

ili u logaritamskom obliku:

$$u = \log S - \log d = - \frac{\mu}{12r_m^2} [y_a^2 + (y_a + y_b)^2 + y_b^2] \quad (6)$$

Jednadžba 6.) usvojena je u Pravilniku, pa su prema njoj i izrađene tablice za logaritamsko računanje dužina.

Jednadžba 5.) može se dovesti na ovaj oblik pogodan za računanje redukcije dužine računskim strojem:

$$u = S - d = d \cdot \frac{1}{12r_m^2} [(y_a + y_b)^2 + (y_a - y_b)^2 + 2y_a y_b] \quad (7)$$

Prema ovoj jednadžbi je izrađena priložena tablica redukcije dužina u cm na 1 km, koja se vadi po argumentima: $(y_a + y_b)$ od 0 do 300 km $(y_a - y_b)$ od 0 do 30 km. sa točnošću ± 1 cm.

Interpolacija $y_a - y_b$ po horizontalnim redovima vrši se približno, a za interpolaciju po okomitim stupcima potrebno je poznavati $y_a + y_b$ sa točnošću do 100 m.

Upotreba tablice vidi se iz primjera navedenog u prednjem obrascu, gdje je

$$y_a + y_b = 61.1 \text{ km}$$

$$y_a - y_b = 14.9 \text{ km}$$

Za ove argumente imamo isječak iz tablice:*

$\frac{y_a - y_b}{y_a + y_b}$	0	5	10	15	20	25	30	Dijelac
60				-1.13				-0.39
70				-1.52				

Tablična vrijednost redukcije za 60 km iznosi — 1.13

popravka za 1.1 km daje -0.39×0.11 — 0.04

$$\Sigma = -1.17$$

* Vidi ispravak na str. 62

Popravljenu tabličnu vrijednost pomnožimo sa d_{km}
i dobivamo $24.6 \times 1.17 = \underline{u = -28.8}$ ili zaokruženo -29 cm.

$\frac{y_a - y_b}{y_a + y_b}$	0	5	10	15	20	25	30	Diff.
<i>km</i>								
0	0.00	0.00	0.01	0.02	0.04	0.06	0.09	
10	0.03	0.04	0.04	0.06	0.07	0.10	0.12	0.03
20	0.12	0.12	0.13	0.14	0.16	0.19	0.22	0.10
30	0.28	0.28	0.29	0.30	0.32	0.34	0.37	0.15
40	0.49	0.50	0.50	0.52	0.53	0.56	0.58	0.21
50	0.77	0.78	0.78	0.80	0.81	0.84	0.86	0.28
60	1.10	1.10	1.11	1.13	1.14	1.17	1.20	0.34
70	1.50	1.50	1.51	1.52	1.54	1.58	1.60	0.40
80	1.96	1.96	1.97	1.98	2.00	2.02	2.05	0.46
90	2.48	2.48	2.49	2.50	2.52	2.55	2.58	0.52
100	3.07	3.08	3.08	3.10	3.11	3.14	3.16	0.58
110	3.71	3.72	3.72	3.74	3.75	3.78	3.80	0.64
120	4.42	4.43	4.44	4.45	4.47	4.50	4.52	0.71
130	5.19	5.20	5.20	5.22	5.23	5.26	5.28	0.77
140	6.02	6.02	6.03	6.04	6.06	6.08	6.11	0.83
150	6.91	6.92	6.92	6.94	6.95	6.98	7.00	0.89
160	7.86	7.86	7.87	7.88	7.90	7.92	7.95	0.95
170	8.87	8.88	8.88	8.90	8.91	8.94	8.96	1.01
180	9.94	9.94	9.95	9.97	9.99	10.02	10.04	1.07
190	11.08	11.08	11.09	11.10	11.12	11.14	11.17	1.13
200	12.29	12.29	12.30	12.31	12.33	12.35	12.38	1.21
210	13.55	13.55	13.56	13.57	13.59	13.62	13.65	1.26
220	14.87	14.87	14.88	14.89	14.91	14.93	14.96	1.32
230	16.25	16.25	16.26	16.27	16.29	16.31	16.34	1.38
240	17.69	17.69	17.70	17.72	17.73	17.76	17.79	1.44
250	19.20	19.21	19.22	19.24	19.25	19.28	19.30	1.51
260	20.77	20.78	20.78	20.80	20.81	20.84	20.86	1.56
270	22.40	22.40	22.41	22.43	22.45	22.48	22.50	1.62
280	24.09	24.10	24.10	24.12	24.13	24.16	24.18	1.69
290	25.85	25.85	25.85	25.87	25.89	25.91	25.94	1.75
300	27.66	27.67	27.67	27.69	27.70	27.73	27.75	1.81
310	29.53	29.53	29.54	29.55	29.57	29.59	29.62	1.87

Tablica redukcije dužina u G. K. projekciji