Ђ. Берковић, геометар — Нови Сад:

Рачунање фактора а и b (у тригоном обр. бр. 9, 10 и 11) логаритмаром

Када се триг. обр. број 9, 10 и 11 рачунају логаритмима, фактори а и b (у другом одељку) одређују се помоћу логаритамских разлика и прираштаја и то по обрасцима:

$$a = \frac{\Delta \log \Delta x'}{\Delta \log \operatorname{tg} n} \quad \text{и} \quad b = - \frac{\Delta \log \Delta y'}{\Delta \log \operatorname{tg} n}.$$

При рачунању логаритмима, овај начин одређивања фактора и поред својих недостатака најекономичнији је и удовољава условљену тачност, прописану за тачке 3, 4 и 5 реда.

Друга је ствар, када се рачунање врши машином. У овом случају рачунање фактора а и b неће се вршити логаритмичким путем, већ природним вредностима и то по обрасцима:

$$a = \varrho'' \frac{\Delta y'}{d^2} = \varrho'' \frac{\sin n}{d} = \varrho'' \frac{\sin n \cos n}{\Delta x'} = \varrho'' \frac{\sin^2 n}{\Delta y'}$$

и

$$b = -\varrho'' \frac{\Delta x'}{d^2} = -\varrho'' \frac{\cos n}{d} = -\varrho'' \frac{\sin n \cos n}{\Delta y'} = -\varrho'' \frac{\cos^2 n}{\Delta x'}.$$

Од наведених образаца облици 1 и 2 захтевају барем приближно познавање отстојања (евент. граф. из плана) што задаје много посла нарочито када нема ексцентричних визура за које треба одредити отстојање ради редукције.

Трећи облик (т. з. Сајфертова трансформација) употребљен је код специјалних конструкција логаритмара за рачунање фактора а и b. На пр. код система »Денерт и Папе« вредности (то јесте њихови логаритми) за $\varrho'' \sin n \cos n$ нанете су на штапу (увлаци) и једноставним дељењем са $\Delta y'$ односно $\Delta x'$ добије се вредност »а« односно »b«. Таквих логаритмара ретко ко има а њихова набавка је за сада немогућа.

Писац овога чланка срачунао је природне вредности за $\varrho'' \sin n \cos n$ за сваки минут првог квадранта односно само до 45° и добивене вредности уписао је у своје таблице природних вредности триг. функција поред означених углова и то само са тачношћу која је потребна за рачунање логаритмаром, то јесте само првих 5 бројки вредности $\varrho'' \sin n \cos n$ која се креће од 0 до 103130.

Интерполације нема, те се рачунање, дељење са $\Delta y'$ односно $\Delta x'$ врши једноставно, логаритмаром.

Тачност добивених резултата удовољава условима 3, 4 и 5 реда триг. тачака. Контрола на познат начин према правилнику $\delta - n$ мора бити једнака $a + b$. Рачунање фактора може се вршити и по 4 облику:

$$a = \varrho'' \frac{\sin^2 n}{\Delta y'} \quad \text{и} \quad b = -\varrho'' \frac{\cos^2 n}{\Delta y'}.$$

И ово рачунање може се вршити логаритмаром уколико исти има скалу за sin, tg и sin/tg, односно када је тако конструисан, да се вредности за sin (cos) читају на доњој скали језика то јесте на основној јединици лог. поделе дужине 25 цм. Конструкција где се вредности за sin (cos) читају на горњој (квадратичној) скали, нису подесне за ово рачунање.

Ради лакшег руковања, извесне вредности на логаритмару треба означити трајним ознакама и то: Језик (извлаку) треба извући из штапа (увлаке) и ставити га у о б р н у т о м п о л о ж а ј у — триг. функције на предњој страни — опет на своје мјесто. Треба урезати ознаку »ϱ''« на језику и то на sin (cos) скали. Пошто је $\log \sin^2 8^0 15' = 8.31366$ и $\log \sin^2 27^0 = 9.31410$ дакле приближно једнак $\log \varrho'' = 5.31443$ (у границама тачности рачунања логаритмаром) довољно је да се испод цртица означених углова уреже иглом »ϱ''« или врхом перореза окретањем избуши мала рупица. Затим: почетну и завршну црту триг. скале ставити тачно испод почетне и завршне црте квадратичне поделе на штапу, а вредност 10 то јесте средину горње поделе штапа пренети лаким урезом на sin (cos) скалу језика (отприлике код $18^0 26'$). Да урез буде упадљивији, испод њега може се перорезом избушити мала рупа. У урезане белеге утрљаћемо прстом мало туша да би исте лакше уочили. С тиме су вршене припреме. Треба још да запамтимо да $\sin^2$ од $1^0 49'$ до $5^0 43'$ одговарају вредности од 0,001 до 0,00999 дакле бројеви са минус 2 цела места, од $5^0 44'$ до $18^0 26'$ бројеви са —1 целим местом а од $18^0 27'$ до 90^0 бројеви са 0 цела места. То се може и забележити на одговарајућем месту на логаритмару и то на десном крају sin/tg скале са »—2« а са »—1« на средини sin скале (код урезаног знака за 10).

Ради прикладног рачунања логаритмаром, обрасцу за рачунање фактора a и b треба дати други облик и то:

$$a = \varrho'' \frac{\sin^2 n}{\Delta y'} = \frac{1}{\Delta y'} \cdot \varrho'' \cdot \sin^2 n \quad \text{и} \quad b = -\varrho'' \frac{\cos^2 n}{\Delta x'} = -\frac{1}{\Delta x'} \varrho'' \cdot \cos^2 n.$$

Предзнаци ће се одредити по општем правилу: »a« има исти предзнак са $\Delta y'$ а »b« супротни предзнак од $\Delta x'$.

За пример ћемо узети рачунање фактора a и b за тачку $\overset{\Delta}{\circ}2$ на страни 200 старог правилника I део: вредност за $\Delta y' \doteq 2622 \doteq 2625$ наместиће се на квадратној скали језика (која је сада окренута на доле) и то према индексу на десном крају доње стране штапа. При овоме језик се извуче само н а д е с н о. На предњој страни штапа а на горњој (квадратној) скали изнад почетне црте sinus-не скале налази се сада вредност за $\frac{1}{\Delta y'}$ (коју не читамо). Изнад ознаке »ϱ''« коју смо урезали на горњој ивици језика, налази се вредност за $\frac{1}{\Delta y'} \cdot \varrho''$ на коју се поставља стаклени индекс. Затим треба језик померити улево док почетна црта друге јединице језика, дакле урезани знак код $18^0 26'$ не долази тачно испод цртице стакленог индекса, то јесте испод вредности $\frac{1}{\Delta y'} \cdot \varrho''$. Сада се индекс стави на $\sin n = \sin 77^0\, 51'\, 57{,}9'' \doteq \sin 78^0$ а на горњој скали штапа читамо према индексу 74,9 што потпуно одговара вредности у правилнику. Одређивање броја места уследи једноставно по правилу: Ако се леви крај поделе (на језику) и место читања производа (квоцијента) налазе на истој јединици скале, онда се алгебарском збиру (разлици) бројева места фактора додаје —1 (односно +1). Према томе:

$$\frac{1}{\Delta y'} \;\ldots\; 1 - 4 = -3;\; \frac{1}{\Delta y'} \cdot \varrho'' : -3 + 6 - 1 = +2.$$

$$\frac{1}{\Delta y'} \cdot \varrho'' \sin^2 n : +2 + 0 = +2.$$

Аналогно ће се рачунати и фактор b. Вредност за $\Delta y' \doteq 564$ на доњој страни језика, ставити испод индекса на десном крају штапа. Индекс (стаклени) ставити на ϱ'' (урезан на sin (cos) скали језика). Испод индекса поставити почетну цртицу горње (sin — cos) скале језика. На горњој скали штапа изнад $\cos 77^0\, 51'\, 57{,}9'' \doteq 77^0\, 52'$ чита се 16,0. Број места: $1 - 3 + 6 - 1 - 1 = +2$. Контрола би се одмах могла извршити логаритмаром наиме:

$$\operatorname{tg} n = -\frac{a}{b} = \frac{\Delta y'}{\Delta x'},$$

но контрола $\delta - n = a + b$ (која је предвиђена правилником) много је ефикаснија за контролу рачунања фактора a и b. Као контрола срачунатих нагиба n она осигура само против крупних грешака т. ј. она не открива оне ситне грешке које могу настати погрешним вађењем вредности угла из таблица. На пр. $a + b = 178$, $\delta - n = 174$. Разлика од 4 јединица јесте у границама дозвољеног отступања и не утиче на даљи развој рачунске операције. Исправне су и вредности за $\operatorname{tg}\delta$ и $\operatorname{tg} n$. Али је вредност за n погрешно вађена из таблица и то за 4″. Ова грешка која улази у даље рачунање открива се тек упоређивањем срачунатих u и v у 5 одељку. Против оваквих грешака можемо се осигурати на тај начин, што ћемо код вађења вредности за n интерполовати у правцу растења и у правцу опадања логаритма (прир. вредност). Добивене вредностиности за секунде морају се допунити на 60″.

Рачунање нагиба могло би се контролисати и начином који је прописан код рачунања нагиба у три. обр. бр. 8 т. ј. са $\nu + \frac{1}{4}\pi$, како је то у изворним обрасцима број 9, 10 и 11 пруског катастарског правилника од 25-X-1881 предвиђено, што је међутим сувишно, јер се овакве грешке двоструком интерполацијом лако откривају.

Фактори за углове мањих од 17′ рачунаће се по обрасцима

$$a = \frac{n''}{\Delta x'} \quad \text{и} \quad b = -\frac{n''}{\Delta y'}.$$