

## BAZISNA MREŽA GRADA ZAGREBA

Kao osnovna strana triangulacije grada Zagreba bila je izabrana strana: Zagreb (kaptol južni toranj) —Brezovica (sjeverni toranj crkve). Veza izmjerenih dvaju bazisa na karlovačkoj cesti s ovom stranom bila je u glavnom izvedena pomoću dva romba (vidi sliku), ali osim ovih romba postignute su i druge veze, tako da smo dobili 18 strana sa 36 pravaca. Riješili smo, da ovu bazisnu mrežu (svaki pravac) izmjerimo s 12 girusa, dakle svega je trebalo izvršiti 432 mjerenja, a mjerenja da se izvrše po metodi maksimalne težine osnovne strane. To je t. zv. Schreiberov zadatak. Isti se sastoji u slijedećem: Treba raspodjeliti ova 432 mjerenja (girus-pravac) po datim 36 pravaca tako, da bi osnovnu stranu Zagreb—Brezovica dobili s maksimalnom težinom.

Teoretski osnovi ovog pitanja imaju starost gotovo dvjesta godina. Prvi koji se je bavio ovim pitanjem bio je Ruder Bošković 1755. godine. Ovim pitanjem bavili su se i Laplace i Gauss. Koga interesira teorija ovog pitanja možemo mu preporučiti slijedeća djela:

O. Schreiber. Die Anordnung der Winkelbeobachtungen in Göttinger Basisnetz. — Zeitschrift für Verm. Band XI, 1882 str. 129—161.

L. Krüger. Über die Bestimmung der Winkelgewichte in Basisnetzen. — Veröffentlichungen des preussischen Geodätischen Institutes — N. F. N 81, 1920. Berlin.

Ivan Jung. Über die günstigste Gewichtsverteilung in Basisnetzen. Akademische Abhandlung. Upsala 1924.

Konrad Friedrich. Allgemeine für die Rechenpraxis geeignete Lösung für die Aufgaben der kleinsten Absolutsummen und der günstigsten Gewichtsverteilung. — Zeitschrift für Verm. Band LXVI 1937, Heft 11, 12. Stuttgart.

Jordan—Eggert. Handbuch der Vermessungskunde. Erster Band. 1935. § 53 str. 164—170.

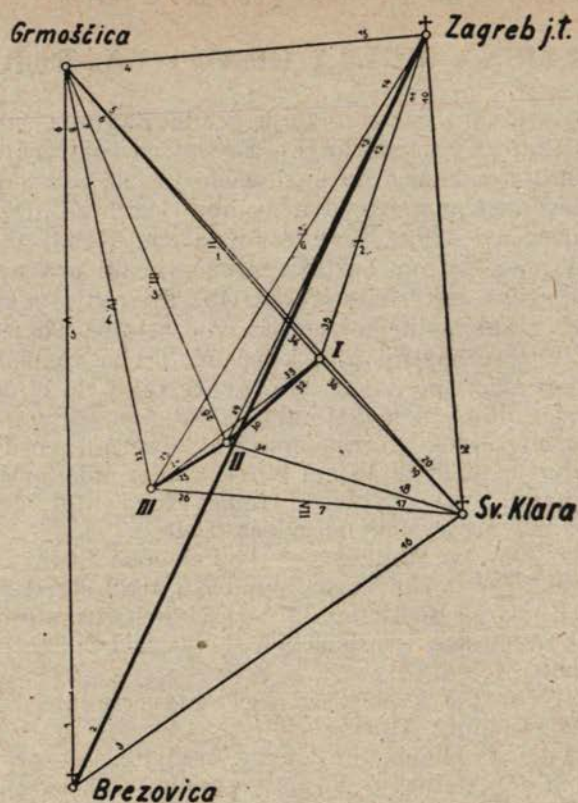
N. Abakumov. Opređeljenje osnovnoj storoni dannoj bazisnoj sjeti s najboljšim vjesom pri postojanoj summe prijemov. Zapiski Russkago naučnago instituta v Belgrade. Vipusk 14. 1939. Belgrad.

Primjena ove metode iziskuje apriorno barem grubo poznavanje veličina kutova date bazisne mreže, da bi mogli sastaviti nezavisne uslovne jednadžbe. Slobodni članovi uslovnih jednadžbi ne dolaze ovdje u obzir. Ne ćemo ih ni znati, pošto smo veličine kutova za ovu svrhu uzeli samo grubo — iz karte —. Za nas su momentalno važni samo približni koeficijenti figurinih, polusnih i bazisnih jednadžbi i jednadžbe osnovne strane.

U spomenutoj bazisnoj mreži ima 12 figurinih, 7 polusnih, 1 bazisna uslovna jednadžba i jedna jednadžba osnovne strane, koja baš služi za određivanje broja girusa (mjerenja) za svaki pravac.

Za riješenje Schreiberovog zadatka koristili smo metodu predloženu od Konrada Friedricha. Ova metoda postizava cilj koristeći se samo uslovnim jednadžbama, bez sastavljanja normalnih jednadžbi.

Kutove naše bazisne mreže uzeli smo s karte i po spomenutoj metodi dobili ovakovo raspodjeljenje naša 432 mjerenja (girusa).



Sl. 1

broj pravca	broj mjerenja	broj pravca	broj mjerenja	broj pravca	broj mjerenja
1	0	13	0	25	0
2	0	14	2	26	0
3	0	15	13	27	7
4	0	16	27	28	39
5	0	17	15	29	60
6	33	18	0	30	14
7	0	19	0	31	0
8	33	20	0	32	0
9	0	21	12	33	0
10	0	22	19	34	5
11	72	23	0	35	0
12	57	24	19	36	5

Ukupno 432

Stopostotna primjena Schreiberovog zadatka dovodi do rezultata da treba izmjeriti samo neophodno potrebne pravce za sračunavanje osnovne strane. Dakle ne ćemo dobiti nijednog suvišnog mjerenja, a slijedi da ne ćemo imati nikakvih uslovnih jednadžbi. Prema tome ne ćemo imati niti podataka za ocjenu točnosti našega rada. Iz ovih razloga odlučili smo izmjeriti čitavu bazisnu mrežu sa 6 girusa, a samo ostalih 6 girusa t. j. ostalih 216 mjerenja raspodijeliti kako to zahtjeva Schreiberov zadatak. Za svaki pravac imamo sad polovicu iznosa u gornjoj tablici. Tik 216 mjerenja raspodijelili smo na slijedeće kutove:

kut	broj mjerenja	kut	broj mjerenja
8—6	16	24—22	10
12—11	29	29—28	20
14—11	1	29—27	3
15—11	6	30—29	7
17—16	8	36—34	2
21—16	6		
			Ukupno 108

Nakon mjerenja pravci su dobili ovakove težine uzimajući kao jedinicu težine 6 mjerenja t. j. pravac izmjeren u 6 girusa.

broj pravca	težina	broj pravca	težina	broj pravca	težina
1	1	13	1	25	1
2	1	14	1.166	26	1
3	1	15	2	27	1.5
4	1	16	3.333	28	4.333
5	1	17	2.333	29	6
6	3.666	18	1	30	2.166
7	1	19	1	31	1
8	3.666	20	1	32	1
9	1	21	2	33	1
10	1	22	2.666	34	1.333
11	7	23	1	35	1
12	5.833	24	2.666	36	1.333

S ovim težinama bilo je i izvršeno izjednačenje bazisne mreže.

Samo mjerenje kutova izvršio je ing. Reizer srpnja i kolovoza 1947. a po naprijed sračunatom planu, t. j. na svakoj točki bazisne mreže bilo je izmjereno po 6 girusa, a osim toga pojedini kutovi su još izmjereni zasebno kako smo to ranije iznijeli. Spajanje tako raznih grupa mjerenja na jednoj točki izvršeno je metodom najmanjih kvadrata ili po britanskom načinu. U jednostavnijim slučajevima načinom orijentacije pravaca.

Izravnanje je vršeno na sferi. Pošto su sračunati sferni eksesi pojedinih trokuta odabrani su potrebni uvjeti i dobivene su slijedeće uslovne jednadžbe:

- I  $-(24) + (25) - (27) + (30) - (32) + (33) + 7''470 = 0$
- II  $-(7) + (8) - (22) + (25) - (27) + (28) + 1''314 = 0$
- III  $-(6) + (7) - (28) + (30) - (32) + (34) + 7''948 = 0$
- IV  $-(5) + (6) - (19) + (20) - (34) + (36) - 3''301 = 0$
- V  $-(4) + (6) - (11) + (15) - (34) + (35) - 0''882 = 0$
- VI  $-(4) + (7) - (13) + (15) - (28) + (29) + 4''736 = 0$
- VII  $-(1) + (2) - (4) + (9) - (12) + (15) + 1''811 = 0$
- VIII  $-(2) + (3) - (10) + (12) - (16) + (21) + 1''929 = 0$
- IX  $-(4) + (5) - (10) + (15) - (20) + (21) + 1''460 = 0$
- X  $-(5) + (8) - (17) + (20) - (22) + (26) + 2''551 = 0$
- XI  $-(4) + (8) - (14) + (15) - (22) + (23) + 3''059 = 0$
- XII  $-(5) + (7) - (18) + (20) - (28) + (31) + 7''434 = 0$
- XIII  $\left\{ \begin{array}{l} + 0.70 (4) - 6.34 (5) + 5.64 (7) + 3.57 (10) - 4.83 (13) + \\ + 1.26 (15) + 2.62 (18) - 3.44 (20) + 0.82 (21) - 8.15 = 0 \end{array} \right.$
- XIV  $\left\{ \begin{array}{l} + 0.25 (4) - 3.65 (5) + 3.40 (8) + 2.93 (10) - 4.47 (14) + \\ + 1.54 (15) + 1.89 (17) - 2.24 (20) + 0.35 (21) - 6.37 = 0 \end{array} \right.$
- XV  $\left\{ \begin{array}{l} + 1.41 (1) - 3.61 (2) - 2.20 (3) + 1.58 (4) - 3.97 (5) + \\ + 2.39 (9) + 3.62 (10) - 3.64 (12) - 0.02 (15) + 12.74 = 0 \end{array} \right.$
- XVI  $\left\{ \begin{array}{l} + 3.57 (10) - 26.87 (13) + 23.30 (14) + 10.03 (17) - 10.85 (18) + \\ + 0.82 (21) - 6.90 (25) + 3.97 (23) + 2.93 (26) + 13.29 = 0 \end{array} \right.$
- XVII  $\left\{ \begin{array}{l} + 10.03 (17) - 13.58 (18) + 3.55 (19) + 18.43 (24) - 21.36 (25) + \\ + 2.93 (26) - 26.80 (32) + 26.82 (33) - 0.02 (36) + 47.67 = 0 \end{array} \right.$
- XVIII  $\left\{ \begin{array}{l} + 10.03 (17) - 13.58 (18) + 3.55 (19) - 2.93 (25) + 2.93 (26) + \\ + 0.02 (32) - 0.02 (36) + 34.22 = 0 \end{array} \right.$
- XIX  $\left\{ \begin{array}{l} + 309.30 (5) - 315.79 (6) + 6.49 (7) + 3.55 (18) - 171.59 (19) + \\ + 168.04 (20) + 0.70 (28) - 1.98 (30) + 1.28 (31) + 166.56 = 0 \end{array} \right.$
- XX  $\left\{ \begin{array}{l} + 1.55 (4) - 309.30 (5) + 307.75 (6) + 5.07 (10) - 5.97 (11) + \\ + 0.90 (15) + 165.35 (19) - 168.04 (20) + 2.69 (21) - \\ - 185.70 = 0 \end{array} \right.$
- XXI  $\left\{ \begin{array}{l} + 4.32 (1) - 4.32 (2) + 0.17 (4) + 6.49 (6) - 6.49 (7) - \\ - 0.17 (9) + 0.90 (11) - 0.90 (15) - 0.70 (28) + 0.70 (30) - \\ - 1.24 (34) + 1.24 (35) \end{array} \right.$

Nakon izjednačenja mreže mjereni pravci dobili su popravke kako slijedi:

broj pravca	mjereni pravac	popravka	definitivni pravac
<b>Stajalište Zagreb</b>			
11	0 00 00.000	— 0.499	359 59 59.501
12	7 27 30.34	+ 0.752	7 27 31.092
13	8 02 17.44	+ 0.120	8 02 17.560
14	13 12 03.38	+ 0.004	13 12 03.384
15	66 58 24.90	— 0.794	66 58 24.106
10	337 27 44.00	+ 0.607	337 27 44.607
<b>Stajalište II</b>			
29	0 00 00.00	— 0.045	359 59 59.955
30	22 05 41.39	— 1.561	22 05 39.829
31	80 41 43.59	— 1.158	80 41 42.432
27	213 05 38.88	+ 0.962	213 05 39.842
28	310 26 50.06	+ 0.794	310 26 50.854
<b>Stajalište III</b>			
22	0 00 00.00	+ 0.455	0 00 00.455
23	43 00 39.16	— 0.239	43 06 38.921
24	64 31 44.72	+ 0.528	64 31 45.248
25	71 02 35.10	— 2.107	71 02 32.993
26	106 46 52.64	— 0.312	106 46 52.328
<b>Stajalište Brezovica</b>			
1	0 00 00.00	— 1.342	359 59 58.658
2	25 59 19.24	+ 2.032	25 59 21.272
3	56 13 31.37	— 0.690	56 13 30.680
<b>Stajalište Grmošćica</b>			
6	0 00 00.00	+ 0.521	0 00 00.521
7	17 57 48.76	— 1.383	17 57 47.377
8	29 34 03.81	+ 0.033	29 34 03.843
9	40 56 49.49	— 2.040	40 56 47.450
4	306 27 01.36	+ 1.600	306 27 02.960
5	359 36 35.89	— 0.230	359 36 35.660

## Stajalište Sv. Klara

19	7 11 17.38	— 1.853	7 11 15.527
20	7 54 21.72	— 1.503	7 54 20.217
21	45 14 07.83	+ 0.267	45 14 08.097
16	285 28 04.28	— 0.381	285 28 03.899
17	324 38 39.67	+ 0.543	324 38 40.213
18	336 30 20.65	+ 2.826	336 30 23.476

## Stajalište I

34	0 00 00.00	— 1.818	359 59 58.182
35	59 28 35.63	+ 0.438	59 28 36.068
36	178 53 28.25	+ 0.381	178 53 28.631
32	269 36 32.12	+ 1.871	269 36 33.991
33	274 05 46.70	— 0.442	274 05 46.258

Konačna dužina bazisa, kako je u jednom od prošlih brojeva ovog lista navedeno, reducirana na nivo plohu mora bila je:

$$\text{II—I} = 1698.88340 \text{ m}$$

$$\text{III—I} = 1171.62258 \text{ m}$$

Nakon izravnavanja, dobivena je konačna dužina osnovne strane Zagreb—Brezovica u logaritmima 4,046 6318.3 a reducirana na ravninu Gauss—Krügerove projekcije 4,046 6605.6

Težina osnovne strane, dobivena iz XXI normalne jednadžbe (ako koeficijente XXI jednadžbe obilježimo sa  $f$  i upotrebivši Gaussovu simboliku) iznosi:

$$\left[ \frac{ff}{p \ 20} \right] = \left[ \frac{FF}{p} \right] = \frac{1}{P} = 5.434406$$

Ovaj se iznos odnosi na jedinice šeste decimale logaritma, pošto su koeficijenti i slobodni članovi u jednadžbama XIII—XXI dani u jedinicama šeste decimale logaritma.

Suma kvadrata popravaka množениh s odgovarajućim težinama iznosi:

$$[pvv] = 63.00554$$

Prema tome srednja pogreška jedinice težine, odnosno srednja pogreška u šest girusa mjenenog pravca iznosi:

$$m_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{20}} = \pm 1''7759 *$$

Srednju pogrešku osnovne strane Zagreb—Brezovica dobivamo

$$M = m_0 \sqrt{\frac{1}{P}} = \pm 1.7759 \sqrt{5.434406}$$

$M = \pm 4.140$  jedinica logaritma šeste decimale ili

$M = \pm 41.40$  jedinica logaritma sedme decimale.

Relativnu srednju pogrešku dobivamo po formuli  $\frac{ds}{S} = \frac{d \log S}{\mu}$

$\mu$  je modul za prelaz iz Neperovih na dekadne logaritme

$$\frac{ds}{S} = \frac{0,000\,004\,14}{0,434} = \frac{1}{105.000}$$

Srednja pak pogreška osnovne strane biti će:

$$\underline{\underline{ds = \pm 0,106 \text{ m}}}$$

