

Sveuč. prof. Nikolaj Abakumov — Zagreb

Mjerenje bazisa za trigonometrijsku mrežu grada Zagreba 1947. god.

(Nastavak)

DRUGI METOD

857	24 m	+ 0,35	+ 6,87	=	24 m	+ 7,22 mm	+ 0,61
858	24 m	— 0,01	+ 7,81	=	24 m	+ 7,80 mm	+ 0,03
859	24 m	— 0,13	+ 8,43	=	24 m	+ 8,30 mm	— 0,47
860	24 m	— 0,16	+ 8,17	=	24 m	+ 8,01 mm	— 0,18
					<u>24 m</u>	<u>+ 7,83 mm</u>	

Vjerojatne dužine žica:

857	24 m	+ 0,45	+ 0,61	=	24 m	+ 1,06
858	24 m	+ 0,09	+ 0,03	=	24 m	+ 0,12
859	24 m	— 0,03	— 0,47	=	24 m	— 0,50
860	24 m	— 0,06	— 0,18	=	24 m	— 0,24

Duljina kontrolnih stupova

 $\theta = + 26,1^\circ$ rastezanje — 0,14 sezon. ista — 0,04

857	24 m	+ 1,06 mm	— 0,18	+ 6,87	=	24 m	+ 7,75 mm
858	24 m	+ 0,12 mm	— 0,18	+ 7,81	=	24 m	+ 7,75 mm
859	24 m	— 0,50 mm	— 0,18	+ 8,43	=	24 m	+ 7,75 mm
860	24 m	— 0,24 mm	— 0,18	+ 8,17	=	24 m	+ 7,75 mm
						<u>24 m</u>	<u>+ 7,75 mm</u>

Dobili smo razliku svega od 0,03 mm. No moramo upozoriti, da odstojanja između kontrolnih stupova nije konstantna veličina, to sam dokazao u svom članku »Materijal za proučavanje osnovičnog aparata Jerderina«, ali s obzirom na kratki period vremena, svega 5 dana, možemo ipak smatrati ovu veličinu konstantnom.

Uticaj trenja

28. VI.	— 0,22
3. VII.	— 0,21

Personalna razlika

28. VI.	+ 0,06
3. VII.	— 0,07
	<u>— 0,005</u>

Dakle je personalna razlika veoma malena.

Usporedimo sada duljine žica.

	3. VI.	3. VII.	Sredina	Razlika	1939
857	24 m + 1,10	+ 1,06	+ 1,08	+ 0,04	+ 1,11
858	24 m + 0,07	+ 0,12	+ 0,10	- 0,05	+ 0,09
859	24 m - 0,55	- 0,50	- 0,53	- 0,05	- 0,49
860	24 m - 0,18	- 0,29	- 0,21	+ 0,06	- 0,26
				Sred. 0,00	

Dobivene razlike nose čisto slučajan karakter.

Interesantno je sravniti dobivene duljine sa duljinama iz 1939. godine, pošto je za vrijeme okupacije Stjepan Horvat mjerio žicama bazisa u Petrinji. Iz ovog sravnjenja vidimo da se žicama nije ništa osobitog dogodilo. Ali 1. VII. 1947. pri razmotavanju žica 857 dobila je mali izlom. Kako se vidi iz gore spomenutog uspoređivanja ova činjenica nije osjetno uticala na duljinu žice. No žica 857 ipak se je skratila za 0,04 mm i mi smo odlučili za mjerenje 30. VI. upotrijebiti srednje duljine žica, a za ostale mjerenja duljina od 3. VII.

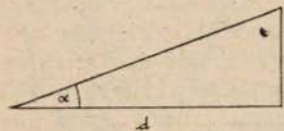
SRAČUNAVANJA BAZISA

Kako smo ranije rekli, krajevi bazisa obilježeni su podzemnim betonskim stupovima. Na ovim stupovima se nalaze mesingani centri sa fino urezanim križevima. Nad ovim križom bio je postavljen tronog sa reperom, a malo odstupanje bilo je određeno pomoću Willdovog teodolita, postavljenog na rastojanju oko 2—3 metra normalno spram bazisa, i obične igle, koja je bila stavljena postupno na križ centra i križ repera. Rastojanje od centra bilo je točno izmjereno vrpcom. Pošto smo svaki put ponavljali mjerenje, mi imamo materijal za određivanje točnosti ove operacije.

Traženo odstupanje »a« dobit ćemo po formuli

$$a = d \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Dakle



$$\Delta a = \operatorname{tg} \alpha \cdot \Delta d + \frac{d \cdot \sin 1''}{\cos^2 \alpha} \cdot \Delta \alpha''$$

Pošto smo rastojanje »d« izmjerili s točnošću do na 1 cm, to će prvi član biti ništavan. Maksimalni kut α iznosio je svega $9'13''$. Slijedi da možemo slobodno smatrati $\cos^2 \alpha = 1$. Dakle ćemo odrediti pogrešku po formuli:

$$\Delta a = d \cdot \sin 1'' \cdot \Delta \alpha''$$

U donjoj tablici dati su rezultati sračunavanja veličina »a« i Δa za obadva bazisa.

α	d	$\Delta \alpha''$	Δa	a
4'19"	2,175 m	$\pm 3''$	$\pm 0,032$ mm	+ 2,731
9'13"	2,674	0	0,000	- 7,169
7'44"	2,614	14"	0,177	+ 5,880
1'15"	2,057	6"	0,060	- 0,748
1'41"	2,532	0	0,000	+ 1,240
3'22"	2,416	5"	0,059	+ 2,366
3'14"	2,416	8"	0,094	+ 2,272
4'00"	2,6025	4,5	0,057	+ 3,028

OVAKO male pogreške dobili smo blagodareći teodolitu Willd, koji dozvoljava fokusiranje na malom odstojanju.

Prije mjerenja baze su bile iskolčene pomoću teodolita, tako da je svaki mali kolac ili križ na betonu ceste bio postavljen u liniji bazisa na rastojanju od 24 metra jedan od drugog. Ovi su kolčići olakšali stavljanje tronoga za vrijeme mjerenja bazisa. Prvi bazis iznosio je 71 raspon + ostatak, a drugi 49 raspona + ostatak.

Pri mjerenju naprijed, opažači su zauzimali položaj II. t. j. Benčić je bio na strani nule. Benčić je tri puta vukao i tri puta gurao žice. Pri mjerenju natrag opažači su promijenili mjesto i sad već Grgac tri puta vuče i tri puta gura žice. Sume dobivenih razlika čitanja na skalama žica dane su u donjoj tablici. U istoj tablici dane su i aritmetičke sredine razlika vuče-gura i srednje razlike žica 857-858.

Datum	Pravac	Sume razlika čitanja		Vuče-gura	857-858	Težina
		859	858			
30. VI.	naprijed	+ 591,892	+ 661,342	- 0,363	+ 0,978	71
1. VII.	natrag	+ 597,858	+ 656,865	- 0,029	+ 0,831	71
2. VII.	naprijed	+ 368,575	+ 415,520	- 0,257	+ 0,958	49
2. VII.	natrag	+ 364,208	+ 410,028	- 0,159	+ 0,935	49

Opšta sredina — 0,20

Sjetimo se da je utjecaj trenja na kontrolnim stupovima bio 28. VI. — 0,22 a 3. VII. — 0,21. Kad to sravnimo sa gornjim nalazimo potpuno slaganje. Razlike između žica pokazuju, da je naše riješenje, da upotrijebimo za 30. VI. srednje duljine žica, a za ostale dane od 3. VII., bilo na mjestu. Zbilja ako usporedimo odgovarajuće razlike dobit ćemo:

Kontrolni stupovi	Bazis	Kontr. st. — bazis
0,98	0,98	0,00
0,94	0,83	+ 0,11
0,94	0,96	- 0,02
0,94	0,94	0,00

Sredina + 0,02 mm

Relativno veliko odstupanje + 0,11 ima svoj uzrok. Prije svega mi smo spomenuli da je u početku mjerenja ovog dana žica 857 dobila izlom, dakle se je njena duljina skratila, pa iz toga slijedi da se smanjila i razlika. Moguće u prvi momenat skraćenje je bilo mnogo veće, ali tokom mjerenja pod napetošću od deset kilograma, duljina se žice ponovo povećala. Ima još jedan uzrok. Nekoliko raspona dali su male razlike (jedan čak svega 0,25). Ovu činjenicu moguće je objasniti tim, što za vrijeme mjerenja karlovačkom cestom nekoliko puta strahovitom brzinom prejurio je autobus »Putnik«, ne obraćajući nikakovu pažnju na naše znakove, da smanji brzinu. Razumije se da je moglo nastati pomjeranje stativa.

Niveliranje repera bilo je izvršeno običnim nivelirom po asistentu ing. Reiseru. Geodetski zavod je imao za niveliranje Guillaumov pribor (Lunette de nivellement), ali ga je prof. Stjepan Horvat zaboravio u Petrinji, i on je nestao.

Reduciranje na horizont izvršeno je po tablicama danim u »Mitteilungen des K. u. K. Militärgeographischen Institutes XXXI. Band 1911. str. 76. Rezultati reduciranja na horizont su slijedeći:

Dan mjerenja	Pravac	Redukcija na horizont
30. VI.	naprijed	— 9,955
1. VII.	natrag	— 13,352
2. VII.	naprijed	— 1,304
2. VII.	natrag	— 2,698

Uticaj temperature dan je u donjoj tablici:

Dan		\varnothing	t	Svak. reduk.	Sezon. red	Suma
30. VI.	naprijed	+ 30,3	+ 26,0	— 13,916	— 2,485	— 16,401
1. VII.	natrag	+ 29,8	+ 26,0	— 13,490	— 2,485	— 15,975
2. VII.	naprijed	+ 27,6	+ 26,0	— 7,938	— 1,715	— 9,653
2. VII.	natrag	+ 28,6	+ 26,0	— 8,575	— 1,715	— 10,290

Ostatak je bio izmjeren invarnom vrpcom od 12 metara. Dobiveni su slijedeći rezultati:

Dan		Ostatak m	Redukcija na horiz.	Definitivna veličina
30. VI.	naprijed	— 5,726,430	2,386 mm	— 5,724,044 m
1. VII.	natrag	— 5,727,970	0,107	— 5,727,863
2. VII.	naprijed	— 4,768,885	2,746	— 4,766,139
2. VII.	natrag	— 4,768,980	2,617	— 4,766,363

Geografska širina Sevrea (Francuska), gdje su bile etalonirane žice je $48^{\circ},8$ a geografska širina našeg bazisa je $45^{\circ},8$. Razlika je 3° . Dakle po formuli promjena za širinu

$$\text{za prvi bazis} \quad - 0,0007 \times 71 \times 3 = - 0,149 \text{ mm}$$

$$\text{za drugi bazis} \quad - 0,0007 \times 49 \times 3 = - 0,103 \text{ mm}$$

Relativna korekcija za deformaciju lančanice i radi pogreške pri stavljanju repera, koja zavisi od razlike visina repera nisu došli do izražaja, jer su ove razlike manje od 0,3 metra.

Sada imamo sve podatke za sračunavanje bazisa.

I. BAZIS

30. VI. 1947.

II. položaj opažača

žica 857

žica 858

71 žica	1704,076,680	1704,007,100
a_1	+ 2,731	+ 2,731
a_2	- 7,169	- 7,169
Suma rez. čitanja	+ 591,892	+ 661,342
Redukcija na hor.	- 9,955	- 9,955
Temperatur. član	- 16,401	- 16,401
Korekcija za širinu	- 0,149	- 0,149
Ostatak	- 5,724,044	- 5,724,044

L 1698,913,585 - 0,065 1698,913,455 + 0,065

Sredina 1698,913,520

1. VII. 1947

I. položaj opažača

1704,075,260	1704,008,520
+ 5,880	+ 5,880
- 0,748	- 0,748
+ 597,858	+ 656,865
- 13,352	- 13,352
- 15,975	- 15,975
- 0,149	- 0,149
- 5,727,863	- 5,727,863

1698,920,911 - 3,8665 1698,913,178 + 3,8665

1698,917,045

$$\varepsilon_0 = \pm \sqrt{\frac{\sum v^2}{4-2}} = \pm \sqrt{\frac{29 \cdot 91}{2}} = \pm \sqrt{14,955}$$

$$\varepsilon_0 = \pm 3,867 \text{ mm}$$

$$\varepsilon = \pm \frac{3,867}{2} = \pm 1,938$$

Dakle je I. bazis jednak

$$1698,915,28 \text{ metara} \pm 1,94 \text{ mm} \quad \frac{1}{876\,000}$$

II. BAZIS

2. VII. 1947.

II. položaj opažača

857

858

1176,051,940	1176,005,880
+ 1,240	+ 1,240
+ 2,366	+ 2,366
+ 368,575	+ 415,520
— 1,304	— 1,304
— 9,653	— 9,653
— 0,103	— 0,103
— 4766,139	— 4,766,139

$$1171,646,922 - 0,4425 \quad 1171,647,807 + 0,4425$$

$$1171,647,3645$$

II. BAZIS

2. VII. 1947.

I. položaj opažača

1176,051,940	1176,005,880
+ 2,272	+ 2,272
+ 3,028	+ 3,028
+ 364,208	+ 410,028
— 2,698	— 2,698
— 10,290	— 10,290
— 0,103	— 0,103
— 4,766,363	— 4,766,363

$$1171,641,994 - 0,120 \quad 1171,641,754 + 0,120$$

$$1171,641,874$$

$$\epsilon_0 = \pm \sqrt{\frac{0,4204}{2}} = \pm \sqrt{0,2102} = \pm 0,458 \text{ mm}$$

$$\epsilon = \pm 0,229 \text{ mm}$$

Dakle je drugi bazis jednak

$$1171,644,62 \text{ m} \pm 0,23 \text{ mm} \quad \frac{1}{5\,094\,000}$$

Radi kontrole odredimo personalnu razliku u istom smislu kao i na kontrolnim stupovima t. j. I. položaj — II. položaj

$$\text{I. bazis} + \frac{3,5245}{71} = + 0,049$$

$$\text{II. bazis} - \frac{5,4905}{49} = - 0,112$$

$$\text{Opća sredina} - \frac{1,964}{120} = - 0,016$$

Na kontrolnim stupovima bila je — 0,005

Dakle i ovdje nema nikakvog iznenađenja

REDUKCIJA NA NIVO PLOHU MORA

Apsolutna visina prve bazisne točke (sjevero-istočne) jednaka je

$$117,926 \text{ m}$$

Visinu druge i treće bazisne točke odredili smo iz svoga nivelmana, koji smo izvršili radi redukcije na horizont.

$$\text{Druga točka} \quad 118,58$$

$$\text{Treća točka} \quad 119,08$$

Dakle srednja apsolutna visina

$$\text{I. bazis} \quad 118,25$$

$$\text{II. bazis} \quad 118,83$$

Ali ove veličine moramo ispraviti za visinu repera nad centrom. Srednja visina za prvi bazis iznosi 1,52 metra, a za drugi 1,30 metara. Slijedi za reduciranje na nivo plohu mora moramo uzeti visinu.

$$\text{I. bazis} \quad H = 119,77$$

$$\text{II. bazis} \quad H = 120,13$$

Samo je reduciranje izvršeno po formuli

$$L - L_0 = \frac{LH}{R}$$

gdje je

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{N} (1 + e^2 \cdot \cos^2 \varphi \cdot \cos A)$$

N radius krivine prvog vertikala

e ekscentricitet

φ srednja geografska širina bazisa

A azimut bazisa

$$\varphi = 45^{\circ}46',3$$

$$\text{I. bazis } A_{II-I} = 56^{\circ},5$$

$$\text{II. bazis } A_{III-II} = 67^{\circ},5$$

Sa ovim podacima i sa Besselovim elementima dobit ćemo redukciju na nivo plohu mora

$$\text{za I. bazis } 31,88 \text{ mm}$$

$$\text{za II. bazis } 22,04 \text{ mm}$$

Dakle je definitivna duljina bazisa na nivo plohi mora

$$\text{I. bazis } 1.698,883 \text{ 40 metara } \pm 1,94$$

$$\text{II. bazis } 1.171,622 \text{ 58 metara } \pm 0,23$$

Interesantno je pogledati brzinu mjerenja bazisa, isključivši vrijeme odmora i svih pripremnih radova

Kontrolni stupovi

$$28. \text{ VI. } 1^{\text{h}} 50^{\text{m}}$$

$$3. \text{ VII. } 1^{\text{h}} 35^{\text{m}}$$

Bazis I.

$$30. \text{ VI. } \text{ naprijed } 9^{\text{h}} 11^{\text{m}} \quad 185 \text{ metara na sat}$$

$$1. \text{ VII. } \text{ nazad } 8^{\text{h}} 28^{\text{m}} \quad 201 \text{ metra na sat}$$

Bazis II

$$3. \text{ VII. } \text{ naprijed } 4^{\text{h}} 5^{\text{m}} \quad 287 \text{ metara na sat}$$

$$3. \text{ VII. } \text{ nazad } 4^{\text{h}} 10^{\text{m}} \quad 281 \text{ metar na sat}$$

