

Stručni i organizacioni prikazi

Dr. ing. Nikola Čubranić — Zagreb

Tablica za redukciju dužina kod Gauss-Krügerove projekcije

Danas nastojimo zbog ekonomičnosti i brzine posla sve više geodetskih operacija obaviti računskim strojem umjesto logaritmičkim tablicama. Tako i za računanje koordinata točaka viših redova u Gauss-Krügerovoj projekciji upotrebljavamo računski stroj. Redovito moramo dužine između pojedinih točaka dati: na projekciji, i prave dužine na sferoidu. U »Katastarskom pravilniku I. dio« imamo odgovarajuće tablice, koje su izrađene imajući u vidu logaritamski način računanja koordinata, pa se u slučaju računanja računskim strojem mora, radi računanja redukcije dužina, prelaziti na logaritamski oblik. To je svakako jedna nezgoda i poteškoća u računanju. Da bi se ta poteškoća otklonila preradio sam formule za redukciju dužina i po njima izradio tablice, da bi bile prikladne za računanje računskim strojem.

Uputa za korišćenje tablice

Za redukciju dužina u Gauss-Krügerovoj projekciji vrijehdi formula:

$$d - S = S \left(\frac{\bar{Y}_m^2}{2 R_m^2} + \frac{\Delta \bar{Y}^2}{24 R_m^2} + \frac{\bar{Y}^4}{24 R_m^4} \right)$$

Kako iz priležećih tablica vidimo, posljednji član za srednju udaljenost y_m od 140 km iznosi jedinicu osme decimale, t. j. na dužinu od 50 km iznositi će svega 0,5 cm. Redovito dakle i kod praktički najvećih dužina možemo ovaj član zanemariti i pisati da je

$$d - S = S \left(\frac{\bar{Y}^2}{2 R_m^2} + \frac{\Delta \bar{Y}^2}{24 R_m^2} \right)$$

gdje je d dužina na projekciji, S je dužina geodetske linije na sferoidu, \bar{Y}_m je srednja udaljenost strane od osi X , R_m je srednji radius zakrivljenosti. Ako je poznata dužina na projekciji d , a ne S , vrijehdi formula:

$$d - S = d \left(\frac{\bar{Y}_m^2}{2 R_m^2} + \frac{\Delta \bar{Y}^2}{24 R_m^2} \right) - d \left(\frac{\bar{Y}_m^2}{2 R_m^2} + \frac{\Delta \bar{Y}^2}{24 R_m^2} \right)^2$$

No lako je, uvidjeti da i za najveće dužine možemo uzeti prosto

$$d - S = d \left(\frac{\bar{Y}^2}{2 R_m^2} + \frac{\Delta \bar{Y}^2}{24 R_m^2} \right)$$

Vrijednosti u tablici sračunate su za srednji radius zakrivljenosti za srednju širinu Jugoslavije kojoj odgovara apscisa $X = 4.901$ km, pa će ponekad trebati uzimati prema odgovarajućem X popravku zbog promjene radija krivine po formuli $-\frac{\bar{Y}_m^2}{R_m^3} dR$, čije su vrijednosti sračunate

u donjoj lijevoj tablici. Redovito će za sve praktične svrhe biti dovoljno koristiti se samo prvom tablicom.

Tablice koristimo na slijedeći način: Po argumentu y_m u gornjoj tablici tražimo odgovarajuću vrijednost, zatim po argumentu Δy , kog tražimo u istom stupcu kao i y_m , nađemo pripadajuću vrijednost. Potonju podijelimo sa 12 i pribrojimo prvoj vrijednosti. Kad taj zbroj pomnožimo sa d ili S dobivamo traženu redukciju. Na pr.

Na pr.: A

	Y	X
Plješivica (Samoborska)	52.387,76	5 066 612,01
Jerusalem	91.568,44	5 149 243,02

$$\Delta Y = 39,18 \text{ km}$$

$$Y_m = 71,98 \text{ km}$$

Ovim koordinatama odgovara dužina na projekciji

$$d = 91,449.50$$

Po argumentu Y_m imamo	0,00006371	$d = 91,449.50$
„ „ ΔY „ 1888 : 12 =	157	$d \cdot S = k \cdot d = 5.97$
„ „ $k =$	0.00006528	$S = 91.443,53$

Drugi primjer preko granice zone:

$$\text{Točka I} \quad Y = 157\,460,00 \quad X = 4\,882\,230,00$$

$$\text{Točka II} \quad Y = 144\,550,00 \quad X = 4\,929\,210,00$$

$$\Delta Y = 12,91 \text{ km} \quad X_m = 4\,905 \text{ km}$$

$$Y_m = 151,00 \text{ km}$$

Ovim koordinatama odgovara: $d = 48\,721,537$

Po arg. Y_m	0.00028036	$d = 48\,721,537$
„ „ $\Delta Y \dots 205 : 12 \dots$	17	$d \cdot k = 13,669$
„ drugoj tablici	0	$-d \cdot k^2 = -4$
„ trećoj tablici	1	
	$k = 0.00028054$	$S = 48\,707,872$
		$S \cdot k = 13.665$

Dakle i kod ovako velikog Y_m možemo treću tablicu zanemariti.

T A B L I C E

za redukciju dužina strana u Gauss-Krugerovoj projekciji

$$d - S = S \left(\frac{\bar{Y}^2 m}{2R^2 m} + \frac{\Delta \bar{Y}^2}{24R^2 m} \right) = S \cdot K$$

\bar{Y}_m i $\Delta \bar{Y}$ u kilom.	$\frac{\bar{Y}^2 m}{2R^2 m}$	Δ	\bar{Y}_m i $\Delta \bar{Y}$ u kilom.	$\frac{\bar{Y}^2 m}{2R^2 m}$	Δ	\bar{Y}_m i $\Delta \bar{Y}$ u kilom.	$\frac{\bar{Y}^2 m}{2R^2 m}$	Δ	\bar{Y}_m i $\Delta \bar{Y}$ u kilom.	$\frac{\bar{Y}^2 m}{2R^2 m}$	Δ	\bar{Y}_m i $\Delta \bar{Y}$ u kilom.	$\frac{\bar{Y}^2 m}{2R^2 m}$	Δ
	0,0000			0,0000			0,0000			0,0001			0,0000	
1	0001	4	31	1181	77	61	4575	152	91	0182	225	121	1 8003	299
2	0005	6	32	1259	80	62	4727	153	92	0407	228	122	1 8301	302
3	0011	9	33	1399	82	63	4880	156	93	0635	230	123	1 8603	303
4	0020	11	34	1421	85	64	5036	159	94	0865	232	124	1 8906	307
5	0031	13	35	1506	87	65	5195	161	95	1097	235	125	1 9213	308
6	0044	16	36	1593	90	66	5356	164	96	1332	237	126	1 9521	311
7	0060	19	37	1683	92	67	5520	166	97	1569	240	127	1 9832	314
8	0079	21	38	1775	95	68	5686	168	98	1809	242	128	2 0146	316
9	0100	23	39	1870	97	69	5854	171	99	2051	245	129	2 0472	318
10	0123	26	40	1967	100	70	6025	173	100	2296	247	130	2 0782	321
11	0149	28	41	2067	102	71	6198	176	101	2543	250	131	2 1101	324
12	0177	31	42	2169	104	72	6374	179	102	2793	252	132	2 1425	325
13	0208	33	43	2273	107	73	6553	180	103	3045	254	133	2 1750	329
14	0241	36	44	2380	110	74	6733	184	104	3299	257	134	2 2079	330
15	0277	39	45	2490	112	75	6917	185	105	3556	260	135	2 2409	334
16	0315	40	46	2602	114	76	7102	188	106	3816	262	136	2 2743	335
17	0355	43	47	2716	117	77	7290	191	107	4078	264	137	2 3078	339
18	0398	46	48	2833	119	78	7481	193	108	4342	267	138	2 3417	340
19	0444	48	49	2952	122	79	7674	195	109	4609	269	139	2 3757	343
20	0492	50	50	3074	124	80	7869	198	110	4878	272	140	2 4100	346
21	0542	53	51	3198	127	81	8067	201	111	5150	274	141	2 4446	348
22	0595	55	52	3325	129	82	8268	203	112	5424	277	142	2 4794	350
23	0650	59	53	3454	132	83	8471	205	113	5701	279	143	2 5144	353
24	0708	54	54	3586	134	84	8676	208	114	5980	281	144	2 5497	355
25	0769	61	55	3720	137	85	8884	210	115	6261	284	145	2 5852	358
26	0831	65	56	3857	138	86	9094	213	116	6545	287	146	2 6210	360
27	0896	68	57	3995	141	87	9307	215	117	6832	289	147	2 6570	363
28	0964	70	58	4136	144	88	9522	218	118	7121	291	148	2 6933	365
29	1034	72	59	4280	147	89	9740	220	119	7412	294	149	2 7298	368
30	1106	75	60	4427	148	90	9960	222	120	7706	297	150	2 7666	

$$- \frac{\bar{Y}^2 m}{R^2 m} d R$$

(u jedinicama osmog decimalnog mjesta)

\bar{X}_m u km \bar{Y}_m u km	4500	4600	4700	4800	4901	5000	5100	5200
10	+0,1	+0,1	+0,1	+0,0	0,0	-0,0	-0,1	-0,1
20	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	0,1	0,2	0,3
30	0,9	0,7	0,5	0,2	0,0	0,2	0,5	0,7
40	1,7	1,2	0,8	0,4	0,0	0,4	0,8	1,2
50	2,6	1,9	1,3	0,6	0,0	0,6	1,3	1,9
60	3,7	2,8	1,9	0,9	0,0	0,9	1,9	2,8
70	5,1	3,8	2,5	1,3	0,0	1,3	2,5	3,8
80	6,6	5,0	3,3	1,7	0,0	1,7	3,3	4,9
90	8,4	6,3	4,2	2,1	0,0	2,1	4,2	6,2
100	10,4	7,8	5,2	2,6	0,0	2,6	5,1	7,7
110	12,6	9,4	6,3	3,1	0,0	3,1	6,2	9,3
120	14,9	11,2	7,4	3,7	0,0	3,7	7,4	11,1
130	17,5	13,2	8,7	4,4	0,0	4,3	8,7	13,0
140	20,3	15,3	10,1	5,1	0,0	5,0	10,0	15,2
150	23,3	17,5	11,6	5,8	0,0	5,7	11,5	17,1

Kod velikih udaljenosti od X osi treba članovima u zagradi dodati veličinu

$$\frac{\bar{Y}^2 m}{24 R^4 m}$$

U jedinicama 8 decim.

\bar{Y}_m u Kilom.	
120	+0,5
130	0,7
140	1,0
150	1,3

$$d - S = d \cdot K - d K^2$$