Prof. Nikolaj Abakumov — Zagreb

Da li je moguće odrediti geografsku širinu pomoću gravimetrije

Ovo je pitanje veoma jednostavno za čovjeka, koji se bavi gravimetrijom; ali onaj tko nije detaljno upućen u gravimetrijske metode, odmah će odgovoriti pozitivno na postavljeno pitanje i bit će na prvi pogled u pravu.

Sila teže je zavisna od geografske širine t. j. $g = f(\varphi)$, gdje je g-ubrzanje sile teže, a φ-geografska širina, a dakle i obratno $\varphi = f(g)$. Ali potrebno je ustanoviti sa kojom točnošću možemo odrediti geografsku širinu pomoću gravimetrije. Za ovu svrhu diferenciramo poznatu gravimetrijsku jednadžbu Clairaut-a

$$g = g_e (1 + \beta \sin^2 \varphi)$$

gdje je g -ubrzanje sile teže na točki sa geografskom širinom φ, a g_e ubrzanje sile teže na ekvatoru; β — brojni koeficijent. Za našu svrhu potpuno je dovoljno uzeti zaokružene brojeve $g_e = 978$ gala*, $\beta = 0{,}0053$, dakle

$$g = 978 + 5{\cdot}18 \sin^2 \varphi \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

$$dg = 5{\cdot}18 \sin 2\varphi \, d\varphi$$

odkud

$$\Delta \varphi'' = \frac{\Delta\varphi'' \; \Delta g}{5.18 \sin 2\varphi \sin 1''} = \frac{39\,819}{\sin 2\varphi} \Delta g \; . \; . \; . \quad (2)$$

Pogrješka širine određene pomoću gravimetrije zavisi ne samo od pogrješke Δg (pogrješke ubrzanja), nego i od same geografske širine, pri čemu na ekvatoru i na polovima nije moguće odrediti širinu, pošto njezina pogrješka postaje jednaka beskonačnosti .

Apsolutna određivanja ubrzanja sile teže vrše se sa točnošću do nekoliko tisućinka gala (t. zv. milligali). Na primjer u Potsdamskom geodetskom zavodu apsolutno određivanje sile teže, koje se uzima kao temelj svih relativnih određivanja ,bilo je izvršeno 1898—1904 .god. pomoću pet reverzionih njihala. Bilo je izvršeno četrdeset serija opažanja. Srednji rezultat dobiven je sa pogrješkom $\pm$ 3 milligala. Ali ova pogrješka je sredina iz mnogobrojnih opažanja, a inače određivanje ubrzanja sile teže bit će opterećeno većom pogrješkom. Savremena relativna određivanja ubrzanja sile teže, t. j. gravimetrijska veza dviju točaka, vrši se sa točnošću do jednog milligala, t. j. točnije nego osnovno apsolutno određivanje ubrzanja sile teže u Potsdamu. Uzmimo za naša ispitivanja točnost $\Delta g = \pm$ 0.001 gala. Pomoću formule (2) možemo sastaviti tablicu na str. 65.

Ova tablica govori sama za sebe. Sa sadašnjim priborima za određivanje sile teže geografsku širinu moguće je odrediti samo grubo, pri čemu blizu pola i ekvatora uopće je nije moguće odrediti. To se vidi i iz naše formule (1). Ako promijenimo glavni član za jedan mgl moramo odstupiti od ekvatora po širini za

* Radi skraćenja oznake cm/sek² ušao je u uporabu specijalni naziv gal skraćeno od »Galilej«, a to je ubrzanje jednako 1cm u jednu sekundu srednjeg vremena, ili ubrzanje koje daje sila od 1 dina masi od 1 grama.

φ	$\Delta\ \varphi$
0^0	∞
15	1′ 20″
30	0 46
45	0 40
60	0 46
75	1 20
90	∞

moramo odstupiti za istu veličinu $90^{\circ} - \varphi = 47' 46''$.

$$\sin\varphi = \sqrt{\frac{0.001}{5.18}}\ ;\ \varphi = 47' 46''$$

Na polovima gdje je

$$\sin\varphi = \sqrt{\frac{5.179}{5.18}}\ ;\ \varphi = 89^{\circ} 12' 14''$$

Dakle u granicama skoro jednog stupnja usvojenom točnošću od 0,001 gala, ne može se na ekvatoru i polovima određivati geografska širina.

Moramo uzeti u obzir još jednu činjenicu. Određivati geografske širene moguće je samo pomoću formule normalnog ubrzanja sile teže. Ovih formula postoji nekoliko. Uzmimo dvije:

Helmerta

(1901—1909 $\gamma_0 = 978.030\ (1+0{,}005302\ \sin^2\varphi - 0.000007\ \sin^2 2\varphi)$

Cassinisa $\gamma_0 = 978.049\ (1+0.0052884\ \sin^2\varphi - 0.0000059\ \sin^2 2\varphi)$

Posljednja formula bila je usvojena godine 1930 od strane međunarodnog geodetskog i geofizičkog kongresa kao normalna.

Ove formule jesu rezultat obrađivanja mnogobrojnih opažanja ubrzanja sile teže. One su reducirane na nivo plohu mora i na potsdamski sistem.

Ako odredimo ubrzanje sile teže na nekoj točki, dobivenu veličinu g moramo reducirati na nivo plohu mora, ali ova reducirana veličina g_0 ne će biti jednaka γ_0 nego će uvijek odstupiti za $g_0 - \gamma_0$, tako zvanu anomaliju sile teže, koja zavisi od nepravilne raspodjele gustoće u zemljinoj kori. Ova činjenica donosi nove poteškoće u određivanju geografske širine.

Dopustimo da smo na nekoj točki blizu $\varphi = 45^{\circ}$ dobili ubrzanje sile teže $g_0 = 980.625$. Uzevši u obzir samo prva dva člana dobiti ćemo po Helmertovoj formuli $\varphi = 45^{\circ} 1' 29''$: po Cassinisovoj $\varphi = 44^{0} 53' 15''$, dakle imamo razliku od 8′ 14″. Položaj je beznadan. — Pomoću gravimetrije nije moguće određivanje geografske širine.

Pogledajmo sada sa kojom točnošću moramo odrediti ubrzanje sile teže, da bi smo dobili širinu barem sa točnošću ± 1″, razumije se za srednje širine (45°), jer kako smo vidjeli, na polu i ekvatoru nije uopće moguće određivanje geografske širine.

Prema formuli (2) za $\varphi = 45^0$

$$\Delta g = \frac{1}{39\ 819} = 0.000025 \text{ gala.}$$

No ovakova osjetljivost ima i svojih loših strana. Pribor će sa ovakovom osjetljivošću reagirati na relativno neznatne promjene bliskih masa. Dakle će eliminiranje utjecaja ovih masa biti dosta komplicirano. No na kraju krajeva mi moramo određivati geografsku širinu pomoću formule Clairaut-a, dakle gore navedene činjenice ostaju na snazi.

Postoji jedan pribor, koji sa visokom točnošću do 10^{-9} gala (jednog Etveša*) registrira promjenu sile teže. To je Eőtvőšov variometar. Da li je moguće pomoću ovog pribora pratiti promjenu geografske širine?

I na ovo pitanje treba odgovoriti negativno.

Variometar ne daje neposrednu promjenu ubrzanja sile teže nego samo horizantalne komponente ovog ubrzanja u pravcu koordinatnih osi (t. zv. gradiente). Nas sada interesira gradient $\frac{\partial g}{\partial x}$ u pravcu osi X, koja se uzima u pravcu meridijana. Linearna promjena ∂x po meridijanu jednaka je $\partial x = M d\varphi$, gdje je M radij krivine po meridijanu. Za našu svrhu slobodno možemo smatrati M jednakim velikoj poluosi a.

$$\text{Dakle } \frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial g}{a \partial \varphi}$$

Veličina $\frac{\partial g}{\partial \varphi} = 5.18 \sin 2\varphi$; slijedi $\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{5.18 \sin 2\varphi}{a}$, odkud

$$\sin 2\varphi = \frac{\frac{\partial g}{\partial x} \cdot a}{5.18}$$

Diferenciramo ovu jednadžbu

$$2 \cos 2\varphi\, d\varphi = \frac{a}{5{\cdot}18}\, d\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right) \qquad d\varphi = \frac{a}{10{\cdot}36 \cos 2\varphi}\, d\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)$$

Izrazimo promjenu širine u lučnim sekundama, a promjenu gradienta $\frac{\partial g}{\partial x}$ u Etvešima, dobiti ćemo

$$\Delta\varphi'' = \frac{a \cdot 10^{-9}}{10{\cdot}36 \cos 2\varphi \sin 1''}\, \Delta\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)$$

Ili sa Besselovim a

$$\Delta\varphi'' = 12697\, \frac{\Delta\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)}{\cos 2\varphi}$$

* Etveš 10^{-9} cgs. Gradient jednak jednom Etvešu daje promjenu ubrzanja sile teže jednaku jednom milligalu na 10klm.

Sastavimo i za ovaj slučaj tablicu:

φ	$\Delta\varphi$
0^0	$+3^0 31' 37''$
15	+ 4 4 21
30	+ 7 3 14
45	∞
60	− 7 3 14
75	− 4 4 21
90	− 3 31 37

Dakle na geografskoj širini 45^0 promjena u širini ne utječe na gradient $\frac{\partial g}{\partial x}$. Ali i na ekvatoru i na polovima promjena širine od 3^0 31' 37" izazvati će promjenu u gradientu svega za jedan Etveš. Slijedi da pomoću variometra ne može biti ni riječi o kakvoj kontroli promjene geografske širine.

Ali ova konstatacija ima i svoju dobru stranu. — Pri obradi gravimetrijskih radova nije potrebno znanje točne geografske širine.

★

Geodet Emil Adamik, Zagreb.

Transformacija koordinata.

1929. god. izdat je »Katastarski pravilnik« I. dio »Triangulacija«, kojim se kod nas uvodi Gauss-Krügerova konforna poprečna cilindrična projekcija sa 3 meridijanske zone, kao podloga za novu izmjeru. Kao osnova ove nove projekcije usvojene su geografske koordinate trigonometrijskih točaka I. reda, koje je za Srbiju, Makedoniju i Crnu Goru izračunao i izjednačio Vojni Geografski Institut, a u ostalim pokrajinama države uzete su geografske koordinate objavljene u »Ergebnisse der Triangulierungen...« sv. I. Beč 1901.

U trigonometrijskoj mreži I. reda bečkog geografskog instituta postojale su velike praznine u Bosni, Vojvodini, a manja u Sloveniji. Da bi se ova praznina popunila od 1928. god. započeta su nova opažanja na svim starim i novim točkama, a njihovo računanje i izjednačenje izvodilo je bivše Odelenje katastra. Ovi radovi bliže se kraju, te ćemo uskoro imati jednostavnu mrežu trokutova na cijelom području države sa svim koordinatima točaka I. reda.

U Geodetskom listu br. 1-2 za 1947. god. izložio je Ing. Dr. Čubranić razne projekcione sisteme, koji su postojali kod nas do usvojenja Gauss-Krügerove projekcije, a u kojima se još i danas računaju koordinate. Ovim sistemima treba još dodati nove sisteme Gauss-Krügerove projekcije u kojima su izračunate koordinate trig. točaka I. reda, a to su: već