

# ГЕОМЕТАРСКИ И ГЕОДЕТСКИ ГЛАСНИК

Орган Удружења Геометара и Геодега Краљевине Југославије  
БЕОГРАД, Браће Југовића 16/1. Чек. рачун бр. 53-233

Милош Тривунац, студ. технике

## МЕРЕЊЕ ДУЖИ ПРИ ГЕОДЕТСКИМ РАДОВИМА

### У в о д

#### Мерење. Јединице за мерење. Системи за мерење.

Вредност неке количине из природе одређује се на тај начин, што се она упореди са другом количином исте врсте, за чију се вредност претпостави да је унапред позната. Количина којом се упоређује зове се *јединица за мерење* те врсте количина, а сама операција упоређивања зове се *мерење*. Оваква дефиниција јединице за мерење очевидно садржи само један једини услов, да је *јединица за мерење једне врсте количина мора да је и кама количина те исте врсте*. Дакле се дужина мери дужином, угао углом, тежина тежином итд. Резултат мерења изражен је бројем, коефицијентом, који показује колико је пута мерена количина већа од јединице, тј. колико се пута јединица садржи у мереној количини.

У погледу избора и величине јединица за мерење дефиниција не каже ништа, а то значи да је избор јединица за мерење ствар конвенционална, да се ма која количина може усвојити за јединицу за мерење сличних количина. И очевидно је да се растојање двеју тачака на терену неће променити зато што је мерено метром, а не хватима, нити ће неко бити старији ако се за њега каже да је стар 600 месеца место 50 година. Према томе вредност неке количине је посве релативна и односи се увек на ону количину која је узета за јединицу. Зато се увек после броја, који карактерише вредност мерене количине мора нагласити и јединица на коју се он односи. У писаним саставима ово се наглашавање врши на тај начин, што се после бројне вредности, изражене цифрама, ставља знак дотичне јединице. Ови знаци такође су конвенционални и за њих се обично усвајају почетна слова назива дотичних јединица, као што је случај код углова. На пример пут дуг десет километара (пут дуг 10 км); угао пет степени тридесет два минута (угао  $5^{\circ} 32'$ ).

Човек је мерио од искона. Прве јединице за мерење бирао је из Природе, најчешће према своме телу или према својој снази, па и према томе давао називе: лакат, стопа, хват, палац итд. за дужине; дан орања и слично за површине; бреме, навилјак итд. за тежине. О овоме има трагова код свих народа и у свима језицима. Интересантно је да се код нас, а ваљда је тако и у других народа, у ширим слојевима, а нарочито у брдским крајевима, народ и данас по каткад служи овим примитивним јединицама. Но ни сви

прсти на једној руци нису једнаки, а камо ли у разних људи, нити сви људи могу подједнако да понесу. А човек је себичан, вазда му се чинило да је у туђој руци комад већи, увек му је туђа мера била крива.

Све ово наводи на помисао да слобода у избору јединица није тако неограничена, као што на први поглед изгледа. Две су чињенице, које утичу на избор јединице за мерење. Прво јединица за мерење мора да се изабере тако, да се њоме може спретно руковати, тј. да однос мерене количине према јединици не буде изражен каквим фантастичним великим бројем или разликом са много нула после десетне запете. Друго, брзо се увидело да су јединице за мерење од општег привредног, правног и научног значаја, дакле задиру у све гране човекове делатности, па се произвољност у њиховом избору није смела толерисати. Истовремено постојање различитих јединица за мерење количина једне исте врсте, а нарочито количина које су предмет било унутрашње било међународне размене добара, изазивало је увек пометњу и спорове. Зато су државне власти од вајкада узимале на себе да путем закона и уредаба регулишу питање избора јединица за мерење у унутрашњем саобраћају, с једне стране да би се заштитили интереси појединаца, а с друге да би држава лакше дошла до потребних јој прихода. Оваквим законским прописима, ако се изузме време, чије је мерење донекле и сама природа регулисала, и новац, који је без интереса по ово излагање, утврђиване су у главном јединице дужинске (површинске и запреминске), тежинске мере за течности, које су скупа узете, чиниле *систем за мерење* дотичне државе. За сваку јединицу система израђиван је по један примерак, основног мерила, премера или како се данас каже *еталон прототип*, тако да је његова величина одговарала што тачније величини дефинисаној законом. На основу ових еталона прототипа израђиване су копије, које су употребљаване за непосредну контролу мерила, примљених у разним гранама народне делатности. Ове су копије повераване на чување и употребу оним властима, у чији је задатак спадала непосредна контрола мера, а еталони прототипа чувани су у установама у чију је надлежност спадала врховна контрола мера. Разумљиво је да су разне државе, не толико из стварне потребе колико из чисто националне сујете, хтеле да имају и установљавале су своје властите системе за мерење, па су чак и у једној истој држави истовремено постојали више различитих система. Ова је појава била нарочито честа за време феудализма, кад је сваки феудални господар на своме поседу могао да дели правду и да мери онако како му се то свиђало, односно како му је боље користило.

Са напретком науке, повећањем општег образовања, новим проналасцима и усавршавањем технике саобраћајних средстава повећала се рапидно и међународна размена добара тако, да је пред крај осамнајестог столећа достигла такве размере, које су неизбежно захтевале увођење једног општег *међународног система за мерење*. Самим тим наметало се и питање избора јединица за нови систем мера. Помисао да се усвоји ма који од већ установљених система морала се унапред одбацити, јер ни један од њих није имао неку

нарочиту предност над осталима, нити се оснивао на каквој природној или научној основи. Усвајањем ма кога од њих могла би, с правом, бити повређена национална сујета осталих народа. Кад се томе дода навика на старе мере и урођени отпор масе противу тиву новачења, јасно је са колико се пажње и опортунитета морало приступити овом послу. Поједини научници (Haugens, Picard, доцније Cassini и други) предлагали су да се за јединицу мере за дужине усвоји дужина секундног клатна на  $45^{\circ}$  географске ширине и на морском нивоу. Али ко зна колико би још времена протекло до остварења ове у сваком погледу корисне замисли, да се у међувремену није десио један догађај од огромне важности по цело човечанство Француска револуција, којој човечанство дугује за многе научне и културне тековине, па између осталих и за појаву и увођење *метарског система за мерење*.

### Метарски систем

Године 1789 Народна скупштина повери Француској Академији наука да реши питање унификација мера, која одмах образова две комисије (доцније их је било 5). Комисија коју сачињаваху Борда, Лагранж, Лаплас, Монж и Кандорсе дође на срећну идеју да нове јединице доводе у везу са димензијама земљиним и предложи да се за јединицу мере за дужину усвоји један десетмилионити део квадранта земљиног меридијана, коју назва *метар*, а за јединицу тежине тежину једног кубног сантиметара ( $1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$ ) дестилисане водене масе, коју назва *грам*. Но како је за практичну употребу ова последња јединица била врло мала, то је за тежину односно масу усвојена хиљаду пута већа јединица и названа је килограм. Народна скупштина усвоји овај предлог декретом од 26 марта 1791 године, а ускоро затим Академија наука састави пет комисија да изврше потребна мерења.

Подела нових јединица на мање делове није извршена сексагезимално и дуо-децимално, како је до тада било уобичајено, већ децимално, тако да оне изражене у мањим деловима изгледају овако:

Километар Km	Хекто- метар Hm	Декаметар Dm	Метар	Десиметар dm	Сан- ти- метар cm	Милиметар mm
1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
	1	10	100	1 000	10 000	100 000
		1	10	100	1 000	10 000
			1	10	100	1 000
				1	10	100
					1	10

Килограм	Хектограм	Декаграм	Грам	Десиграм	Сантиграм	Милиграм
Kg	Hg	Dg	g	dg	cg	mg
1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
	1	10	100	1 000	10 000	100 000
		1	10	100	1 000	10 000
			1	10	100	1 000
				1	10	100
					1	10

Као што се из овога види метар и грам и мањи делови њихови карактерисани су латинским називима и малим почетним словима тих назива, а веће јединице карактерисане су грчким називима и обележавају се великим почетним словима тих назива — такође латиницом.

За сасвим прецизна мерења у науци и прецизној механици установљени су још ситнији делови основних јединица и то:

За дужине 1  $\mu$  (микрон) = 0,001 mm = 0,000 001 m (метара) и

За масу 1  $\gamma$  (микрограм) = 0,001 g = 0,000 001 kg (килогр.).

Користећи се ранијим подацима и на основу нових мерења и опажања, извршених у току десет година најбурнијих у животу старе Европе, на пространству од Барселоне — обала Средоземног мора — до Денкерка — обала Ламанша, одређена је дужина меридијанског лука, као и промене те дужине од степена до степена (мерење меридијанског лука — мерење ступња) и на основу њих срачуната права дужина меридијанска од екватора до пола са тачношћу, која је с обзиром на онадашње стање науке била могућа. На основу ових података израђена су од платине *еталони прототипи* нових јединица и 22 јуна 1799 године поднети законодавном телу, а затим предати Државном Архиву на чување. Интересантно је напоменути да је том приликом било предложено да се завршетак једног овако важног посла обележи ковањем нарочите споменице до чега није дошло. Напис на пројекту за ову споменицу: „*На сва времена свима народима*“ јасно сведочи о далековидности оснивача новог система. (Guillaume — La Création du Bureau international des Poids et mesures — 1927).

Но пут до потпуне победе новог система био је и дуг и теобан. Чак и у Француској, својој отаџбини, разним декретима који су имали за циљ олакшавање његовог продирања и ширим слојевима народним, у ствари је био само ометан, и тек 1 јануара 1840 године нови систем је постао у Француској обавезан. Међутим међународни саобраћај и размена добара постојали су све већи и обимнији и потреба за увођењем једног универсалног система мера наметала се све више и више, што се нарочито испољавало на ве-

ликим међународним изложбама, на којима су слате безбројне врсте разних продуката из свих крајева света, а чије су се вредности и количине изражавале у сваковрсним јединицама за мерење. Ово питање расправљано је на више међународних конференција, које су се састајале у Паризу од 1869 до 1875 године, а резултат радних конференција била је *метарска конвенција* која предвиђа укратко резимовано:

1) Да се за јединице за мерење дужина и тежина усвоје метар и килограм Париског Архива у стању у коме се налазе, мада су доцнија мерења показала да је метар нешто краћи од десетомилионитог дела меридијанског квадранта. Према најновијим подацима, које је дао Американец Hauford 1910 године а који су усвојени на конгресу Међународне геодеско-геофизичке уније у Мадриду октобра месеца 1924 године, меридијански квадрант износи 10.002.288 метара.

2) Да се у Паризу оснује међународни биро за мере и тежине са задатком да државе чланице снабдева националним еталонима и да ове повремено компарише са интернационалним еталоном, да конструише нове еталоне, да компарише мерила за мерење геодеских основица и да врши пропаганду у корист усвајања метарске конвенције код осталих држава нечланица.

Данас је у науци свуда а готово и у свима државама усвојен метарски систем, мада у неким само факултативно (Енглеска, Северна Америчка унија и још неке). Наша држава приступила је метарској конвенцији 1879 године, ма да је закон о усвајању метарског система обнародован још 1 децембра 1873 године. Метарски систем је код нас обавезан од 1 јануара 1881 године.

### Дужи.

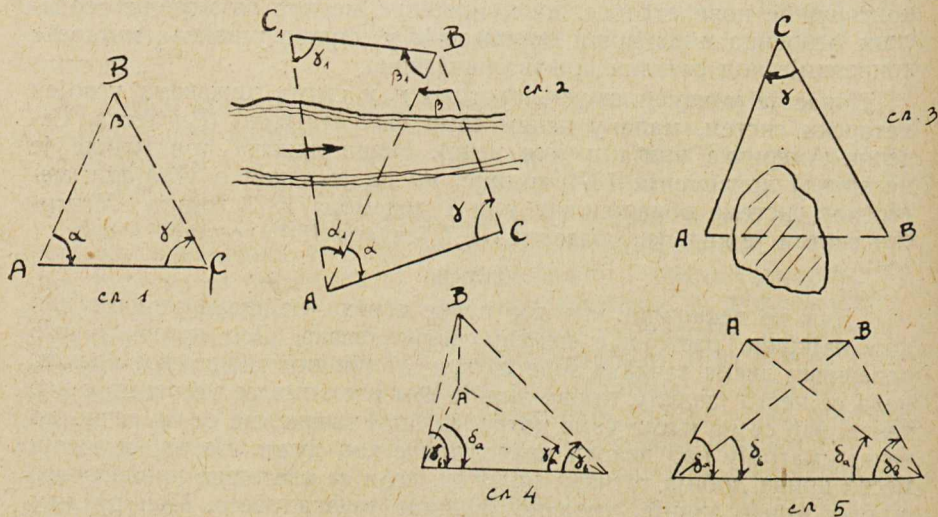
Дуж се дефинише као део праве ограничен двема тачкама или као најкраће растојање између двеју тачака. Део криве линије ограничен двема тачкама зове се лук. У обичној геодетској пракси, мада се често јављају, криве линије сем изохипса се не узимају као такве, већ се на њима узме потребан број тачака, па се од тачке до тачке сматрају као делови праве, дакле као дужи. На тај се начин место криве добија тетивни полигон, који се све више прилагођава облику криве линије, уколико је више тачака узето. При цртању планова криве линије видљиве на терену само се онда конструишу, кад им је позната једначина и ако је њу лако конструисати, а такве се криве јављају само код вештачких објеката, као што су путеви, железнице, регулисани речни токови и слично; иначе се и на плановима криве линије уносе као полигони. Савремена метода снимања и картирања детаља — фотограмetriја, омогућује да се ма каква крива са терена пренесе на план онако, како она у ствари изгледа. Дужи су на терену обележене сталним белегама у својим крајним тачкама. Ове белеге претстављају: тригонометриске и полигонске тачке, граничне белеге, углови зграда и слично.

### Мерење дужи.

*Директно мерење.* — Дужи се мере непосредно или посредно. Код непосредног мерења дужи поступак је прост: Почевши од јед-

ног краја утерује се мерило у правац мерене дужи и наставља оно-лико пута, колико је потребно, док се не стигне до другог краја. Јединица за мерење дужи је метар, али је метар као мерило за овај посао мали и тешко би се њиме изишло на крај, зато се употребљавају дужа мерила: дрвене летве од 4—6 m, челичне пантљике од 10, 20, 25, 30 и 50 m, жице и каблови од 24—72 m мада их има и других дужина. Дужина мерене дужи добија се на тај начин што се број целих мерила, колико их је било, помножи његовом дужином у метрима и томе дода остатак.  $L = n \cdot l + r$

**Индијектно мерење.** Често се дешава да се нека дуж не може директно измерити, било зато што на путу стоји нека препрека, па се крајње тачке не догледају, било зато што се једној или чак и обема њеним крајњим тачкама не може приступити. Ови се случајеви често јављају код мерења ексцентричности за триангулацију, или кад треба какав полигони влак исправити, или кад треба прећи преко неке реке или провалије, па мерило које се има при руци није довољно. Какви све случајеви у пракси могу да наступе показано је у сликама 1—5.



На свима сликама дуж, коју би требало измерити, обележена је са АВ. Како се дуж АВ не може директно измерити, прибегава се посредном мерењу, тј. изабере се тачка С која се догледа са тачкама А и В и са њима образује троугао, па се мере стране и углови у троуглу, које је могуће измерити, а на основу познатих односа између страна и углова у троуглу срачунава се дуж АВ. Слика 1 претставља случај кад је тачка В неприступачна. У овом се случају мери страна АС и углови  $\alpha$  и  $\gamma$ . Угао  $\beta$  добија се по једначини

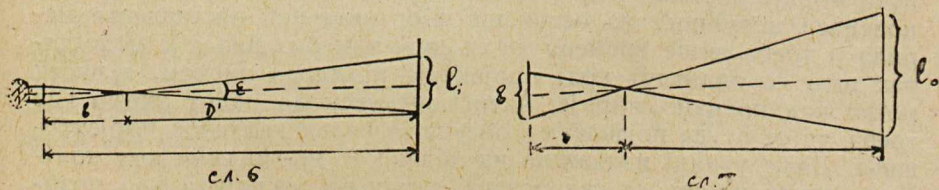
$$\beta = \pi - (\alpha + \gamma).$$

Још је повољнији случај на слици 2, јер се ту сва три угла у троуглу могу мерити. Само у овом случају отступање

$$f = \pi - (\alpha + \beta + \gamma)$$

треба поделити на све углове подједнако. Оба случаја решавају се по синусном правилу, односно по тригонометриском формулару 13. Слика 3 претставља случај кад се тачка А и В не догледају или из било каквих разлога та визура није остварена. Мере се стране АС и ВС и захваћени угао  $\gamma$ . Решава се по тригонометриском формулару 14. Сlike 4 и 5 претстављају случај кад су тачке А и В неприступне. Мери се страна С и углови  $\delta_a \delta^b$  и  $\gamma_a \gamma^b$ . Решава се по триг. форм. 3. Више се о споредном мерењу дужи нема шта рећи.

**Оптичко мерење дужи.** Директно мерење дужи, ма како је на око проста, ипак је доста тешка и деликатна операција. Терен, нарочито кад је купиран и испресецан, на сваком кораку иставља по неку препреку. Савлађивање ових препрека захтева више рутине од стране геометра и инжењера, више извезбаног помоћног особља-фигураната, и више времена. Тада се, за краће дужи споредне важности (детаљно снимање, споредни полигонски влаци са којих се не снимају границе имања итд.), приступа *стадиметриском* или *оптичком мерењу дужи*, које се оснива на оптичким законима скретања светлих зракова при пролазу кроз стаклена сочива и призму. Оптичко мерење је у својој суштини посредно мерење, мада има и особине директног мерења. Код оптичког мерења не мери се дужина директно, већ се читају отсечци на вертикалној или хоризонталној летви и мери угао између визура, које тај отсечај отсецају, па се на основу тога срачунава дужина. Инструменти за оптичко мерење дужи зову се *даљинари*. Има их у главном два типа: са констатним углом  $\epsilon$  и са константним отсечком  $l_0$ . Ови се инструменти у новије време раде у комбинацији са другим геодетским инструментима и о њима ће бити више речи на крају ових излагања.



### Класификација дужи

Основни је геодетски принцип да се иде од већег ка мањем: прво се ради триангулација, која је основ сваког геодетског премеравања (катастарски правилник прописује да је за површине изнад 100 хектара триангулација обавезна), на триангулацију се наслања полигонска мрежа, којом се прилази ближе детаљу, и најзад се са полигонске мреже снима детаљ, који је крајњи циљ сваког премеравања. Ако полигонска мрежа није довољна да се са ње сними сав детаљ, онда се једновремено са детаљним снимањем развија линијска мрежа за детаљисање, која се још више приближава детаљу и омогућује његово потпуно снимање. Ова-

кав поступак је прописан зато, да се ограничи једнострано нагомилавање неизбежних отступања и омогући њихова правилнија расподела. Следујући овом основном геодетском принципу извршена је подела дужи по њиховој важности на три групе:

- 1) Основице за триангулацију;
- 2) Полигонске стране, и
- 3) Све остале дужи при детаљном снимању или преношењу пројекта са плана на терен.

### Редукција на хоризонт

За геодетска рачунања не могу се употребити дужи онако, како се оне налазе на терену, већ њихове хоризонталне пројекције. Према начину на који се до ових пројекција долази, постоје две методе за директно мерење дужи:

- 1) Хоризонтатно мерење, и
- 2) Косо мерење и редуковање на хоризонтат.

*Хоризонтатно мерење* даје још на терену хоризонтатну пројекцију, која се одмах може увести у рачун. Код хоризонтатног мерења утерује се мерило у правац дужи, која се мери, почевши од једног њеног краја. Један крај мерила увек је на терену (врло редак је, случај да су оба краја мерила подигнута), а други се крај издиже док мерило не буде хоризонтатно, па се издигнут крај пројектује виском на терен, одакле се наставља мерење на исти начин док се не стигне до краја. Хоризонтатност мерила оцењује се најчешће либелом, или виском, или виском и правим углом. Недостатак овог мерења је у томе, што се не могу употребити дугачка мерила (челичне пантљике), већ релативно кратка-обично дрвене летве од 4 до највише 6 метара — која се много више пута морају наставити, док се цела дуж не измери, услед чега се повећава могућност за оступање због нетачног настављања мерила и треба више времена да се дуж измери. Даљи је недостатак што се издигнут крај пројектује на терен виском, а висак ретко кад потпуно мирује, нити хоће увек да падне онамо где треба, те се отуда појављују оступања услед нетачног пројектовања. Даље утицај излажења из правца је много већи код кратких мерила и, док се сва остала оступања јављају и као позитивна и као негативна, па се донекле међусобно потиру, оступања услед излажења мерила из правца имају сва исти знак и увек дају дужине веће него што су у ствари.

*Косо мерење* разликује се од хоризонтатног по томе, што се дужи мере косо, прилагођавајући се терену, па се из косо мерене дужине и познате висинске разлике крајњих тачака или нагибног угла срачунава редуција на хоризонтат. Главне замерке овој методи мерења су што треба одредити висинске разлике и рачунати редуције на хоризонтат. Но висинске разлике морају се одредити већ и због других циљева, те се оне за овај посао добијају готово бесплатно, а само рачунање редуције не узима много времена, те ове ове замерке отпадају. Преимућство ове методе је у томе што теренски нагиб не ограничава дужину мерила, те су



оступања услед нетачног настављања мерила сведена на најмању меру; утицај од излажења из правца тако исто је смањен, а постиже се велика брзина у раду тј. штеди се време.

### Редукција на елипсоид (на морски ниво)

Сем редукције на хоризонт косо мерених дужина код основица за триангулацију мора се водити рачуна и о редукцији на морски ниво без обзира да ли је основица мерена хоризонтално или косо. Ако су А и В тачке на терену, А' и В' њихове пројекције на површину земљиног елипсоида (слика 8), онда је лук А'' В'', који је једнак мереној и на хоризонтал редукваној дужини АВ, увек већи од лука А' В' због конвергенција вертикала кроз А и В. Ако је А'' В'' = L мерена дужина, L<sub>0</sub> = А' В' на елипсоид редуквана дужина, Н средња висинска разлика крајњих тачака мерене дужи, онда је редукција на елипсоид дата једначином

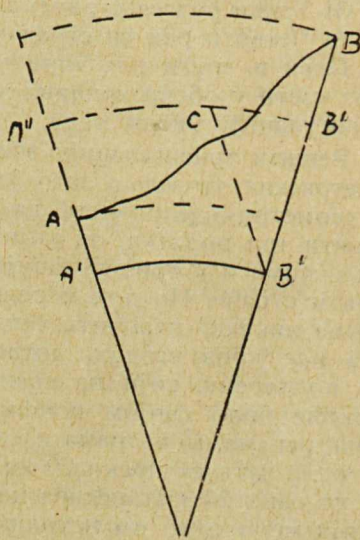
$$\Delta = L - L_0 = \frac{H}{R} L_0$$

У овој једначини непозната вредност L<sub>0</sub> може да се замени са приближном вредношћу L, па је дефинитивни облик једначине

$$\Delta = L - L_0 = \frac{H}{R} L$$

Овде је R полупречник кривине лука А' В' а његова вредност добија из познате Ајлерове једначине

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2 \varphi}{M} + \frac{\sin^2 \varphi}{N}$$



Сл. 8

У овој је једначини M полупречник меридијанске кривине у тачци А, N полупречник кривине пресека нормалног на меридијан, а φ азимут стране АВ. Место ове вредности за краће основице може се употребити и средњи полупречник кривине у тачки А, R =  $\sqrt{MN}$ , а за самосталне триангулације нижих редова и заокружена средња вредност земљиног полупречника R = 6,370.000 m. За полигонске стране ова је редукција беспредметна, јер износи само неколико милиметара и за најдуже стране, а сем тога ослањањем полигонске мреже на триангулацију ова се редукција врши аутоматски.

## Директно мерење дужи

### Мерење основица за триангулацију

Основу сваког премеравања чини триангулација. Триангулација се састоји из низа троуглова, који се својим странама наслањају један на други тако да покрију целу површину коју треба премерити, а темена су им сталним белегама обележене тригонометриске тачке. Триангулација се дели на редове:

1) Први ред (државна триангулација) са странама преко 20 километара;

2) Други ред са странама 10—20 километара;

3) Трећи ред са странама 3—10 километара, и

4) Четврти ред са странама испод 3 километара.

Први и други ред чине триангулацију вишег реда, јер се ту мора узети у обзир кривина земљина, а трећи и четврти ред чине триангулацију нижег реда.

Решити триангулацију значи доћи до координата свију тригонометриских тачака, а зато је потребно решити и све троуглове. Из геометрије је познато да за решење неког троугла треба познавати три податка, од којих бар један мора бити страна. Другим речима и у триангулацији, ма кога реда она била, морају се мерити стране. Но док мерење углова за триангулацију не представља никакву нарочиту тешкоћу, јер се тачке догледају тј. визура иде кроз ваздух, дотле мерење тригонометриских страна иде по терену, који на сваком кораку иставља мерењу велике тешкоће било својом конфигурацијом, било вегетацијом, насељима, рекама, мочварама и слично. Стране код триангулације првог реда дуге су преко 20 километара. Лако је увидети нашта се све на ових 20 километара неће наићи. Зато се у свакој триангулацији мери само по неколико тригонометриских страна на разним местима премера, а остале се добијају рачунским путем тј. посредно. Директно мерене стране у триангулацији зову се *основице*. По правилу основица за триангулацију треба својом дужином да одговара реду триангулације, што је до пред крај прошлог столећа било готово немогуће извести. Тек са појавом Јерединовог основичког апарата и жица од инвара омогућено је директно и брзо мерење и врло дугачких основица. Иначе су и за триангулацију првог реда мерене основице 2—5 километара, мада их је било и дужих. Са ове кратке основице рачунањем нарочите основичке мреже прелазило се на тако звану рачунску основицу, која је својом дужином одговарала реду триангулације.

Мерење основица за триангулацију спада у главном у домен Више геодезије, и кад се о њему говори, мисли се на триангу-

лацију првог реда или државну триангулацију. За триангулацију другог и нижих редова, које се наслањају на триангулације вишег реда, излази да не треба мерити никакву основицу. Нажалост триангулација виших редова није увек довољно попуњена, те ако је обим премера тако мали, да би везивање његово за раније одређену триангулацију вишег реда изазвало материјалне жртве, које се не би могле оправдати са користима од дотичног премера, онда се развија самостална триангулација нижег реда и у њој мери основица. Но сем ове основице треба мерити још најмање једну — *контролну основицу*. Положај ових основица треба да је отприлике у центру премера и да правци њихови између себе заклапају прав угао. И код триангулација нижих редова, које се везују за триангулацију вишег реда, требало би измерити једну или две краће тригонометриске стране. То би биле компаративне основице, које би служиле за упоређивање мерила за мерење полигонских страна. Истина ово се упоређивање врши рачунски приликом рачунања полигонских влакова, али је увек боље унапред знати на каква ће се систематска оступања наићи и отклонити их на најпростији начин.

Основице вишег реда мере се нарочитим основичким апаратима, а основице за самосталне триангулације нижег реда могу се мерити таквим истим основичким апаратима, ако се имају при руци, иначе се мере као и компаративне основице мерилима и прибором, који сваки геодета и инжењер мора да има при руци, а то су челичне пантљике од 25 или 50 метара.

### Границе оступања код основичких мерења

Да се добије тачна вредност неке мерене количине није довољно само једно мерење, већ се мерење мора поновити бар још једанпут. Искуство је показало да ма колико се пута и ма како пажљиво истим мерилом нека количина мерила, увек ће се доћи до другог резултата. Узроци овом неслагању су многобројни, али се утицај њихов може само умањити, но никако и са свим избећи. Према томе може се говорити само о релативној тачности, никако и о апсолутној. Питање је који од ових резултата, који нису апсолутно тачни, усвојити као најприближније, највероватније тачан? На то питање одговара Метода најмањих квадрата, која за директна мерења (опажања) усваја *аритметичку средину*, као најверовнију вредност из више опажања. Упоређујући поједина мерења са аритметичком средином (најверовнијом вредношћу) добијају се разлике различите и по величини и по знаку. Величине ових разлика нису неограничене; напротив за њих су за сваку врсту мерења прописане границе у којима смеју да се крећу: сва мерења чије разлике не прелазе границе, које су прописане, зову се *оступања* и она се могу употребити за рачунање најверовније вредности, прописане граничне вредности за ове разлике, које се не смеју прекорачити, зову се *допуштена оступања*, а све разлике веће од допуштених оступања *грешке* су и таква се мерења (подаци) не смеју употребити. Величине допуштених оступања по-

никле су из праксе: примећено је да се код једне врсте мерења појављају оступања чија је средња вредност  $\pm m$ . Тада је за максимално или допуштено оступање за ту врсту мерења усвојено:  $M = \pm m$ . Величина средњег оступања сваког појединог мерења (по методи најмањих квадрата) дата је једначином

$$m = \pm \sqrt{\frac{[v_i v_i]}{n-1}}$$

где су  $v_i$  оступања појединих мерења од аритметичких средина, а оступања аритметичке средине је

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}} = \pm \sqrt{\frac{[v_i v_i]}{n(n-1)}}$$

Ако сва мерења нису исте тачности, то јест имају неједнаке тежине, онда се горњи обрасци модификују у:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[p_i v_i v_i]}{n-1}} \quad \text{и} \quad M = \pm \sqrt{\frac{[p_i v_i v_i]}{[p](n-1)}}$$

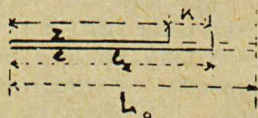
Вредност за коефицијенат  $\alpha$  бира се такође према искуству. Тако је за мерење полигонских углова усвојен коефицијенат  $\alpha = 3$ , а за мерење полигонских страна, које је теже мерити, усвојено је  $\alpha = 4$ . Гранична оступања за основичка мерења не могу се на тај начин одређивати. Основице за триангулације су велике дужине (у сравњењу према полигонским странама), даље се на основу једне измерене основице рачунски одређује дужина осталих тригонометријских страна, које су често пута по неколико пута дуже од мерене основице, те и оступања расту сразмерно дужинама. Нетачно измерена основица утиче дакле на размеру. Због свега овога је потребно да се основица измери што тачније. Ово побољшање тачности постиже се на два начина: усавршавањем метода за мерење и побољшавањем инструмената. Тако се најобичнијим прибором (дрвене летве, челичне пантљике) и са нешто мало припремљеним тереном и побољшаном методом (утеривање у правац инструментом, пажљивије читавање и обележавање крајева мерила) постиже се тачност и до 1/10.000 дела мерене дужи или 1 dm на 1 km, док је допуштено оступање за полигоне влаке исте дужине и у најповољнијем терену 0,95 m, дакле скоро 10 пута веће. Мерење основица за самосталне триангулације нижих редова преко инструментом стационасаног коља и листића може да да 1/10.000 до 1/20.000 део мерене дужи, дакле 10—5 cm на km, што је потпуно довољно за такве премере. Стари основички апарати са летвама (дрвеним или металним) давали су тачност од 1/100.000 дела мерене дужи, а сличним апаратима, боље конструисаним и са увођењем у рачун дилатације услед температуре, постизавала се тачност од 1/500.000 до 1/1.000.000 дела мерене дужи или 5—1 mm на km. Савремени основички апарати са жицама дају тачност од 1/1.000.000 до 1/10.000.000 дела мерене дужине или 1—0,1 mm на km.

### Основичка мерења првог реда

За мерење основица првог реда постоје две врсте основичких апарата: Основички апарати са летвама и основички апарати са жицама. Методе мерења основичким апаратима са летвама, су старе методе, али није без интереса овде их укратко споменути, колико због значајних резултата који су њима постигнути, толико и због упоређења тих метода са савременом методом мерења основичким апаратима са жицом.

#### Стари апарати за основичка мерења

Стари основички апарати састојали су се из неколико летава и потребног прибора: статива, либела за довођење у хоризонтан положај или за оцену нагиба, диоптара или дурбина за утврђивање у правац, термометара, микрометарских завртњева или микроскопа, покретних заклона против сунца и невремена итд. а за њих је била потребна читава војска оператора и помоћног особља, в. сл. Летве су у почетку биле дрвене, затим металне у дрвеним облогама за заштиту од квара и великих температурских промена. Утицај температуре било је тешко одредити обичним термометрима, зато су употребљавани метални термометри сл. 9 (Бесел) или двојне летве. И метални термометри и двојне летве оснивају се на принципу биметализма. Метални термометар састоји из две металне шипке од разних метала (на пр. гвожђа и цинка са доста различитим коефицијентима истезања). Леви крајеви шипки леже у једној равни за коју су учвршћени иначе су шипке целом својом дужином слободне. При некој вишој температури  $T_0$  обе шипке имају исту дужину  $L_0$ . Кад температура опадне за  $7^0$  онда ће горња шипка, пошто има већи коефицијенат дилатације бити



Сл: 9

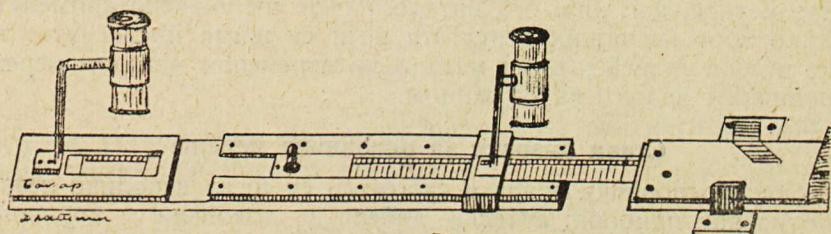
краћа од доње шипке за  $k = 1 - \Gamma = L (z - e - 7^0)$  где су  $l$  и  $\Gamma$  дужине шипке на нижој температури а  $e$  и  $z$  су коефицијенти дилатације за гвожђе и цинк. Елиминацијом  $7^0$  из горњих једначина добија се права вредност за  $l$   $l = L - \frac{e}{z - e} k = L - mk$

Ако је летва за мерење од истог метала, од кога је и доња шипка металног термометра, и ако је њена дужина  $L_0 = m L$  онда је и права дужина летве на тој температури

$$L'_0 = n [L - mk] = L_0 - n m k.$$

Претставник двојне летве је Бордина летва сл. 10, којом су Delambre и Méchain вршили мерења за одређивање меридијанске дужине 1792 до 1799 године. Она је састављена из два метална пружника: доњи је од платине дуг две тоазе (3.898 m) а горњи од бакра за око 16 cm краћи и нешто ужи од платинског пружника. На левом

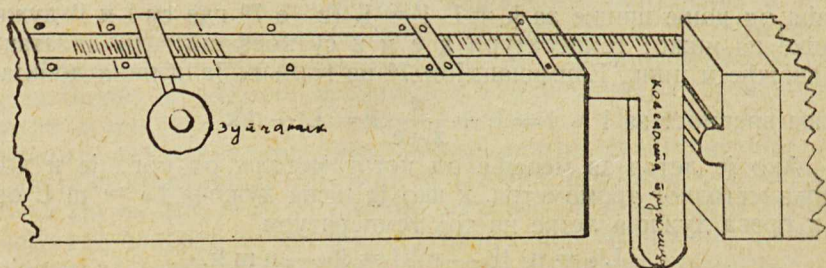
крају оба су пружника чврсто спојени, а иначе су по целој дужини слободни и омогућено им је независно стезање услед температуре. На десном крају горњи пружник је прорезан, а у том



сл. 10 Бординова летва

прорезу налази се скала чврсто везана за доњи пружник, а на горњем пружнику је индекс, којим се читају на скали разлике у истезању горњег и доњег пружника. Рачунање истезања је слично као код металног термометра.

Летве за мерење су контактна мерила, тако да се њихова тачна дужина рачуна између њихових крајњих тачака. Према томе сваки основички апарат са летвама треба да има најмање две летве, које се настављају једна за другом. На крајевима, или бар на једном, ради лакшег контакта летве су снабдевене призматичним или бар обличастим деловима од тврђег метала и при мерењу полажу се тако да је увек једна призма или облица вертикална а друга хоризонтална и према томе додир је омогућен само у једној тачци. Но непосредан је додир опасан, јер се може десити да се при намештању наредне летве претходна летва ударом помери, зато се летве директно и не додирују, већ се намештају тако да између њихових крајева остане мали размак, који се мери нарочитим направама: коленастом металном плочицом са поделом и зупчаником (сл. 11). (Бордин основички апарат, Осно-



сл. 11 Коленаста плочица са зупчаником

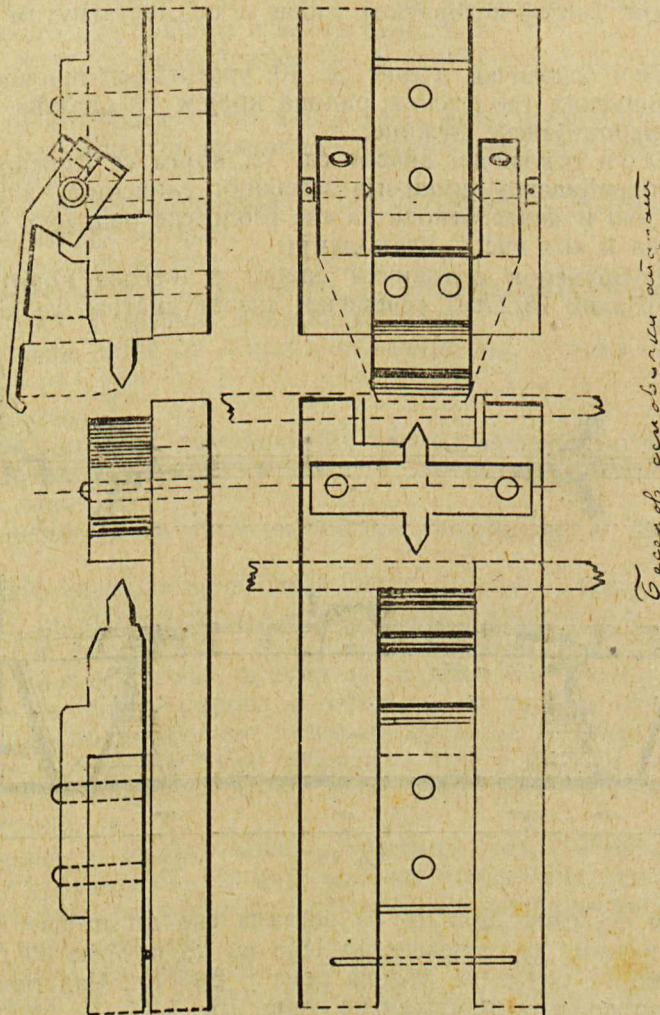
вички апарат геодетског института Техничког факултета у Београду итд.), клином за мерење слика 12 и 13 (Беселов и Бауерфајнд-

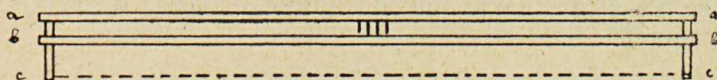
ов основички апарат) или микроскопима (Ибањез-Брунеров основички апарат).



сл. 12 Клип за мерење

Није без интереса поменути и Колбијеву компензовану летву сл. 14, која је такође конструисана од два различита метала: гвожђа и месинга: Један месингани пружник  $aa'$  и један гвоздени пружник  $bb'$  нормалне дужине  $L$  ( $L = 10$  стопа = 3,048 m) везане су на својим





сл. 14

*Кондинова комитирана летва*

крајевима полугама  $ac$  и  $ac'$  тако да тачке  $c$  и  $c'$  одстоје од месинганог пружника за  $m$ , а од гвозденог пружника за  $e$ , где су  $m$  и  $e$  коефицијенти дилатације, дакле постоји однос:  $\frac{ac}{bc} = \frac{ac'}{bc'} = \frac{m}{e}$

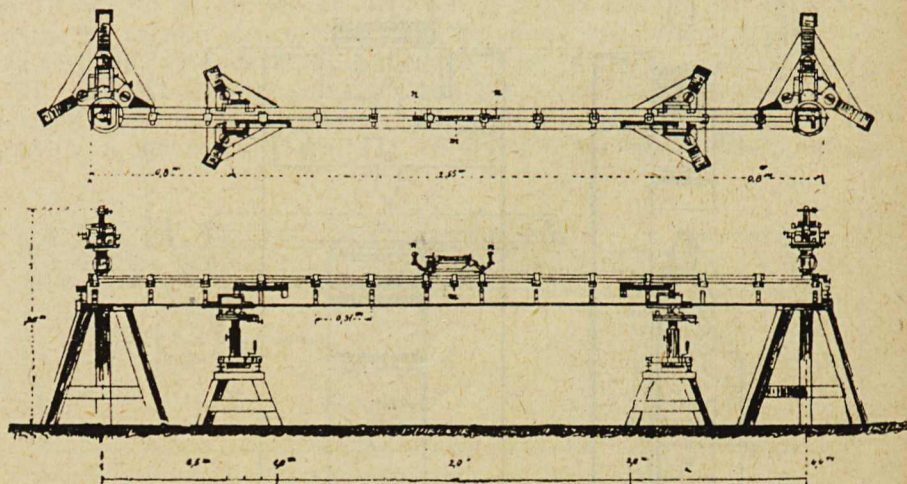
На тај начин тачке  $c$  и  $c'$  остају увек на нормалном остојању  $L$  и то су реперне тачке на летви.

Најважнији преставници ових основичких апарата по својој конструкцији, својој историској улози и по постигнутим резултатима су:

Бордин основички апарат сл. 10, употребљен приликом великих француских геодетских радова крајем 18 столећа за одређивање меридијанске дужине;

Беселов основички апарат сл. 13, којим се служио Бесел приликом одређивања димензија замљиног елипсоида, а које су димензије још и данас основа за све геодетске радове у многим државама па и код нас у Југославији;

Ибањез-Брунеров основички апарат и његова ноџија конструкција. (Слика 15). Овај основички апарат сматрао се као нај-



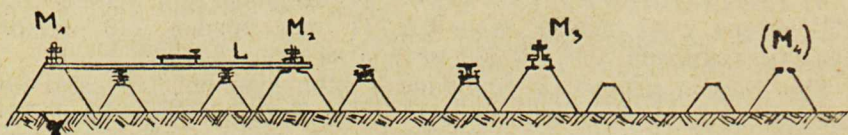
Сл. 15

савршенији од свих апарата са летвама све до појаве апарата са жицом и њиме су, почевши од 1858 па до почетка 20 столећа, измерене многе основе првога реда у Европи. Рад овим апаратом претстављен је шематски на слици 16.



Сви ови основички апарати имали су више заједничких недостатака:

1) терен је морао да буде раван и приближно хоризонтан, јер је и мерење ишло хоризонтално;



ср. 46

2) били су сувише гломазни и тешки (само летва Ибањезовог апарата дужине 4 m тежила је 50 килограма без облоге), са много помоћног прибора и много особља, и

3) летве су биле кратке (3—4 метра) те је и мерење ишло споро.

Ради потпуније слике дат је овде опис прибора и потребног особља за Ибањезов апарат. За једновремени рад овим апаратом потребно је:

4 микроскопска теодолита (за утеривање у правац и мерење разлике између летава),

4 треножна носача за летве,

6 високих дрвених статива за микроскопске теодолите,

10 ниских дрвених статива за летве,

2 дрвене летве од 4 метра за намештање статива на потребан размак.

Персонал:

2 оператора с помоћницима за намештање статива,

2 оператора с помоћницима за дефинитивно намештање дрвених статива,

4 оператора на летви за читање микроскопа, 4 термометра и либеле,

2 помоћника за преношење летве, у свему минимум 15 људи.

Дуж од 400 метара дакле 100 распона измери се у оба правца за округло 300 минута дакле око 160 метара на сат.

Сви ови недостаци штетно су утицали и у материјалном погледу, и на брзину радова, а нарочито на дужину основице. Раније је речено да дужина основице треба да одговара реду триангулације. Међутим овим апаратима није у Европи измерена ни једна тригонометриска страна првог реда, дакле су све основице испод 20 km.

Јордаи у својој књизи Handbuch der Vermessungskunde свеска 3 страна 137—142 даје податке о величини, средњем оступању и брзини рада за многа важнија основичка мерења од којих су нека овде наведена:

1) Бесел је 1834 год. код Кенисберга мерио основицу дугу 1.822 метра и то у два дела. Средње оступање на километар  $m = \pm 2,77 \text{ mm}$ ; брзина рада 125 метара на сат;

2) Морозовић 1871 мерио је код Браака у Холштајну основицу дугу 5.875 метара у 7 делова. Средње оступање  $m = \pm 1,59 \text{ mm}$  брзина рада 130 метара на сат;

3) Нагел 1872 мерио је у Саксонској основицу од 1.909 метара у 12 делова  $m = \pm 1,46 \text{ mm}$ ; брзина 86 метара на сат;

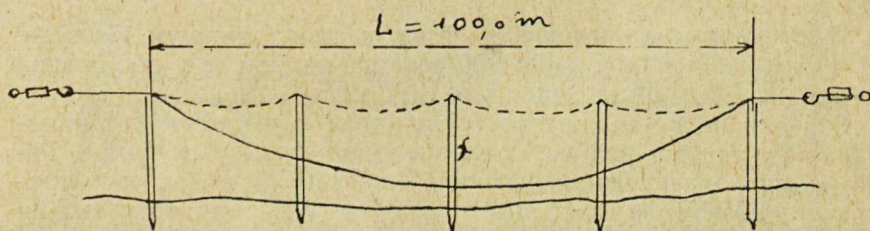
4) Генерал Шрајбер 1883 мерио је основицу код Мепена од 7.033 метара у 45 делова  $m = \pm 0,711 \text{ mm}$  брзина 240 метара на сат (максимална дужина 300 метара на сат).

Пре Бесела мерене су основице и веће дужине, али само по једанпут, те је тачност мерења неизвесна. Тако су Бординим апаратом 1798 и 1799 године измерене основице код Мелна 11.842 метра и код Перпињана 11.706 метара. 1801 године у Баварској од Минхена до Ауфкирхена мерена је основица дуга 21.654 метара опет само једанпут итд.

Из овде изложених примера види се да се постигнута тачност код мерења основица овим апаратима повећавала са усавршавањем апарата и да се креће у широким границама од 1/350.000 до нешто преко 1/1.000.000 дела мерене дужи, то јест десетак сантиметара и за најдуже тригонометриске стране (око 100 km). Просечна радна брзина је око 150 m. на сат, а просечна дужина основице је испод 10 km, дакле више од 5 пута мања од просечне дужине тригонометриских страна првог реда.

### Нови апарати и методе за основичка мерења

Основички апарати са летвама усавршени су током времена до те мере, да им се у погледу постигнуте тачности није имало шта замерити. Али због својих других недостатака (велика тежина, спорост у раду, многобројан персонал, кратка основица итд.) нису задовољавали, те су тражене друге методе и други апарати за мерење, који би давали исту тачност као и апарати са летвама, али би били без њихових осталих мана. Најважније је било повећати експедитивност мерења и омогућити мерење осно-



Сл. 17

вице и у мање повољнијем терену. Американци су мерили основице компарисаним челичним пантљикама нормалне дужине 100 метара. Крајеви пантљика ослањали су се на јаке дрвене стубове побијене у земљу, а затезане су теговима или преко динамометара константном силом. Да би смањили стрелу ланчанице уместили су на сваки 25 метара још по један стуб, те су уместо једне

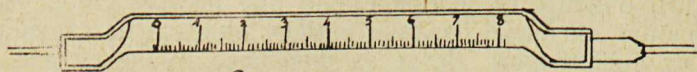
ланчанице имали 4 са плићим стрелама сл. 17. Температуру околног ваздуха узимали су за температуру пантљике. Мерење је ишло косо. Преко стубова је нивелано и редуција на хоризонат добијала се је рачунски. Нису ми познати резултати ових мерења зато их овде и не наводим, али се на први поглед могу да уоче две важне мане ове методе: потребна је велика снага за затезање пантљика због њихове велике тежине и знатан је утицај ваздушних струја због ширина пантљика.

*Једеринов основички апарат.* Шведски професор Једерин саопштио је 1879 своју методу за мерење геодетских основица. Он је употребио место челичних пантљика челичне жице дужине 25 метара и пречника 1,5 до милиметара. На оба краја жице су завршене полужницама са сантиметарском и милиметарском поделом. (сл. 18). Десетине милиметара добијају се од ока. На крајевима полужнице са поделом имају беочуге који не допуштају да се жица упреда и служе да се за њих закаче гајтани са теговима или динамометри за затезање. Нормална сила за затезање је 10 килограма а нормална температура, при којој су жице компарисане је 15°C. Дилатација се рачуна према ваздушној температури, која се мери обичним термометрима. Доцније је Једерин увео поред (нормалне) челичне жице и другу месингану жицу, па је из разлике мерења за сваки распон одређивао утицај температуре по принципу металног термометра. Утицај ваздушних струја није узиман у обзир због мале дебљине жица. Мерење је ишло преко нарочитих статива (сл. 19) који су утеривани у правац на сваких 25 метара. Главе ових статива биле су снабдевене нарочитим стубићима са индексима, изнад којих је долазила полужница са поделом. Кад се тегови спусте или се динамометри затегну потребном силом читају се једновремено обе поделе. Због редуције на хоризонат висинске разлике између индекса на стативима добиване су нивелманом. Летве за нивелање имале су две поделе: предњу метарску и задњу која је била издељена на седмине метра. Помоћу нарочитих таблица срачунавате су редуције за обе поделе. За намештање статива, читање обе поделе и нивелман потребно је 12 људи. Просечна брзина рада била је око 500 метара на сат, а у повољним приликама и до 800 метара. За транспорт жице су савијене у колутове од најмање 0,5 метара пречника.

*Основички апарати са инварским жицама.* Међународни биро за мере и тежине у Паризу, поред осталих задатака има и тај, да контролише мерила за мерење геодетских основица и да пронађе и испита материјал, који би био најповољнији за израду еталона и других прецизних мерила. После дугих студија у том правцу директору тога бироа J. René Benoit и његовом помоћнику Ch. E. Guillaum-у пошло је за руком да пронађу једну легуру никла и челика, која је готово неосетљива на температури, и прозвали је *инвар*. Повећавајући проценат никла у челику почевши од 30% ова стабилност према температурским променама повећава се и кад достигне 42% стабилност је практички савршена. У то време међународни комитет за мере и тежине,

на захтев међународног геодетског удружења окупљеног у Паризу 1900 г., ставио им је у задатак да усаврше Једеринову методу мерења геодетских основица како у погледу тачности тако и у погледу брзине рада. Постављени задатак они су, у сарадњи са Carpentier ом и другима, успешно решили и резултате својих истраживања дали су 1906 године у својој књизи: Нови Апарати за брзо мерење геодетских основица. (Les nouveaux appareils pour la mesure rapide des bases géodésiques).

Место челичних и месинганих жица, жице новог апарата направљене су од инвара. Нормална дужина жице је 24 метра, а уз њу иду једна од 8 метара и инварска пантљика од 4 метра за краће распоне при крају мерења. За савлађивање већих препрека (прелаз преко река и провалија, силазак са високих тачака итд.) раде се жице и од  $2 \times 24 = 48$  m и  $3 \times 24 = 72$  m. За директно компарисање жица нормалне дужине и краћих са нормалном мером (инварски еталон од 4 метра за компарисање геодетских летава) конструисан је у сутерену међународног завода за мере и тежине нарочити зидни компаратор: у дебео бетонски зид усађено је 7 металних репера, чији индекси (вертикалне цртице) отстоје једна од другог за 4 метра, тј. тачно за дужину компараторског пружника еталона. Дилатација зидне масе услед температурских промена брижљиво је проучена, те се и она уводи у рачун. На размаку од једног метра од последњег репера усађен је у зид још један репер, те је на тај начин омогућено компарисање жица и од 25 метара јер се понекад траже и такве жице од завода. Жице веће дужине од нормалних компаришу се нарочито измереном основицом ван зграде због недостатка простора.

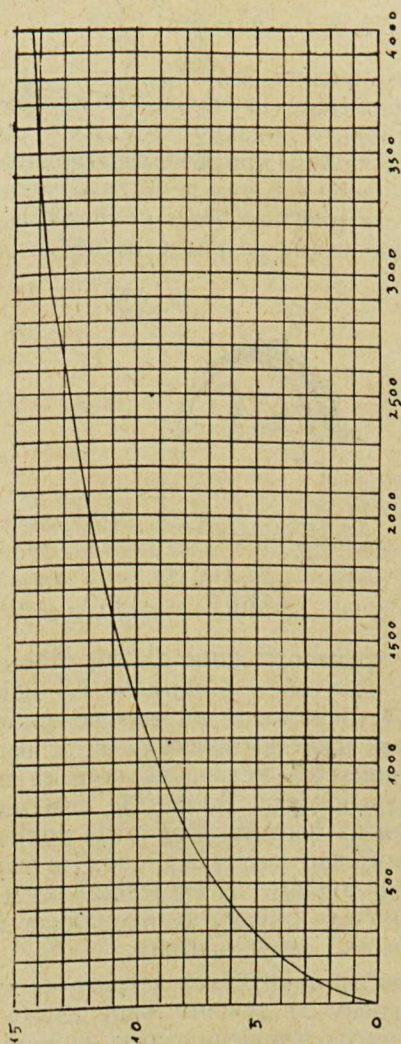


Засељка

сл 18

Процес испитивања и компарисања жице траје дуго: Најпре се испитује легура, од које ће се правити једна серија жица, затим се жице изложе температури која опада од  $100^{\circ}$  до  $20^{\circ}$  за време од неколико месеца, па се онда на крајевима монтирају реглете (полужице са поделом слика 18). Овако опремљене жице излажу се дуже времена истезању теговима од 20 и 10 килограма. Тегови од 20 килограма и тежи проузрокују нееластичне деформације (трајно издужење) која се отклањају на тај начин што се жице излажу учестаним потресима. Тендеција ових потреса је да смањује дужину жице и то смањење односи више него заостале нееластичне деформације после истезања. Овим процесима отклоњена су сва унутрашња молекуларна напрезања у материјалу; жица се компарише и одреди јој се права дужина. Свака је жица нумерисана. Уз сваки основички апарат иде једна серија жица и пасош у који су унети: број сваке жице, њена дужина на нормалној температури и њена једначина за рачунање температурских дилатација.

Но инвар има још једну особину: током времена у њему се дешавају молекуларни процеси услед којих му се лагано мења запремина. Инварске жице током времена постају дуже и на нормал-



Температура у микрометрима на инвару, једне инварске жице коју је затрљавали од 100 до 40

сл. 19

ној температури. Код жица, које су за време од 3 месеца биле изложене температури која је равномерно опадала од  $100^{\circ}$  до  $25^{\circ}$  од прилике, ова издужења се могу претставити као функција времена једним дијаграмом (слика 19) чији је закон потпуно проучен. Ако

се зна температура, на којој је престало загревање, и протекло време од кад је жица последњи пут компарисана, може се из овог дијаграма одредити величина ових временских варијација.

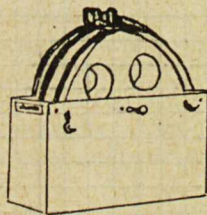
Жице при мерењу заузимају облик ланчанице, чија је приближна једначина

$$y = ax^2,$$

ако се за координатни почетак узме најнижа тачка. Ако је  $l$  права дужина жице,  $\lambda$  праволинско растојање њених крајних тачака, а  $L$  хоризонтална пројекција крајева, онда је скраћеница приближно

$$\Delta \lambda = l - \lambda = \frac{1}{6} a^2 L^3$$

Кад су крајеви на истој висини, онда је  $\lambda = L$ , и како су жице већ и при самом компарисању заузимале облик ланчанице, то у овом случају не треба уводити никакву поправку у рачун. У колико је већа висинска разлика између крајњих тачака жице, ова разлика између  $\lambda$  и  $L$  постаје све већа и о њој се мора водити рачуна. У поменутој књизи *la mesure rapide des bases géodésiques* стр. 101—103 налазе се таблице са поправкама за разне нагибе и за жице од 24, 48 и 72 метра.

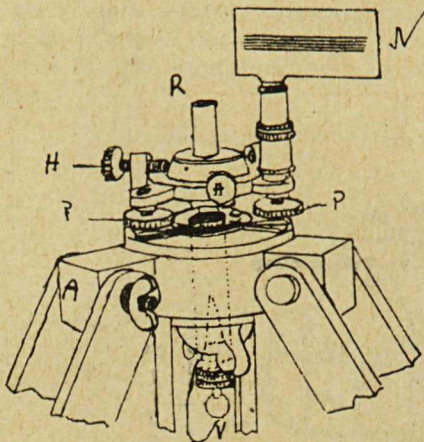


св. 20

*Добош за чување и транспорт жице сл. 20).* Жице, кад се њима не ради треба савити у колутове од најмање 0,5 метара пречника. Мањи пречник ових колутова може да изазове трајне неправилне деформације. Да би се то избегло конструисан је нарочити цилиндар — добош — пречника 0,5 метара на који се жице наматају ради чувања и лакшег транспорта. Добош је снабдевен кукицама, за које се закаче беочузи на реглетима тако, да крајеви жица и реглета увек стоје тангенцијално према добошу. На тај начин је избегнута могућност за деформације на спојевима реглета са жицама. Добош је смештен у нарочиту дрвену кутију (слика 20), у којој се може слободно окретати око своје осовине.

*Остали делови и прибор основничког апарата са жицом.* За обележавање распона на терену за дужину жице служе покретни реперни (сл. 21 и 22). Један масиван дрвени статив на горњем крају носи дрвену плочу А, која је цилиндрично пробушена. На плочу А наслања се носач покретног репера преко три положајна завртња Р. Сам репер R усађен је вертикално у металну плочицу, која се са три хоризонтална завртња Н може покретати по носачу због утеривања у пра-

вац. Репер је цилиндричан а горња му је основа до половине засе-  
чена једном косом равни. Пресек горње основе и косе равни окреће  
се у правцу мерења а усправно на тај пресек стоји цртица — индекс,  
према коме се очитава подела на реглети. На реперу је закачен ви-  
сак или справа за оптичко центрисање репера над почетном тачком  
и крајном тачком основице.



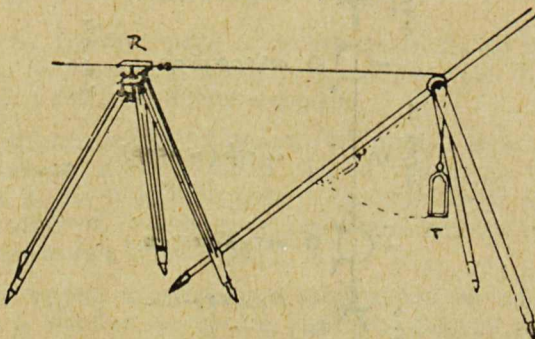
Сл. 21



покретни репер

Сл. 22

На носачу са стране има још један стубић који служи за на-  
мештање нивелманске марке (нишан N сл. 21) или дурбина за ни-  
велање. Дурбин за нивелање не даје висинске разлике, већ тангенсе  
нагибних углова, који се читају на нарочитој скали на самом дур-  
бину на четири децимале. Помоћу нарочитих таблица на странама

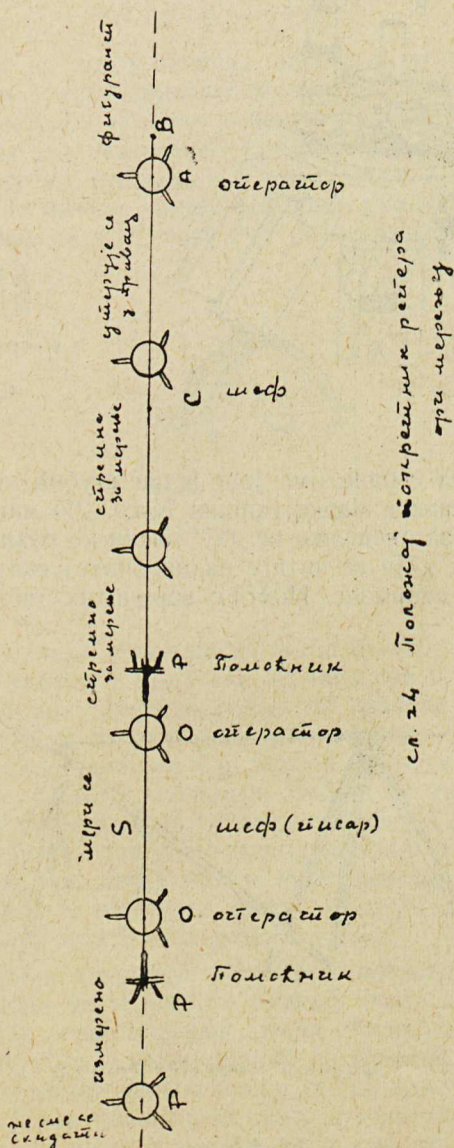


абијарски спироман за ред

Сл. 23

98—100 поменуте књиге (La mesure rapide des bases géodésiques) рачунају се редуције за сваки нагиб до  $5^{\circ} 43'$ .

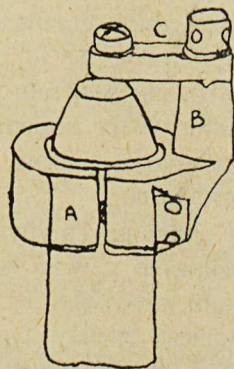
За утеривање у правац статива са реперима служи нарочити дурбин, који се намешта на покретни репер који је већ утеран у правац. Овим дурбином визира се нека удаљена тачка утерана у правац с друге крајне основичке тачке, па затим се према њој наредни репер утера у правац.





Уз сваки апарат иду и два статива са котурима, преко којих иду гајтани са теговима за затезање жица. Положај ових статива према стативима са покретним реперима дат је на сликама 23 и 24.

Дугачке основице изделе се на етапе, чија дужина износи онолико, колико је за један дан могуће измерити. Крајеви ових етапа обележе се сталним белегама (реперима) на сличан начин као и почетак и крај саме основице (тригонометриске тачке). У случају да се из ма каквих разлога мерење једне етапе мора прекинути, крај последњег распона обележава се нарочитим пољским репером (полусталним сл. 25), чија конструкција и начин употребе јасно се виде из слике.



сл. 25 Пољски репер

### Употреба апарата на терену. Рачун.

Сам рад на терену треба подесити тако, да се што мање времена губи. J. R. Benoit и Guillaume предложили су од прилике овакав распоред рада за време мерења.

Први покретни репер намести се приближно над почетном основицом тачком помоћу виска. Једна група од три оператора (једног шефа и два помоћника) и потребног броја носача почиње да намешта покретне стативе дуж основице, док за то време друга група тачно центрише први репер.

Шеф прве групе држи задњи крај кабла за одређивање распона и преноси дурбин за правац с једног репера на други; први помоћник држи предњи крај кабла, док други намешта статив, који је један од носача пренео са већ измереног дела основице. Пошто је други статив приближно утеран у правац шеф приноси почетак кабла зидњем реперу, који је већ утеран у правац, а први помоћник проба да ли је предњи репер на потребном остојању. Затим шеф

утера репер у правац дурбином, мерење се понови и правац поправи, затим се индекс реперов доведе у хоризонатан положај либелама и репер окрене тако да му ивица косе равни дође у правац мерења, односно да индекс буде управан на тај правац. Кад је то свршено други помоћник јавља шефу „готово“, шеф скида дурбин за правац и командује „напред“. На ту команду цела група полази хитро напред пазећи при том да се кабао не вуче по терену. Кад шеф буде близу предњег статива командује „пази“ и кад стигне према њему „стој“. Група се зауставља, шеф намешта дурбин на репер, а други помоћник стаје приближно у правац помажући се редом статива у правцу почетка мерења. Затим се на наредном распону понови исти рад. При намештању статива већа оступања треба поправљати померањем самог статива, мања померањем носача по стативској плочи, која треба да је преближно хоризонатна, а тек пошто се затегне централни завртањ и репер исправи либелама, заостала оступања се поништавају померањем самог репера по носачу. Команде треба да су кратке и јасне, а где год је могуће треба их заменити знацима-сигналимa.

*Мерење.* — Мерење врши друга група, коју сачињавају: један шеф који је обично и секретар у исто време, два оператора и два помоћника. Прво се изврши нивелман. То је у главном посао секретара, који замени нивелманску значку дурбином, прочита тангентну поделу у дурбину најпре у правцу мерења, затим обратно и на тај начин добија висинске разлике односно тангенсе нагиба између суседних статива. Чим заврши читање скида нивелмански дурбин и намешта поново нишан.

Док секретар одређује нагиб помоћници намештају стативе са тековима у правцу распона. Оператори који држе крајеве жица закаче гајтане са тековима за беоцуге на реглетама и пажљиво доводе реглете изнад репера. На команду предњег оператора „пази“ и „тегове“, помоћници откачињу тегове и једновремено их пажљиво спуштају да не изазову никакав нагао потрес. Оператори, који још увек држе крајеве жице, заустављају њена попречна кретања и нарочито спречавају да реглете не ударе у репер и да жица и гајтани нису упредени. Кад се жица сасвим умири оператори пажљиво доводе реглету на репер тако, да њена ивица са поделом прилегне на косу раван уз индекс реперов, пазећи при том да се жица не покреће у правцу распона. Десни оператор јавља да је готов са „готово“ или „почињи“, леви оператор чита а секретар записује у записник његово читање, затим и десни оператор јавља шта је прочитао, па секретар и то запише и одмах образује разлику. Жица се помера у правцу мерења и читања понове на разним местима на ре-

глетти онолико пута колико мерења треба извршити. Обично је довољно 5 читања, али ако секретар примети већа отступања између разлика наређује и накнадна читања. Оступања од 0,3 mm су изузетна, а отступања од 0,5 mm нису више отступања већ грешке. Кад се све разлике слажу у допуштеним границама шеф командује „готово“ и одмах предузима нивелман наредног распона; помоћници на команду „тегови“ враћају тегове у њихова лежишта, а оператори ослобођавају жицу и носе је даље. Статив са покретним репером остаје на месту све док се не заврши мерење у наредном распону, а онда га његов носач диже и носи даље напред. Положај оператора и апарата у раду дат је шематски на сл. 24.

Напред је прва група чији је шеф С, а А и В су помоћници; у среди ни друга група са шефом С, операторима 00 и помоћницима РР. Позади је статив који се не сме скинути, док се мерење у наредном распону не заврши.

За температуру жица узима се ваздушна температура и мери се обичним термометром, пошто грешка у температури од неколико степена тек може да да 1/1.000.000 део распона, док је код челичних жица разлика у температури од 1/10 степена проузроковала оволико исто отступање.

Рачун. Подаци добијени мерењем уписују се одмах у записник који је дат ниже.

## ЗАПИСНИК

Распон n<sup>o</sup>5 (жице 11232)

шеф (писар) ... Х..

Датум ..... 25 . 6 . 1931

Посматрачи { леви ... А.

час ... .. 2<sup>h</sup> 42<sup>m</sup>

{ десни ... В.

Температура 8<sup>o</sup>,5

ЧИТАЊЕ				НАГИБ	
№	лево	десно	Разлика	напред	назад
1	18,7	22,9	4,2	- 0,0184	+ 0,0197
2	25,45	29,7	4,25	- 0,0005	- 0,0005
3	34,3	38,55	4,24		
4	48,15	52,35	4,2	- 0,0189	+ 0,0192
5	62,9	67,2	4,3		
Средина			4,24	0,0190	

## Р а ч у н

	mm
Жице на 8°,5	24 000,41
Читање	4,24
	24 004,65
Вредност распона	24 004,65
Поправка за нагиб	— 4,43
	24 000,32
Хоризонтална пројекција распона	24 000,32

Примедба: Време тихо и облачно

Рекапитулација страна 1 до 10

№ распо- ни	Посма- трачи	Темпе- ратура	Вредност жице на 7°	Разлика	Н А Г И Б		Вредност распона ре- дук. на хо- ризонат (4) + (5) — (7)
					Вредност (6)	поправ. (7)	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(4) + (5) — (7)
		°	mm	mm		mm	mm
1	А, В	8,2	24 000,41	6,21	0,0224	6,02	24 000,61
2	"	8,4	24 000,41	× 6,54	0,0210	5,29	23 991,66
3	"	8,4	24 000,41	× 7,42	0,0200	4,80	23 993,03
4	"	8,3	24 000,41	8,36	0,0186	4,15	24 004,62
5	"	8,5	24 000,41	4,24	0,0190	4,33	24 000,32
6	"	8,7	24 000,41	2,60	0,0182	3,97	23 999,04
7	"	8,6	24 000,41	× 4,58	0,0173	3,39	23 991,40
8	"	8,6	24 000,41	3,28	0,0164	3,23	24 000,46
9	"	8,3	24 000,41	1,77	0,0188	4,24	23 997,94
10	"	8,3	24 000,41	× 2,10	0,0232	6,46	23 986,05
		8,43	24 004,10	7.11	0,01949	46.08	23 996,519

За сваку жицу према њеном пасошу треба срачунати дилатације за сваки степен и сложити их у таблице, па из те таблице узимати поправке за температуру. На тај се начин добије величина распона од које треба одузети редукуцију на хоризонат. Редукуција на хоризонат сложена је из две редукуције: једна се односи на хоризонатну пројекцију праве која спаја репере, а друга на ланчаницу, која није више симетрична, јер су ослонци на разним висинама. За обе редукуције срачунате су вредности и сложене у таблицама (види *La mesure rapide des bases géodésiques* стр. 96—100).

## Закључак

Постигнути резултати мерења овим апаратом оправдали су потпуно очекивања његових твораца. Тачност од 1/10,000.000 дела мерене дуже постиже се олако, терен може да буде у нагибу до 5°, радна брзина са извежбаним персоналом и у повољним приликама може да се пење и до 1 km на сат.

Што се тиче дужине основице апарат је у том правцу потпуно задовољно: у Мексику је овим апаратом измерена и једна права тригонометриска страна првога реда дужине 39.166 метра са тачношћу 1/10,000.000 дела мерене дужине. Но то је уједно и најдужа основица (у колико је мени познато) измерена оваквим апаратом. Овде ћу навести још неке резултате до којих сам могао да дођем.

1930 године мерене су у Египту 3 основице, од којих једна има дужину 12.211 m, а друге око пет километара. Прва основица има средње оступање  $m = \pm 6,11$  mm или 1/2,000.000 део мерене дужи.

Од 1927 до 1932 у Пољској је измерено 5 основица са овим резултатима:

Основица код Гродна 1927 год. дуж. 10.895 m тач. 1/7,080.000

Основица код Корбина 1928 год. дуж. 17.162 m тач. 1/3,360.000

Основица код Ломце 1930 год. дуж. 8.523 m тач. 1/3,320.000

Основица код Варшаве 1930 год. дуж. 14.337 m тач. 1/5,400.000

Основица код Јуњињеца 1932 г. дуж. 9.687 m тач. 1/7,530.000

Кад се узме у обзир да је Пољска врло незгодан терен за триангулацију: раван, шумовит, пун баруштина онда се види да и овакви резултати задовољавају.

Нажалост у литератури, која ми је стајала на расположењу недостају подаци за радну брзину за сва ова мерења. Али и онолико је доста да се покаже предност ове методе и апарата над старим.

---