

ГЕОМЕТАРСКИ И ГЕОДЕТСКИ ГЛАСНИК

Орган Удружења Геометара и Геодета Краљевине Југославије
БЕОГРАД, Адмирала Гепрата 68

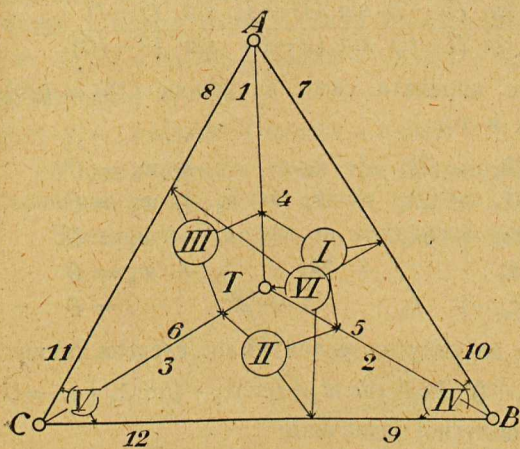
СТРУЧНИ ДЕО

ЛАВ СОПОЦКО, професор

ИЗРАВНАВАЊЕ ОПАЖАЊА ИЗОЛОВАНИХ ТРИГОНОМЕТРИСКИХ ТАЧАКА ВИШИХ РЕДОВА НАЧИНОМ НЕОДРЕЂЕНОГ РЕШЕЊА КОРЕЛАТНИХ ЈЕДНАЧИНА

(Наставак*)

Најпростији случај претставља одређивање изоловане тачке T са три познате тачке A, B, C , када имамо три спољна (1, 2, 3) и три унутрашња правца (4, 5, 6) (сл. 2). Ради оријентације



(Сл. 2)

праваца на непознату тачку опсервирају се узајамни правци између познатих тачака, и то: 7, 8, 9, 10, 11, 12.

У овом случају постоје следећи услови:

1) ... три угловна услова за троуглове, — ABT, BCT и CAT ;
— (I), (II), (III),

2) ... један полусни, или синусни услов са полусом у тачци T и основним троуглом

ABC (VI).

3) ... два фиксна угловна услова, и то за ма која два угла основног троугла ABC , на пример за углове $\sphericalangle ABC$ и $\sphericalangle BCA$ — (IV), (V).

У изравнатом и оријентисаном троуглу углови потпуно задовољавају услов теоријског збира углова троугла, дакле за

*) В. бр. 5 „Гласника“ стр. 243—257.

троугао на равни - вредности од 180° , за троугао на сфери или сфероиду - вредности од 180° повећаној за сферни или сфероидни додаток (ексцес). При рачунању координата поступних темена оваког троугла, полазећи од координата једног од њих и нагиба једне стране, увек се добију исте координате за почетни темен. Према томе у овом случају не постоји т. зв. основички услов, према којему из поступног рачунања реда троуглова I, II, III морају добивене вредности фиксних страна CB , CA и AB да буду истоветне са датим.

Условне једначине за угловне услове биће у овом случају следеће:

Услови троуглова

$$(28) \quad \begin{aligned} \text{I...} & (1) - (6) + (2) - (9) + (5) - (4) + w_1 = 0 \\ \text{II...} & (2) - (8) + (11) - (3) + (6) - (5) + w_2 = 0 \\ \text{III...} & (3) - (10) + (7) - (1) + (4) - (6) + w_3 = 0 \end{aligned}$$

Фиксни услови (29)
$$\begin{aligned} \text{IV...} & (9) - (8) + w_4 = 0 \\ \text{V...} & (11) - (10) + w_5 = 0 \end{aligned}$$

Синусни услов (30) VI
$$\frac{\sin(9-2) \sin(11-3) \sin(7-1)}{\sin(1-6) \sin(2-8) \sin(3-10)} = 1$$

Нормалне једначине корелата само за услове (28) и (29) имају једноставан облик и то:

$$(30) \quad \begin{aligned} \text{I...} & 6k_1 - 2k_2 - 2k_3 + k_4 \quad . + w_1 = 0 \\ \text{II...} & - 2k_1 + 6k_2 - 2k_3 + k_4 + k_5 + w_2 = 0 \\ \text{III...} & - 2k_1 - 2k_2 + 6k_3 \quad . + k_5 + w_3 = 0 \\ \text{IV...} & k_1 + k_2 \quad . + 2k_4 \quad . + w_4 = 0 \\ \text{V...} & \quad . \quad k_2 + k_3 \quad . + 2k_5 \quad . = 0 \end{aligned}$$

Нормална једначина за синусни услов имаће следећи облик:
(31) VI. $(a\alpha)k_1 + (b\alpha)k_2 + (c\alpha)k_3 + (d\alpha)k_4 + (e\alpha)k_5 + (a\alpha)k_6 + w_6 = 0$
која одговара условној полусној једначини:

$$(31^*) \quad \alpha_1(7) + \alpha_2(8) + \alpha_3(9) + \alpha_4(10) + \alpha_5(11) + \alpha_6(12) + w_6 = 0$$

Неодређено решење групе (30) нормалних једначина даје следећи резултат:

$$(32) \quad \begin{aligned} k_1 &= -\frac{0,56667}{1} w_1 - 0,50000 w_2 - 0,43333 w_3 + 0,53333 w_4 + 0,46667 w_5 \\ k_2 &= -0,50000 w_1 - \frac{0,70000}{1} w_2 - 0,50000 w_3 + 0,60000 w_4 + 0,60000 w_5 \\ k_3 &= -0,43333 w_1 - 0,50000 w_2 - \frac{0,56667}{1} w_3 + 0,46667 w_4 + 0,53333 w_5 \\ k_4 &= +0,53333 w_1 + 0,60000 w_2 + 0,46667 w_3 - \frac{1,06667}{1} w_4 - 0,53333 w_5 \\ k_5 &= +0,46667 w_1 + 0,60000 w_2 + 0,53333 w_3 - 0,53333 w_4 - \frac{1,06667}{1} w_5 \end{aligned}$$

Коефицијенти, који су подвучени, одговарају квадратичним коефицијентима нормалних једначина и за то се зову *квадратичним коефицијентима неодређених израза за корелате**. Они су увек негативни. Из (32) се види истоветност *неквадратичних* коефицијената, чији је положај симетричан према положају *квадратичних* коефицијената. Према томе у таблицу коефицијената неодређеног решења нормалних једначина се уносе само оне вредности, које се налазе или са десне, или са леве стране од квадратичних коефицијената. Тако таблица коефицијената неодређеног решења (32) изгледа овако:

Таблица 1

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	S
k_1	<u>-0,56667</u>	-0,50000	-0,43333	+0,53333	+0,46667	-0,50000
k_2		<u>-0,70000</u>	-0,50000	+0,60000	+0,60000	-0,50000
k_3			<u>-0,56667</u>	+0,46667	+0,53333	-0,50000
k_4				<u>-1,06667</u>	-0,53333	0
k_5					<u>-1,06667</u>	0

У последњем ступцу таблице 1 стоје зборови свих коефицијената неодређеног решења, који одговарају корелатама означеним у првом ступцу. Тако за корелату k_1 имамо

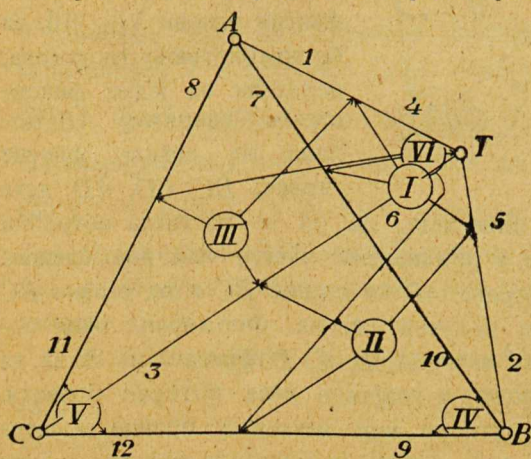
$$(33) S_1 = -0,56667 - 0,50000 - 0,43333 + 0,53333 + 0,46667 = 0,50000$$

за корелату k_1 ,

$$(33^*) S_4 = +0,53333 + 0,60000 + 0,46667 - 1,06667 - 0,53333 = 0.$$

У овом случају прве три вредности узимају се из стубца означеног са w_1 , а две остале из реда, означеног са k_1 .

Вредности S служе за контролно рачунање.



(Сл. 3)

Предзнаци коефицијената нормалних једначина зависе од положаја тражене тачке T према фиксном троуглу ABC (сл. 2). Кад тражена тачка T пада ван овог троугла, како је приказано на сл. 3, онда ће у том случају одговарајућа група нормалних корелатних једначина бити следећа:

*) В. ред коефицијената (4) и (5).

$$\begin{aligned}
 & 6k_1 + 2k_2 + 2k_3 - k_4 \quad \cdot + w_1 = 0 \\
 & + 2k_1 + 6k_2 - 2k_3 + k_4 + k_5 + w_2 = 0 \\
 (34) \quad & + 2k_1 - 2k_2 + 6k_3 \quad \cdot + k_5 + w_3 = 0 \\
 & - k_1 + k_2 \quad \cdot + 2k_4 \quad \cdot + w_4 = 0 \\
 & \quad \cdot + k_2 + k_3 \quad \cdot + 2k_5 + w_5 = 0
 \end{aligned}$$

Овде је променила свој предзнак корелата k_1 .

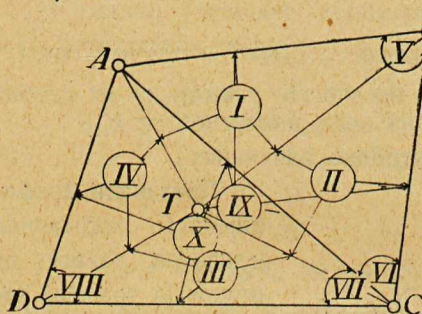
Вредности коефицијената неодређеног решења су унете у таблицу II.

Таблица II

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	S
k_1	$-0,56667$	$+0,50000$	$+0,43333$	$-0,53333$	$-0,46667$	$+1,30000$
k_2		$-0,70000$	$-0,50000$	$+0,60000$	$+0,60000$	$+0,50000$
k_3			$-0,56667$	$+0,46667$	$+0,53333$	$+0,36666$
k_4				$-1,06667$	$-0,53333$	$-0,46666$
k_5					$-1,06667$	$-0,93334$

Повећање броја фиксних тачака компликује задатак изравнавања тиме што се број синусних једначина повећава.

Тако, на пример, кад имамо четири фиксне тачке A, B, C, D , (сл. 4) није довољно поставити само угловне услове I, II, III, IV за



(Сл. 4)

B троуглове ATB, BTC, CTD и ATD , синусни или полусни услов са полусом у траженој тачци T и основицом у троуглу ABC и фиксни услови VII, VIII, да би при рачунању троуглова, полазећи од једне фиксне стране, на пример AB , добили за остале фиксне стране, BC, CD, AD исте

вредности као што су биле дате. Да би се постигла потребна сагласност потребно је у изједначење увести или два базисна услова, — прелаз од стране AB ка страни BC и од стране BC ка страни DC , или два полусна услова. Формирање ових последњих базира, ако су тачке A, B, C, D фиксне, на томе да су њихов узајаман положај и узајамна веза потпуно познати. Дакле познати су сви углови које затварају правци са једне фиксне тачке на остале; тако на пример познат је положај правца са тачке A на C и обрнуто према суседним правцима, — AB ,

AD и CB , CD . Ако не би овај обострани правац AC био опсервиран у природи при опсервирању изоловане тачке T , онда би се његов нагиб или сферични азимут могао израчунати из координата тачака A и C .

Познати правац AC дели четвороугао $ABCD$ на два фиксна троугла ABC и ACD . Према томе место фиксних углова у четвороугаонику $ABCD$ ставља се услов да углови у фиксним троугловима ABC и ACD остану непромењени — услови VI, VII, VIII (Сл. 4).

Као што смо видели у случају три фиксне тачке, удовољавање услова страна или базиса доприноси задовољењу полусног услова са полусом у траженој тачци T и са основицом у фиксном троуглу.

Пошто у случају фиксног четвороугаоника (или 4 фиксне тачке) постоје два фиксна троугла ABC и CDA , то се два базисна услова, или један полусни и један базисни, могу заменити са два полусна услова са полусима у тачци T и основицама у троугловима ABC , односно у CDB — услови (IX) и (X) на сл. 4.

У смислу формирања условних и нормалних једначина оваква замена не доноси неку нарочиту корист, али она дозвољава доста прост и једноставан начин за извођење изравнавања.

Тако, за четвороугао, поред фиксне нормалне једначине (24), која се односи на фиксни троугао ABC и полус T и која у том случају има допунски члан са корелатом k_{II} :

$$(35) \dots (\alpha a) k_1 + (\alpha b) k_2 + \dots + (\alpha n) k_n + (\alpha \alpha) k_I + (\alpha \beta) k_{II} + w_I = 0$$

у рачунање улази друга фиксна нормална једначина, која одговара полусу T и основици CDA , следећег облика:

$$(36) \dots (\beta a) k_1 + (\beta b) k_2 + \dots + (\beta n) k_n + (\beta \alpha) k_I + (\beta \beta) k_{II} + w_{II} = 0$$

Одговарајућа њој полусна једначина грешака је:

$$(36^*) \dots \beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \dots + \beta_m v_m + w_{II} = 0$$

Трансформирање нормалних једначина (35) и (36) се изводи начином потпуно сличном ономе, који је објашњен у првом делу чланка.

Тако се рачунају две групе помоћних корелата

$$(37) \dots \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$$

$$(37^*) \dots \rho'_1, \rho'_2, \dots, \rho'_n$$

Прва група — из образаца (19) у формулару бр. 2.

За рачунање друге групе (37*) помоћних корелата искоришћују се коефицијенти нормалне једначине (36) у обрасцима:

$$(38) \dots \begin{aligned} \rho_1' &= f_{1.1} (a\beta) + f_{1.2} (b\beta) + \dots + f_{1.n} (n\beta), \\ \rho_2' &= f_{2.1} (a\beta) + f_{2.2} (b\beta) + \dots + f_{2.n} (n\beta), \\ &\dots \\ \rho_n' &= f_{n.1} (a\beta) + f_{n.2} (b\beta) + \dots + f_{n.n} (n\beta). \end{aligned}$$

Помоћне корелате (19) и (38) служе за трансформацију коефицијената нормалних једначина за корелате k_I и k_{II} у једначинама (35) и (36), дакле коефицијената, —

$$(39) \dots (\alpha\alpha), (\alpha\beta), (\beta\beta)$$

и слободних чланова, —

$$(39^*) \dots w_I \text{ и } w_{II}$$

За трансформацију служе формуле аналогне образцима (24) и (24*)

Ако означимо трансформирание коефицијенте (39) са

$$(40) \dots A_{I,I}, A_{I,II} = A_{II,I}, A_{II,II}$$

и трансформирание слободне чланове (39*) са

$$(40^*) \dots W_I, W_{II}$$

онда одговарајући обрасци имају следећи облик:

$$(41) \dots \begin{aligned} A_{I,I} &= (\alpha\alpha) + (\alpha a) \rho_1 + (\alpha b) \rho_2 + \dots + (\alpha n) \rho_n \\ A_{I,II} &= (\alpha\beta) + (\alpha a) \rho_1' + (\alpha b) \rho_2' + \dots + (\alpha n) \rho_n' = \\ A_{II,I} &= (\beta\alpha) + (\beta a) \rho_1 + (\beta b) \rho_2 + \dots + (\beta n) \rho_n \\ A_{II,II} &= (\beta\beta) + (\beta a) \rho_1' + (\beta b) \rho_2' + \dots + (\beta n) \rho_n' \end{aligned}$$

и

$$(41^*) \dots \begin{aligned} W_I &= w_I + (a\alpha) k_1 + (b\alpha) k_2 + \dots + (n\alpha) k_n \\ W_{II} &= w_{II} + (a\beta) k_1 + (b\beta) k_2 + \dots + (n\beta) k_n \end{aligned}$$

Вредности керелата k_I и k_{II} добивају се из решења једначина:

$$(42) \dots \begin{aligned} A_{I,II} k_I + A_{I,II} k_{II} + W_I &= 0 \\ A_{II,I} k_I + A_{II,II} k_{II} + W_{II} &= 0 \end{aligned}$$

Рачунање вредности k_I и k_{II} се изводи према обрасцима:

$$(43) \dots \begin{aligned} k_I &= \frac{A_{II,II} W_I - A_{I,II} W_{II}}{A_{I,I} A_{II,II} - A_{I,II}^2} \\ k_{II} &= \frac{A_{I,I} W_{II} - A_{I,II} W_I}{A_{I,I} A_{II,II} - A_{I,II}^2} \end{aligned}$$

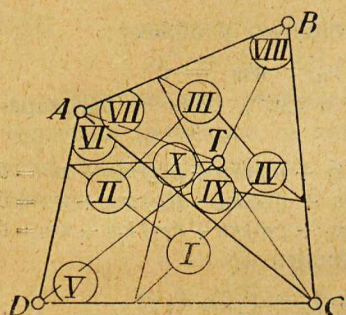
Вредности осталих корелата рачунају се помоћу рачунања корелатних поправака по обрасцима, аналогним са (26), и то:

$$(44) \dots \begin{aligned} \Delta k_1 &= \rho_1 k_I + \rho_1' k_{II} \\ \Delta k_2 &= \rho_2 k_I + \rho_2' k_{II} \\ &\dots \\ \Delta k_n &= \rho_n k_I + \rho_n' k_{II} \end{aligned}$$

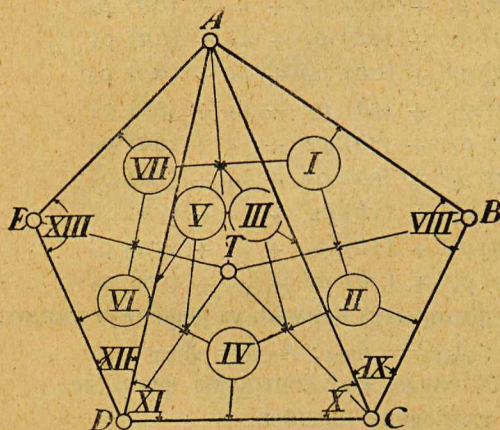
Наравно, да за поправке праваца важе обрасци (27) са том само променом да у сваки од њих улази по један нов члан, зависан од корелате k_{II} , —

$$(45) \dots \beta_1 k_{II}; \beta_2 k_{II}; \dots \beta_m k_m$$

За случај, кад тражена тачка T (сл. 4) падне са друге стране дијagonале AC и то у троуглу ABC , важе исти обрасци, само са том променом да ће троуглови CTD и DTA играти улогу троуглова ATB и BTC а према томе се мења нумерисање корелата. Осим овога се мења избор фиксних углова VI, VII, VIII, како је приказано на слици 5.



(Сл. 5)



(Сл. 6)

У случају кад се број фиксних тачака повећа још на једну, до 5, онда се ради истих горе наведених разлога број фиксних једначина повећава према четвороугаонику угловне са 2 и полусни са 1 једначином тако да ће свега бити:

Услови троугла ... 5.

Фиксних углова ... 6.

Полусних фиксних једначина — 3.

Неодређено решење нормалних

корелатних једначина за услове троугла и фиксних углова ставља се у таблице.

При овоме се разликују три случаја, и то: 1) кад тражена тачка пада унутар првог фиксног троугла — ABC ; 2) кад она пада у други фиксни троугао ACD (Сл. 6) и 3) кад тачка пада у трећи троугао AED .

Први и трећи случај

су међусобно идентични само са разликом да први услов троугла — ATB заступа у трећем случају услов троугла AED и тако редом за остале услове троуглова, идући у обрнутом правцу.

Исто важи и за фиксне углове: у трећем случају улогу фиксног угла ABC игра угао AED и тако редом у обрнутом правцу. Таблице вредности коефицијената неодређеног решења остају под тим условом исте.

У другом случају неки од коефицијената нормалних једначина мењају предзнаке, а према томе корелатне вредности у таблицама ће се разликовати само по предзнацима.

Трансформирање 3 корелатне једначине, које одговарају трима полусним једначинама изводи се на исти начин како је горе објашњено. У овом случају се рачунају три групе помоћних корелата, свака помоћу коефицијената одговарајуће корелатне једначине, а по обрасцима (19).

Ако трећу полусну једначину напишемо у облику:

$$(46) \dots \quad \gamma_1 v_1 + \gamma_2 v_2 + \dots + \gamma_n v_n + w_{III} = 0$$

а за две прве узмемо једначине (13) и (36*), онда ће одговарајуће корелатне једначине бити.

$$47) \dots \begin{aligned} (a\alpha) k_1 + (b\alpha) k_2 + \dots + (n\alpha) k_n + (\alpha\alpha) k_I + (\alpha\beta) k_{II} + (\alpha\gamma) k_{III} + w_I &= 0 \\ (a\beta) k_1 + (b\beta) k_2 + \dots + (n\beta) k_n + (\beta\alpha) k_I + (\beta\beta) k_{II} + (\beta\gamma) k_{III} + w_{II} &= 0 \\ (a\gamma) k_1 + (b\gamma) k_2 + \dots + (n\gamma) k_n + (\gamma\alpha) k_I + (\gamma\beta) k_{II} + (\gamma\gamma) k_{III} + w_{III} &= 0 \end{aligned}$$

Трансформацији потпадају коефицијенти:

$$(48) \dots \quad (\alpha\alpha); (\alpha\beta) = (\beta\alpha); (\beta\beta); (\beta\gamma) = (\gamma\beta); (\gamma\gamma)$$

а изводи се по обрасцима:

$$(49) \dots \begin{aligned} A_{I,II} &= (\alpha\alpha) + (\alpha a) \rho_1 + (\alpha b) \rho_2 + \dots + (\alpha n) \rho_n \\ A_{I,III} &= (\alpha\beta) + (\alpha a) \rho_1' + (\alpha b) \rho_2' + \dots + (\alpha n) \rho_n' \\ A_{II,III} &= (\alpha\gamma) + (\alpha a) \rho_1'' + (\alpha b) \rho_2'' + \dots + (\alpha n) \rho_n'' \\ A_{II,I} &= (\beta\beta) + (\beta a) \rho_1' + (\beta b) \rho_2' + \dots + (\beta n) \rho_n' \\ A_{II,III} &= (\beta\gamma) + (\beta a) \rho_1'' + (\beta b) \rho_2'' + \dots + (\beta n) \rho_n'' \\ A_{III,I} &= (\gamma\gamma) + (\gamma a) \rho_1'' + (\gamma b) \rho_2'' + \dots + (\gamma n) \rho_n'' \\ A_{III,I} &= (\gamma\alpha) + (\gamma a) \rho_1 + (\gamma b) \rho_2 + \dots + (\gamma n) \rho_n \\ A_{III,II} &= (\gamma\beta) + (\gamma a) \rho_1' + (\gamma b) \rho_2' + \dots + (\gamma n) \rho_n' \end{aligned}$$

Према својствима коефицијената нормалних једначина имамо:

$$(50) \dots \quad A_{I,II} = A_{II,I}; A_{I,III} = A_{III,I}; A_{II,III} = A_{III,II}$$

Ове идентичности (50) служе као контролне формуле:

За трансформирање слободних чланова, —

$$w_1, w_2, w_3$$

искоришћују се обрасци:

$$(51) \dots \begin{aligned} W_1 &= w_1 + (a\alpha) k_1 + (b\alpha) k_2 + \dots + (n\alpha) k_n \\ W_2 &= w_2 + (a\beta) k_1 + (b\beta) k_2 + \dots + (n\beta) k_n \\ W_3 &= w_3 + (a\gamma) k_1 + (b\gamma) k_2 + \dots + (n\gamma) k_n \end{aligned}$$

За решење трансформираних једначина, —

$$(52) \dots \begin{aligned} A_{I,I} k_I + A_{I,II} k_{II} + A_{I,III} k_{III} + W_I &= 0 \\ A_{II,I} k_I + A_{II,II} k_{II} + A_{II,III} k_{III} + W_{II} &= 0 \\ A_{III,I} k_I + A_{III,II} k_{II} + A_{III,III} k_{III} + W_{III} &= 0 \end{aligned}$$

искоришћава се алгоритм Гауса.

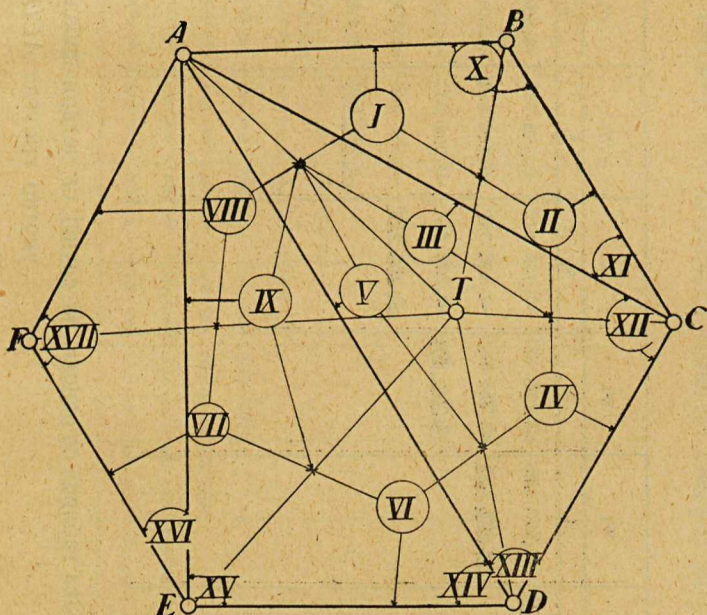
При рачунању поправака за остале корелате важе формуле (44) са том разликом да се са десне стране појаве трећи чланови, који зависе од треће групе помоћних корелата, —

$$(53) \quad \rho_1'', \rho_2'', \dots, \rho_n'';$$

ове корелате се рачунају из образаца аналогних (38):

$$(54) \quad \begin{aligned} \rho_1'' &= f_{1,1}(a_\gamma) + f_{1,2}(b_\gamma) + \dots + f_{1n}(n_\gamma) \\ \rho_2'' &= f_{2,1}(a_\gamma) + f_{2,2}(b_\gamma) + \dots + f_{2n}(n_\gamma) \\ \rho_n'' &= f_{n,1}(a_\gamma) + f_{n,2}(b_\gamma) + \dots + f_{nn}(n_\gamma) \end{aligned}$$

При даљем повећавању фиксних тачака број полусних једначина сразмерно се повећава. Одговарајуће нормалне једначине трансформирају се и решавају се по истом поступку, који је образложен горе.



(Сл. 7)

За праксу је довољно да саставимо таблице само за број фиксних тачака, узетих за одређивање тражене тачке, од 3 до 6.

ТАБЛИЦА Ш

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	w_9	S
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
K_1	<u>-0,701 970</u>	-0,667 488	+0,298 030	-0,332 512	-0,298 030	+0,684 729	+0,655 172	+0,344 828	+0,315 271	+0,298 030
K_2		<u>-0,936 453</u>	+0,332 512	-0,463 547	-0,332 512	+0,801 970	+0,889 655	+0,510 345	+0,398 030	+0,532 512
K_3			<u>-0,701 970</u>	-0,332 512	-0,298 030	-0,315 271	-0,344 828	+0,344 828	+0,315 271	-0,701 970
K_4				<u>-0,936 453</u>	-0,667 488	+0,398 030	+0,510 345	+0,889 655	+0,801 970	-0,132 512
K_5					<u>-0,701 970</u>	+0,315 271	+0,344 828	+0,655 172	+0,684 729	-0,298 030
K_6						<u>-1,243 350</u>	-0,772 414	-0,427 586	-0,356 650	-0,915 271
K_7							<u>-1,544 828</u>	-0,855 172	-0,427 586	-1,454 828
K_8								<u>-1,544 828</u>	-0,772 414	-0,955 172
K_9									<u>-1,243 350</u>	-0,284 729

Ова таблица се односи на случај са четири фиксне тачке са положајем тражене тачке унутар троугла ACD . (Сл. 4.)

ТАБЛИЦА IV

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	S
1	-771 9033	- 760 7553	+228 0987	- 500 0000	-228 0987	- 249 2447	- 228 0987	+ 761 3535	+ 743 2024	+ 507 5559	+ 492 4471	+ 286 7976	+ 288 6707	+ 800 0000
2		-1,052 4743	+249 2447	- 700 0000	-249 2447	- 346 5257	- 249 2447	+ 902 1148	+1,018 7311	+ 734 7432	+ 665 2568	+ 351 6659	+ 297 8852	+ 900 0000
3			-771 9033	- 500 0000	-228 0987	- 249 2447	- 228 0987	- 238 6707	- 286 7976	+ 507 5559	+ 492 4471	+ 286 7976	+ 288 6707	+ 900 0000
4				-1,414 2857	-500 0000	- 700 0000	- 500 0000	+ 800 0000	+ 771 4286	+1,342 8571	+1,342 8571	+ 771 4286	+ 600 0000	+ 614 2857
5					-771 9033	+ 249 2447	+ 228 0987	+ 238 6707	+ 286 7976	+ 492 4471	+ 507 5559	+ 286 7976	- 238 6707	+ 900 0000
6						-1,053 4743	- 750 7553	+ 297 8882	+ 381 2689	+ 665 2568	+ 734 7432	+1,018 7311	+ 902 1148	+ 900 0000
7							-771 9033	+ 238 6707	+ 286 7976	+ 492 4471	+ 507 5559	+ 743 2024	+ 761 3893	+ 900 0000
8							-1,331 7221	- 880 9649	- 621 1480	- 621 1480	- 578 8520	- 319 0332	- 288 2779	+ 900 0000
9								-1,688 5628	-1,101 5969	- 726 9745	- 726 9745	- 428 7229	- 319 0332	+ 971 4295
10								-1,976 0035	-1,281 1394	-1,976 0035	-1,281 1394	- 726 9745	- 578 8520	+ 1,542 8572
11									-1,976 0035	-1,976 0035	-1,976 0035	-1,101 5969	- 621 1480	+ 1,542 8572
12												-1,688 5628	- 880 9668	+ 1,971 4295
13													-1,331 7221	+ 1,300 0000
														+ 7 014 2857

Ова таблица одговара случају са пет фиксних тачака и положају гражене тачке Т унутра троугла ADC. (Сл. б.)

Т А Б Л И Ц А У

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	w_9	w_{10}	w_{11}	w_{12}	w_{13}	w_{14}	w_{15}	w_{16}	w_{17}	S	
K1	-814,9284	800,4135	-185,0716	600,2046	-399,7985	-185,0716	-185,0716	-185,0716	185,0716	185,0716	807,7710	780,8010	+ 605,3170	+ 896,0920	+ 404,9080	+ 394,4630	+ 204,4990	+ 192,2290	-814,9284
K2	-1,183,3129	1199,3866	-199,3866	841,1048	-585,0957	-276,6971	-199,3866	-199,3866	199,3866	199,3866	961,9352	+1,095,7055	868,7117	+ 613,4969	+ 866,5006	+ 531,2883	+ 504,8246	+ 239,0066	-1,183,3129
K3	-814,9284	800,4046	-185,0716	600,2046	-399,7985	-185,0716	-185,0716	-185,0716	185,0716	185,0716	182,2290	- 204,4990	+ 605,3170	+ 896,0920	+ 404,9080	+ 394,4630	+ 204,4990	+ 192,2290	-814,9284
K4	-1,699,4157	399,7985	-1,129,1857	805,8095	-399,7985	-399,7985	-399,7985	-399,7985	399,7985	399,7985	780,8044	927,1399	+1,613,3901	+1,648,5948	+1,185,9772	+1,072,3342	+ 615,7172	+ 479,3406	-1,699,4157
K5	-814,9284	800,4046	-185,0716	600,2046	-399,7985	-185,0716	-185,0716	-185,0716	185,0716	185,0716	192,2290	804,4990	+ 394,4630	+ 404,9080	+ 404,9080	+ 394,4630	+ 204,4990	+ 192,2290	-814,9284
K6	-1,699,4157	841,1043	-600,2046	-4,182,3129	199,3866	-614,9284	-185,0716	-600,4135	600,4135	199,3866	479,3406	615,7172	+1,072,3342	+1,185,9772	+1,613,3901	+ 927,1399	+ 780,8044	+ 2,229,1857	-1,699,4157
K7	-814,9284	800,4135	-185,0716	600,2046	-399,7985	-185,0716	-185,0716	-185,0716	185,0716	185,0716	239,0066	304,8246	+ 531,2883	+ 866,5006	+ 613,4969	+ 866,5006	+ 1,095,7055	+ 861,9452	-814,9284
K8	-814,9284	800,4135	-185,0716	600,2046	-399,7985	-185,0716	-185,0716	-185,0716	185,0716	185,0716	192,2290	804,4990	+ 394,4630	+ 404,9080	+ 404,9080	+ 394,4630	+ 204,4990	+ 192,2290	-814,9284
K9	-1,384,8671	1,384,8671	-1,384,8671	1,384,8671	-1,384,8671	-1,384,8671	-1,384,8671	-1,384,8671	1,384,8671	1,384,8671	-1,384,8671	945,6033	- 737,0143	- 704,2946	- 485,7056	- 462,9857	- 254,3967	- 215,1389	-1,384,8671
K10	-1,774,3492	-1,248,4955	-891,4987	-651,3589	-580,0760	-462,9857	-339,9397	-204,3967	-131,1276	-651,3589	-495,7056	-462,9857	-254,3967	-215,1389	-131,1276	-651,3589	-495,7056	-204,3967	-1,774,3492
K11	-2,233,5923	-1,564,5926	-1,121,1216	-1,023,5466	-891,4987	-651,3589	-580,0760	-462,9857	-339,9397	-204,3967	-131,1276	-651,3589	-495,7056	-462,9857	-254,3967	-215,1389	-131,1276	-651,3589	-2,233,5923
K12	-2,532,2184	-1,536,5469	-1,121,1276	-1,023,5466	-891,4987	-651,3589	-580,0760	-462,9857	-339,9397	-204,3967	-131,1276	-651,3589	-495,7056	-462,9857	-254,3967	-215,1389	-131,1276	-651,3589	-2,532,2184
K13	-3,433,4799	-2,532,2184	-1,564,5926	-1,121,1276	-1,023,5466	-891,4987	-651,3589	-580,0760	-462,9857	-339,9397	-204,3967	-131,1276	-651,3589	-495,7056	-462,9857	-254,3967	-215,1389	-131,1276	-3,433,4799
K14	-2,233,5923	-1,564,5926	-1,121,1276	-1,023,5466	-891,4987	-651,3589	-580,0760	-462,9857	-339,9397	-204,3967	-131,1276	-651,3589	-495,7056	-462,9857	-254,3967	-215,1389	-131,1276	-651,3589	-2,233,5923
K15	-1,774,3492	-1,248,4955	-891,4987	-651,3589	-580,0760	-462,9857	-339,9397	-204,3967	-131,1276	-651,3589	-495,7056	-462,9857	-254,3967	-215,1389	-131,1276	-651,3589	-495,7056	-204,3967	-1,774,3492
K16	-1,384,8671	1,384,8671	-1,384,8671	1,384,8671	-1,384,8671	-1,384,8671	-1,384,8671	-1,384,8671	1,384,8671	1,384,8671	-1,384,8671	945,6033	- 737,0143	- 704,2946	- 485,7056	- 462,9857	- 254,3967	- 215,1389	-1,384,8671
K17	-814,9284	800,4135	-185,0716	600,2046	-399,7985	-185,0716	-185,0716	-185,0716	185,0716	185,0716	807,7710	780,8044	+ 605,3170	+ 896,0920	+ 404,9080	+ 394,4630	+ 204,4990	+ 192,2290	-814,9284

Ова таблица се односи на шест фиксних тачака и положај тражене тачке у границама троугла ACD . (Сл. 7.)

У случају 6 фиксних тачака положај тражене тачке према фиксним има 4 варијанте према томе у који од 4 фиксна троугла пада тражена тачка.

Из слике 7 се види да троуглови I и IV, као и II, III симетрично су положени према темену A и шестоугаонику $ABCDEF$. Због ове симетрије таблице коефицијнната неодређеног решења корелатних једначина за угловне услове биће истоветне за случајеве I IV и II, III. Таблице за ова два пара случајева се разликују само предзнацима код истоветних табличних вредности.

Таблице коефицијнната неодређеног решења нормалних угловних једначина корелата су следеће:

Таблица III се односи на случај са четири фиксне тачке (сл. 4) са положајем тражене тачке унутар троугла ACD . Кад би тачка пала у троугао ABC , онда коефицијенти израза за трећу корелату k_3 промене своје предзнаке осим квадратичног коефицијента при w_3 .

Таблица IV одговара случају са пет фиксних тачака и положај тражене тачке T унутра троугла ADC (сл. 6)

Када се тражена тачка налази унутар троугла ABC , онда се предзнаци коефицијената у изразу за k_3 мењају на супротне, изузев квадратичног коефицијента при w_3 .

Ако се тражена тачка налази у границама троугла ADE , онда се мењају предзнаци коефицијената у изразу за корелату k_5 ; само предзнак при w_5 остаје исти.

Таблица V се односи на шест фиксних тачака и положај тражене тачке у границама троугла ACD (сл. 7).

За три остала могућа положаја тражене тачке T у пределима шестоугаоника $ABCDEF$ важе следећа правила:

Када тачка падне у троугао ABC , онда се мењају предзнаци коефицијената у изразу за корелату k_3 , изузев квадратични коефицијенат.

Када тачка пада у троугао ADE , мењају се предзнаци коефицијената у изразу за корелату k_5 .

Када тачка пада у троугао AEF , мењају се предзнаци коефицијената у изразима за корелате k_5 и k_7 .

Примедба:

1) ... Квадратични коефицијенти увек имају предзнак минус (—).

2) ... Због симетричности табличних вредности према положају, промена предзнака у табlici вредности квадратичних

коэффициентата обухвата коефицијенте, који се налазе у стубцу означеном са w и одговарајућим индексом и у реду означеном са k са истим индексом.

(Наставиће се)

STJEPAN VESEL, savetnik
Min. finansija u penziji

„ULOGA KATASTARSKOG PLANA U NARODNOJ PRIVREDI“

Primedbe na kongresni referat g. Inž. Al. Kostića

(Nastavak)

III

U kongresnom referatu g. Inž. Kostića mnogo su važni i dalekosežni predlozi, koji se odnose na reorganizaciju Odeljenja katastra.

Da bi premer mogao biti vršen najdoteranije ili — da tako kažem — savršeno te da bi mogao poslužiti u jednakoj meri svim kako državnim tako i privatnim potrebama, ne bi smeo biti dirigovan od ustanove, kojoj savršenost premera nije neophodnost i koja premeru proizvoljno nameće balast nesrodne struke, već bi premer imao biti postavljen na samostalnu širu osovinu.

Ovaj odlični predlog g. Inž. Kostića nije potpuno nov, ali je iznet u vreme kada se zavisnost premera o potrebama fiska u praksi već počela ispoljavati kao nasilan i neprirodan odnos te je u stručnim krugovima već dozrelo saznanje, da je dalje održavanje takova odnosa po neke državne interese i štetno.

Predlog koji je sada izneo g. Inž. Kostić, bio je aktuelan već i mnogo ranije tj. u vreme kada se našoj mladoj Državi izradivao ustavni i upravni kostur, ali u ono vreme nije bilo razumevanja za ustanovu, nepotrebna korist koje nije bila očigledna, s tim manje što se verovalo da takva ustanova u krajevima preuzetim od bivše monarhije već postoji pod imenom »katastar«. Zato je pitanje ustanove premera bilo potisnuto sasvim u pozadinu od pitanja prećih i od osnovnije važnosti po život Države. Ipak je bilo pokušaja — moglo bi se reći — i u pravo vreme, da se skrene pažnja nadležnih činilaca državne vlasti i na potrebu koncentrisanja svih javnih tehničkih radova, medju kojima se nalazio i državni premer, pod jednim ministarstvom, ali — kako rekoh — za ovaku potrebu nije bilo razumevanja. Što više, u vezi s napomenutim pokušajem, bio je iznet i direktan predlog da se državni premer organizuje kao samostalna ustanova — o čemu više docnije — ali i taj predlog je propao iz istoga razloga.