

ГЕОМЕТАРСКИ И ГЕОДЕТСКИ ГЛАСНИК

Орган Удружења Геометара и Геодета Краљевине Југославије
БЕОГРАД, Адмирала Гепрата 68

СТРУЧНИ ДЕО

Ing. Franjo Rüd1

ISPITIVANJE SREDNJE GREŠKE KONSTANTE DIAGRAMA

Još do pre nekoliko godina, tahimetrijsko snimanje вршило се је теодолитима са три конца

Rad са tim instrumentима davao је нежељени сувишни посао у канцеларији, т. ј. рачунање вредности дужина и висина у tahimetriјским записницима било са tahimetriјским логаритмаром, било са Jordanovим таблицама.

Ti су instrumentи замењени modernim autoredukcionim tahimetrima, који омогућавају брзи и ефикаснији рад у сваком погледу. Читање на летви је лакше пошто отпада очитавање средњег конца, даље отпада читање вертикалног угла, а рачунање дужина и висина за детаљне тачке врши се на самом терену множећи очитане отсечке за дужину са 100,0 а за висину са 20,0 (односно са 50,0).

Kod нас на katastarsком premeravanju боље рећи на „novom premeru“, употребљавају се искључиво autoredukциони tahimetri фирме „Brajthaupt“ и фирме „Fenel“. За један и други тип фабрике су дале упутства за испитивање и реktifikaciju instrumenta.

1) Kod instrumenta „Brajthaupt“, сама фабрика гарантује, да је константа непromenljiva, т. ј. не мора да буде или није једнака 100,00 али је *вредност стална*.

Oво сам istakao radi toga, што се је у почетку pogrešno mislilo, да је фабрика zagarantovala да је константа једнака 100,00 те су се у доста случајева код kartiranja detalja употребили као definitivni podaci, sračunate дужине у tahimetriјским записницима (отсеци за дужине $\times 100,00$) што naravno није било pravilno.

Uredjaj за postizavanje одредјене вредности константе уградјен је у левој страни дурбина те је тако удешен, да се *doterivanje* *вредности константе на 100,00* (или врло близу 100,00 што је vero-

vatnije) može izvršiti jedino u fabrici ili od stručnjaka *izvežbanog i dobro upućenog u sve detalje konstrukcije.*

2) Kod autoredukcionog tahimetra firme „Fenel“ vrednost konstante može da se doteruje do 100,00 ili blizu 100,00 jednim nešto pristupačnijim uredjajem. (U praksi to skoro nikada nije slučaj, već se redovno konstanta razlikuje od 100,00 te se i retko pokušava doći do tačne vrednosti 100,00).

Upoređujući jedan i drugi tip moglo bi se reći, da je Fenelov instrumenat povoljniji baš radi toga, što se na terenu može izvršiti celokupna rektifikacija ali po mome mišljenju postoji jedna slaba strana kod uredjaja za konstantu, t. j. izvlačenje ili uvlačenje durbina radi postizavanja određene vrednosti konstante nipošto se nebi smelo vršiti neposredno rukom, već posredno pomoću jednog naročito udešenog mikrometarskog zavrtnja, te bi se na taj način moglo postići fino doterivanje do željene vrednosti 100,00.

Iz prednjih izlaganja vidimo, da *tahimetrijskom snimanju mora da prethodi* sem ispitivanja svih ostalih uslova instrumenta i *ispitivanje vrednosti konstante*, a sledstveno tome i izrada jedne tablice popravaka na osnovu koje će se *prilikom kartiranja uzeti u obzir popravka za dužinu.*

(Napomena: U praksi u tahim. zapisnicima imamo otsečke za dužinu umnožene sa 100,00 a ne sa pravom vrednošću konstante).

Odredjivanje „relativne“ vrednosti konstante ovisi u mnogome od tačnosti opažanja, u kratko, od oka operatora. Naglašavam „relativna“ vrednost, pošto može da bude govor samo o odredjivanju relativne srednje vrednosti konstante a nikako apsolutne.

Odredjivanje *apsolutne* vrednosti imalo bi naravno *samo teorijsku važnost* a ne praktičnu, pošto za očitane otsečke umnožene sa 100,00 *treba odrediti popravke* na osnovu relativne srednje vrednosti konstante da bismo dobili najverovatnije dužine *obzirom na oko odredjenog posmatrača.* Apsolutna vrednost konstante mogla bi se odrediti fotografskim putem, t. j. isključivši grešku čovječeg oka.

Za svakog operatora (ako se radi sa jednim te istim instrumentom) treba očekivati neku drugu srednju vrednost konstante.

To me je rukovodilo da vršim ispitivanja sa petoricom posmatrača (operatora) sa autoredukcionim tahimetrom broj 38679 firme „Brajthaupt“.

Ni jednom operatoru nisu bile poznate dužine merene pantljkikom, niti pak opažanja drugih posmatrača što je bilo od važnosti za što veću nezavisnost očitavanja letve.

Pre ispitivanja pobijeno je kolje sa označenom sredinom na približnom otstojanju od 40, 60 80, 100 i 120 m. i tek nakon izvršenih opažanja pažljivo su izmerene dužine pantljkikom (čeličnom od 50,00 m koja je bila prethodno komparisana) u jednom i u drugom pravcu i dobiveni su sledeći redukovani iznosi.

$D = 39,25 \text{ m} \quad 59,89 \text{ m} \quad 80,21 \text{ m} \quad 100,01 \text{ m} \quad 119,74 \text{ m}$

Letva s kojom se je radilo bila je ispitana pre rada i pro-nadjena kao ispravna. Opažanja vršila su se pri što manjoj vibraciji zraka i pri mirnom vremenu.

Dobiveni su sledeći podaci:

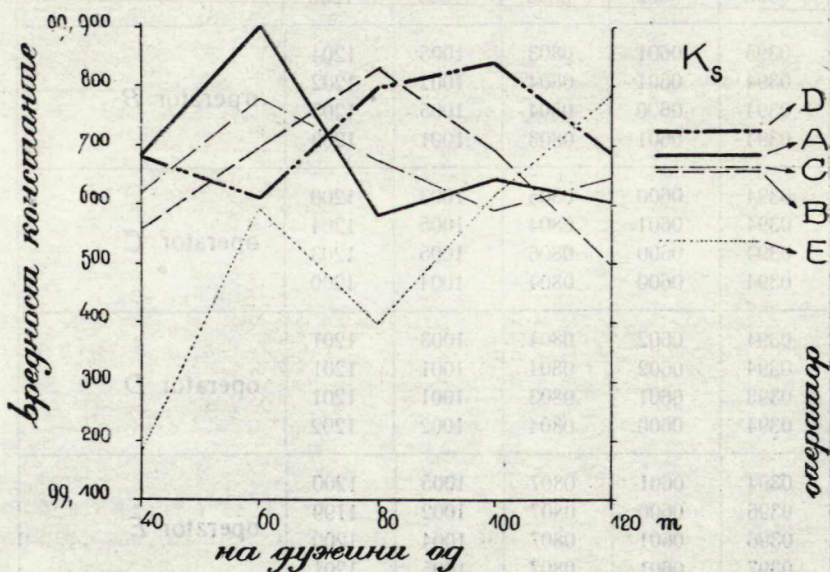
0394	0600	0806	1004	1205	operator A
0394	0600	0807	1003	1203	
0394	0599	0806	1003	1201	
0393	0599	0803	1005	1200	
0395	0601	0803	1005	1204	operator B
0394	0601	0804	1002	1202	
0394	0600	0804	1005	1205	
0394	0601	0803	1001	1203	
0394	0600	0805	1003	1200	operator C
0394	0601	0804	1005	1204	
0394	0600	0806	1005	1203	
0394	0600	0804	1004	1200	
0394	0602	0804	1003	1201	operator D
0394	0602	0804	1001	1201	
0393	0601	9803	1001	1201	
0394	0600	0804	1002	1202	
0394	0601	0807	1005	1200	operator E
0396	0600	0807	1002	1199	
0396	0601	0807	1004	1200	
0397	0601	0807	1005	1201	

Koristimo se ovim podacima i predjimo na

Računanje vrednosti konstante

Red br.		Sredina iz 4 opažanja: L					Obična aritmetička sredina K_S	Operator
		Vrednost konstante: K						
1	$K = \frac{D}{L} =$	39,375	59,950	80,550	100,375	120,225	99,679	A
		99,683	99,900	99,578	99,636	99,597		
2		39,425	60,075	80,350	100,325	120,350	99,651	B
		99,556	99,692	99,826	99,686	99,493		
3		39,400	60,025	80,475	100,425	120,175	99,658	C
		99,619	99,775	99,671	99,587	99,638		
4		39,375	60,125	80,375	100,175	120,125	99,720	D
		99,683	99,609	99,795	99,835	99,680		
5		39,575	60,075	80,700	100,400	120,000	99,532	E
		99,179	99,692	99,393	99,612	99,783		
$\Sigma(K) =$		497,720	498,668	498,263	498,356	498,191	498,240	
$\frac{\Sigma(K)}{5} =$		99,544	99,734	99,653	99,671	99,638	$\frac{E(K_S)}{5} =$	
							= 99,648	

Kontrola: $\frac{\Sigma(\frac{\Sigma(K)}{5})}{5} = \frac{\Sigma(K_S)}{5} = 99,648$



U grafikonu vidno se ističu razlike između dobivenih vrednosti.

Računanje srednje greške konstante diagrama

Operator	K l	K _s l _s	v = l _s - l		vv	m srednja greška jednog određi- vanja konstante. M srednja greška aritmetičke sre- dine konstante.
			+	-		
A	99,0 + 0,683	99,0 + 0,679		0,4	0,16	$m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} =$ $= \pm 13,0 \text{ cm}$ $M = \pm \frac{m}{\sqrt{n}} =$ $= \pm 5,8 \text{ cm}$
	0,900			22,1	488,41	
	0,578		10,1		102,01	
	0,636		4,3		18,49	
	0,597		8,2		67,24	
	Proba [v] = 0	Σ =	22,6	22,5	676,31	
B	99,0 + 0,556	99,0 + 0,651	9,5		90,25	$m = \pm \sqrt{\frac{675}{4}} =$ $= \pm 13,0 \text{ cm}$ $M = \pm 5,8 \text{ cm}$
	0,692			4,1	16,81	
	0,826			17,5	306,25	
	0,686			3,5	12,25	
	0,493		15,8		249,64	
	Σ =		25,3	25,1	675,20	
C	99,0 + 0,619	99,0 +	3,9		15,21	$m = \pm \sqrt{\frac{208}{4}} =$ $= \pm 7,2 \text{ cm}$ $M = \pm 3,2 \text{ cm}$
	0,775	0,658		11,7	136,89	
	0,671			1,3	1,69	
	0,587		7,1		50,41	
	0,638		2,0		4,00	
	Σ =		13,0	13,0	208,20	
D	99,0 + 0,683	99,0 +	3,7		13,69	$m = \pm 9,2 \text{ cm}$ $M = \pm 4,1 \text{ cm}$
	0,609	0,720	11,1		123,21	
	0,795			7,5	56,25	
	0,835			11,5	132,25	
	0,680		4,0		16,00	
	Σ =		18,8	19,0	341,40	
E	90,0 + 0,179	99,0 +	35,3		1246,09	$m = \pm 24,5 \text{ cm}$ $M = \pm 11,0 \text{ cm}$
	0,692	0,532		16,0	256,00	
	0,393		13,9		193,21	
	0,612			8,0	64,00	
	0,783			25,1	630,00	
	Σ =		49,2	49,1	2389,30	
	[v] =	0,1				

Kao pravilo uzelo se je do sada, da se srednja vrednost konstante sračuna kao obična ili prosta aritmetička sredina po formuli $K_s = \frac{K_1 + K_2 + \dots + K_n}{n}$

Smatram da to teorijski nije pravilno s razloga, što sa većom udaljenošću opada tačnost ocenjivanja podataka na letvi te se na prvi pogled neminovno nameće potreba da se uvede

težine. Pošto tačnost opažanja opada sa većom udaljenošću, t
ćemo staviti da je težina p obrnuto proporcionalna dužini s to jes

$p = \frac{l}{s}$ a opštu aritmetičku sredinu (srednju vrednost konstante)

dobićemo po formuli $K_s = \frac{p_1 K_1 + p_2 K_2 + \dots + p_n K_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \frac{[p K]}{[p]}$

Operator	K l	Težina p	pl	$v =$ $\frac{[pl]}{[p]} - l$		pv		$(pv)^2$	Opš. arit. sred. kons. $K_s = 99,0 + \frac{[pl]}{[p]}$ m sred. greš jednog odredjiv konstante M sred. g. eš. opšte arit. sred. konstante
				+	-	+	-		
A	99,0 + 0,683	2,54	1,74	1,7		4,32		7,3	$K_s = 99,0 +$ $+ \frac{5,10}{7,29} = 99,700$ $m = \pm \sqrt{\frac{[pv^2]}{n-1}} =$ $= \pm 15,8 \text{ cm}$ $M = \pm \sqrt{\frac{[pv^2]}{[p]^{(n-1)}}} =$ $= \pm 5,9 \text{ cm}$
	0,900	1,67	1,50		20,1		33,58	676,0	
	0,578	1,25	0,72	12,2		15,25		182,7	
	0,636	1,00	0,64	6,4		6,40		39,6	
	0,597	0,83	0,50	10,3		8,47		86,4	
	Proba $\Sigma =$ $[pv] = 0$	7,29	5,10			34,44	33,58	992,0	
B	99,0 + 0,556	2,54	1,41	8,9		22,60		201,1	$K_s = 99,0 +$ $+ \frac{4,70}{7,29} = 99,645$ $m = \pm 14,8 \text{ cm}$ $M = \pm 5,5 \text{ cm}$
	0,692	1,67	1,16		4,7		7,86	36,9	
	0,826	1,25	1,03		18,1		22,61	409,7	
	0,686	1,00	0,69		4,1		4,10	16,8	
	0,493	0,83	0,41	15,2		12,61		191,6	
	$\Sigma =$	7,29	4,70			35,21	34,57	856,1	
					$[pv] = +0,64$				
C	99,0 + 0,619	2,54	1,57	4,3		10,94		47,1	$K_s = 99,0 +$ $+ \frac{4,82}{7,29} = 99,662$ $m = \pm 9,0 \text{ cm}$ $M = \pm 3,3 \text{ cm}$
	0,775	1,67	1,29		11,3		18,86	213,0	
	0,671	1,25	0,84		0,9		1,13	1,0	
	0,587	1,00	0,59	7,5		7,50		56,3	
	0,638	0,83	0,53	2,4		1,99		4,8	
	$\Sigma =$	7,29	4,82			20,43	19,99	322,2	
					$[pv] = +0,44$				
D	99,0 + 0,683	2,54	1,74	2,4		6,10		14,7	$K_s = 99,0 +$ $+ \frac{5,15}{7,29} = 99,707$ $m = \pm 10,5 \text{ cm}$ $M = \pm 3,9 \text{ cm}$
	0,609	1,67	1,02	9,8		16,37		160,3	
	0,795	1,25	0,99		8,8		11,00	96,8	
	0,835	1,00	0,84		12,8		12,80	164,0	
	0,680	0,83	0,56	2,7		2,24		6,1	
	$\Sigma =$	7,29	5,15			24,71	23,80	441,9	
					$[pv] = +0,91$				
E	99,0 + 0,179	2,54	0,46	28,3		71,95		2036,0	$K_s = 99,0 +$ $+ \frac{3,37}{7,29} = 99,462$ $m = \pm 31,8 \text{ cm}$ $M = \pm 11,8 \text{ cm}$
	0,692	1,67	1,16		23,0		38,42	884,0	
	0,393	1,25	0,49	6,9		8,62		59,4	
	0,612	1,00	0,61		15,0		15,00	225,0	
	0,783	0,83	0,65		32,1		25,65	856,0	
	$\Sigma =$	7,29	3,37			80,57	80,07	4060,4	
					$[pv] = +0,50$				

Rezultati prvih četiri operatora su zadovoljavajući i greške na raznim dužinama ne variraju mnogo, dočim se rezultati operatora *E* prilično razlikuju i pada u oči velika srednja greška jednog određivanja konstante ($m_E = \pm 318 \text{ cm}$).

Srednje vrednosti konstanta bi nam konačno bile:

<i>A</i>	$99,700 \pm 0,059$
<i>B</i>	$99,645 \pm 0,055$
<i>C</i>	$99,662 \pm 0,033$
<i>D</i>	$99,707 \pm 0,039$
<i>E</i>	$99,462 \pm 0,118$

Upoređujući opšte aritmetičke sredine i proste aritmetičke sredine konstanta vidimo, da je upliv razlike na dužini od 100 m

kod *A* $+ 2,1 \text{ cm}$

B $- 0,6 \text{ cm}$

C $+ 0,4 \text{ cm}$

D $- 1,3 \text{ cm}$

E $- 7,0 \text{ cm}$

Prêma tome za praksu

je dovoljno tačno određena konstanta iz proste aritmetičke sredine i težine se mogu zanemariti,

Čim smo sračunali konstantu K_s , odmah pristupamo izradi tablice popravaka kojom ćemo se služiti kod kartiranja detalja. Svakako da je od važnosti i razmera u kojoj ćemo kartirati. N. pr. kod razmere 1:2500 najmanji nam je podatak na transporteru — koordinatografu 20 cm, a u razmeri 1:1000 je 5 cm te se prema tome treba da upravljamo.

Izradimo tablicu popravaka recimo za razmeru 1:1000.

Dužina u metrima	OPERATOR									
	<i>A</i>		<i>B</i>		<i>C</i>		<i>D</i>		<i>E</i>	
	Popravka u cm \pm									
10	—	3	—	4	—	3	—	3	—	5
20		6		7		7		6		11
30		9		11		10		9		16
40		12		14		14		12		22
50		15		18		17		15		27
60		18		21		20		18		32
70		21		25		24		21		38
80		24		28		27		23		43
90		27		32		30		26		48
100		30		36		34		29		54
110		33		39		37		32		59
120		36		43		41		35		65
130		39		46		44		38		70

Ove su tablice donekle nepregledne te se umesto njih možemo služiti jednim jednostavnim *nomogramom* t. zv. „lestvicom“^(*).

U slici 2 izradjena je lestvica popravaka za operatora E .

S leve strane nanete su dužine vizura a s desne pak odgo-
varajuće popravke.

Prema potrebi razmere, intervali izmedju dužina vizura i izmedju vrednosti popravaka mogu biti veći ili manji.

Kada smo već došli do srednje greške kostante K_s , interesuje nas, sa kojom greškom odredjujemo same dužine potrebne za kartiranje!

Za horizontalni teren važi formula

$$D = Kl$$

pretpostavivši da imamo analaktični durbin, što je slučaj kod pomenutog autoredukcionog tahimetra.

Dužina D ovisi od konstante K i očitano-
g otsečka na letvi, l . I jednu i drugu veličinu odredjuje *oko opažača*, to znači i naša „konstanta“ K mora da se uzme kao promenljiva veličina kada diferenciramo gornju jednačinu. Prema tome diferencirajmo formulu $D = Kl$ po „ K “ i „ l “.

$$dD = \frac{\Delta D}{\Delta K} dK + \frac{\Delta D}{\Delta l} dl$$

te dobijemo:

$$dD = l \cdot dK + K \cdot dl$$

a srednju grešku dužine „ D “ dobijemo ako diferenciale (prve proizvode) zamenimo sa greškama m i po teoriji najmanjih kvadrata predstavimo u obliku

$$(m_D)^2 = (lm_K)^2 + (Km_l)^2$$

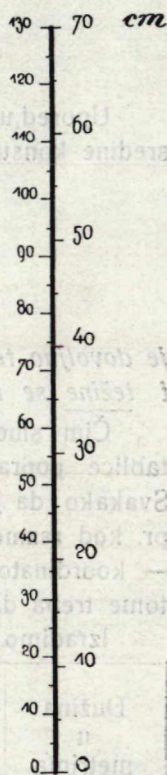
ili

$$m_D = \pm \sqrt{(lm_K)^2 + (Km_l)^2}$$

Gde je:

- 1) m_D = srednja greška sa kojom odredjujemo dužinu vizure.
- 2) l = otsečak očitani na letvi.

^(*) Vidi „Luckey Nomographie“.



- 3) m_K = srednja greška opšte aritmetičke sredine konstante.
 4) K = vrednost konstante.
 5) m_l = greška u očitavanju otsečka na letvi, koja se greška menja prema dužini vizure.

Veličina m_l ovisna je od debljine konca u končanici, od kvaliteta sočiva, od refrakcije, od vibracije vazduha i naravno i lične greške opažača.

Iskustvo pokazuje, da je m_l kod pomenutih instrumenata na dužini od 100 m oko ± 3 m/m, greška raste linearno te bi bila na

40 m $\pm 1,2$ m/m
 60 m $\pm 1,8$ m/m
 80 m $\pm 2,4$ m/m
 100 m $\pm 3,0$ m/m
 120 m $\pm 3,6$ m/m

Primenimo formulu i uvrstimo date vrednosti:

Operator	l	m_K	Izraženo u cm		K	m_l	Izraženo u cm		$(m_D)^2 = (l m_K)^2 + (K m_l)^2$	m_D
			$l m_K$	$(l m_K)^2$			$K m_l$	$(K m_l)^2$		
A	1,200	0,059	7,08	50,1	99,700	0,0036	35,89	1288,1	1338,2	$\pm 36,6$
	1,000	"	5,90	34,8	"	0,0030	29,91	894,6	929,4	$\pm 30,5$
	0,800	"	4,72	22,3	"	0,0024	23,93	572,6	594,9	$\pm 24,4$
	0,600	"	3,54	12,5	"	0,0018	17,95	322,2	334,7	$\pm 18,3$
	0,400	"	2,36	5,6	"	0,0012	11,96	143,0	148,6	$\pm 12,2$

Na isti način dobijemo i za ostale operatore srednje greške m_D

Dužina u metrima	OPERATOR				
	A	B	C	D	E
	$\pm m_D$ u santimetrima:				
40	12,2	12,2	12,0	12,1	12,9
60	18,3	18,2	18,1	18,1	19,2
80	24,4	24,3	24,1	24,2	25,7
100	30,5	30,4	30,1	30,1	32,1
120	36,6	36,5	36,1	36,2	38,5

Iz svega ovoga može se izvesti zaključak, da je savesno ispitivanje vrednosti konstante jedna važna predradnja tahimetrijskog snimanja, te se bez poznavanja srednje vrednosti konstante i rezultujućih popravaka za dužine ne može pristupiti kartiranju i ispravnoj izradi plana.

Ovim zaključujem svoj članak kojim sam hteo da prikažem neke momente koji su važni za tahimetriju a i interesantni rapu upoređivanja tačnosti rada.