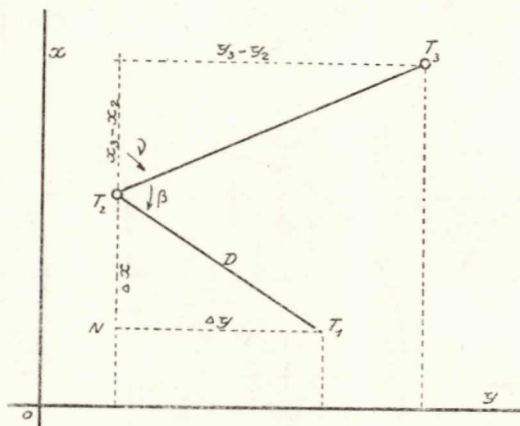


ПРИСТОВ И. МИРОСЛАВ, геометар

ОДРЕЂИВАЊЕ ОДСТОЈАЊА „S“ ИЗМЕЂУ СТАРИХ И НОВИХ ТАХИМЕТРИСКО СНИМЉЕНИХ ДЕТАЉНИХ ТАЧАКА

Познато је да је свака тахиметриско снимљена тачка одређена њеним поларним координатама, то јест потегом D и аномалијом β . Тако је положај тачке T_1 одређен њеном раздаљином D од сталне тачке T_2 , која се зове пол и углом β , који се рачуна у смислу кретање казаљке на сату од праве T_2T_3 до праве T_2T_1

Трансформација поларних координата у правоугле.



Дати су елементи поларних координата за тачку T_1 то јест раздаљина D и угао β . Правоугле координате за тачку T_1 наћићемо из правоуглог троугла T_1T_2N

$$\Delta y = D \cdot \sin(\nu + \beta)$$

$$\Delta x = D \cdot \cos(\nu + \beta)$$

Координате за тачку T_1 јесу:

$$y_1 = y_2 + \Delta y$$

$$x_1 = x_2 + \Delta x$$

На овај начин смо добили координате за тачку T_1 изражене у правоуглом координатном систему.

Напомена:

Кад се угао β креће између 0° и 180° онда се на слици бр. 1 обележи тачка чије правоугле координате тражимо са T_1 и идемо у смислу казаљке на сату то јест од десна на лево до обележене тачке T_2 затим до T_3 .

Када је угао β већи од 180° то јест креће се између 180° и 360° онда се тачка чије правоугле координате тражимо обележи са T_1 и идемо у супротном смислу кретања казаљке на сату то јест од леве на десно до тачке T_2 затим до T_3 .

Горе наведени обрасци важе само за овакав начин обележавања тачака.

Да бисмо нашли утицај грешке у положају тачке T_1 услед мерених елемената D и угла β треба да диференцирамо једначине:

$$\Delta y = D \cdot \sin(\nu + \beta)$$

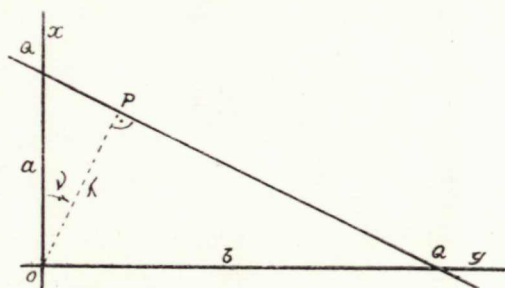
$$\Delta x = D \cdot \cos(\nu + \beta)$$

Пошто је $\Delta y = F(D, \beta)$ а угао ν као нагиб стране T_2T_3 константа следи на основу диференцијације сложених функција да је :

$$d \Delta y = \sin(\nu + \beta) dD + D \cos(\nu + \beta) d\beta$$

$$d \Delta x = \cos(\nu + \beta) dD - D \sin(\nu + \beta) d\beta$$

Из аналитичке геометрије познато је, да сегментна једначина неке дате праве, чији су одсечци на координантним осама $OQ = a$ и $OQ' = b$ гласи :



$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Да из сегментне једначине пређемо на нормалну једначину праве следи из троуглова OPQ' и OPQ наме да је :

$$a = \frac{r}{\cos \nu}$$

$$b = \frac{r}{\sin \nu}$$

Кад се ове вредности за a и b ставе у сегментну једначину добија се такозвана нормална једначина праве, пошто се у њој налази нормална раздаљина r од координатног почетка O до праве QQ' .

Значи нормална једначина праве гласи :

$$x \cos \nu + y \sin \nu - r = 0$$

Општи облик линеарне једначине јесте: $Ax + By + C = 0$

Да би са тога облика прешли на нормалан облик једначине треба општи облик једначине помножити са неким коефицијентом ρ на име :

$$\rho Ax + \rho By + \rho C = 0$$

тако да је :

$$\rho A = \cos \nu$$

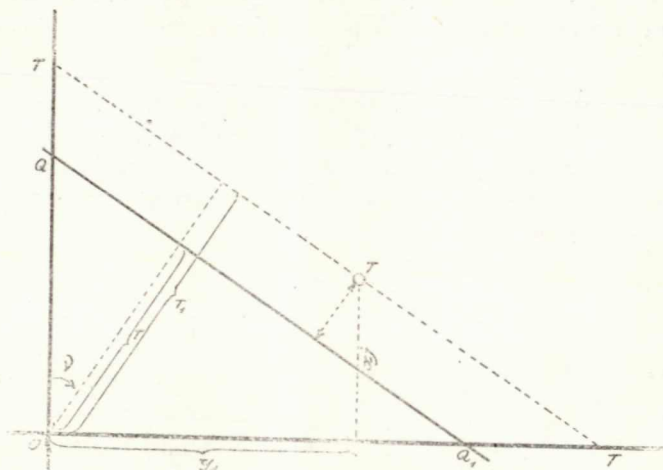
$$\rho B = \sin \nu$$

према томе $\rho^2 A^2 + \rho^2 B^2 = \sin^2 \nu + \cos^2 \nu = 1$ или

$$\rho^2 (A^2 + B^2) = 1$$

$$\rho = \pm \frac{I}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Из једначине $\rho C = -r$ следи да морају ρ и C бити су. протно означени, према томе имамо ρ или позитивно или негативно-



Нека је дата права OQ' и тачка T_1 . Повуцимо кроз дату тачку $T_1 (y_1, x_1)$ праву TT' која је паралелна са пра QQ' . Нормална једначина праве QQ' гласи:

$$x \cos \nu + y \sin \nu - r = 0$$

а нормална једначина праве TT' гласи:

$$x \cos \nu + y \sin \nu - r_1 = 0$$

Пошто нам је тачка T_1 дата са својим координатама y_1 и x_1 то ћемо њихове вредности да заменимо у једначину:

$$x \cos \nu + y \sin \nu - r_1 = 0 \quad \text{тако да}$$

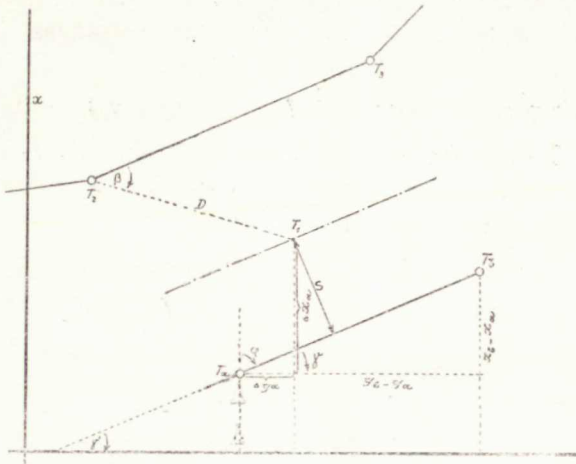
добијемо: $x_1 \cos \nu + y_1 \sin \nu - r_1 = 0$ или

$$x_1 \cos \nu + y_1 \sin \nu = r_1$$

из слике се јасно види да је растојање $S = r_1 - r$ Према томе следи: $S = x_1 \cos \nu + y_1 \sin \nu - r$ Дакле раздаљину тачке $T_1 (y_1, x_1)$ од праве наћићемо, кад једначину дате праве сведено на нормалан облик, па у триному те једначине на место y и x ставимо y_1 и x_1 .

Ако S испадне негативно, значи да су дата тачка T_1 и координатни почетак на истој страни дате праве QQ' .

Ако S испадне позитивно, значи да су дата тачка T_1 и координатни почетак раздвојени датом правом QQ' , што се из слике јасно види.



Једначина праве, која пролази кроз две дате полигоне тачке $T_a (y_a, x_a)$, $T_b (y_b, x_b)$ гласи :

$$x - x_a = \frac{x_b - x_a}{y_b - y_a} (y - y_a)$$

Константа правца

$$\frac{x_b - x_a}{y_b - y_a} = \operatorname{tg} \gamma$$

а пошто нам је нагиб φ стране $T_a T_b$ дат изразит ћемо једначину помоћу њега тј. пошто је $\gamma = 90^\circ - \varphi$ следи

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} (90^\circ - \varphi) = \operatorname{cotg} \varphi$$

Према томе је :

$$x - x_a = \operatorname{cotg} \varphi (y - y_a)$$

$$x - x_a = \operatorname{cotg} \varphi y - \operatorname{cotg} \varphi y_a$$

$$x - \operatorname{cotg} \varphi y - x_a + \operatorname{cotg} \varphi y_a = 0$$

$$x + (-\operatorname{cotg} \varphi) y - (x_a - \operatorname{cotg} \varphi y_a) = 0$$

Упоредујући последњу горњу једначину са једначином у општем облику то јест са једначином :

$$Ax + By + C = 0 \quad \text{следи да је:}$$

$$A = 1$$

$$B = -\operatorname{cotg} \varphi$$

$$C = -(x_a - \operatorname{cotg} \varphi y_a)$$

Да би смо добили из горње једначине то јест из једначине $x + (-\operatorname{cotg} \varphi) y - (x_a - \operatorname{cotg} \varphi y_a) = 0$ једначину у нормалном облику треба горњу једначину множити коефицијентом ρ

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 \varphi}} = \sin \varphi$$

А пошто знамо да ρ и количина S морају бити супротно означени излази да је $\rho = + \sin \varphi$ тако да нормална једначина праве гласи :

$$\sin \varphi [x - \cotg \varphi y - (x_a - \cotg \varphi y_a)] = 0$$

Раздаљину S тачке T_1 од дате полигоне линије $T_a T_b$ назићемо кад у триному последње једначине на место y и x ставимо координате тачке T_1 то јест y_1 и x_1 значи :

$$\sin \varphi [x_1 - \cotg \varphi y_1 - x_a + \cotg \varphi y_a] = S$$

$$S = \sin \varphi [(x_1 - x_a) - \cotg \varphi (y_1 - y_a)]$$

ако ставимо да су координатне разлике

$$x_1 - x_a = \Delta x_a$$

$$y_1 - y_a = \Delta y_a$$

онда следи да је

$$S = \sin \varphi [\Delta x_a - \cotg \varphi \Delta y_a] \quad \text{или}$$

$$\underline{\underline{S = \sin \varphi \Delta x_a - \cos \varphi \Delta y_a}}$$

правило :

Кад тражимо растојање неке дате тачке T_1 од дате полигоне линије $T_a T_b$ онда треба прво наћи нагиб φ на страну $T_a T_b$ и образовати координатне разлике између дате тачке T_1 и полигоне T_a на име да гласи : $S = \sin \varphi \Delta x_a - \cos \varphi \Delta y_a$

Да би смо нашли утицај грешке у рачунању растојања S треба последњу једначину диференцирати, узимајући у обзир да је $S = F(\Delta x_a, \Delta y_a)$ а φ је константа тако да имамо :

$$dS = d \Delta x_a - d \Delta y_a$$

Када имамо случај да нам φ није константа онда је :

$$S = F(\varphi, \Delta x_a, \Delta y_a) \text{ а}$$

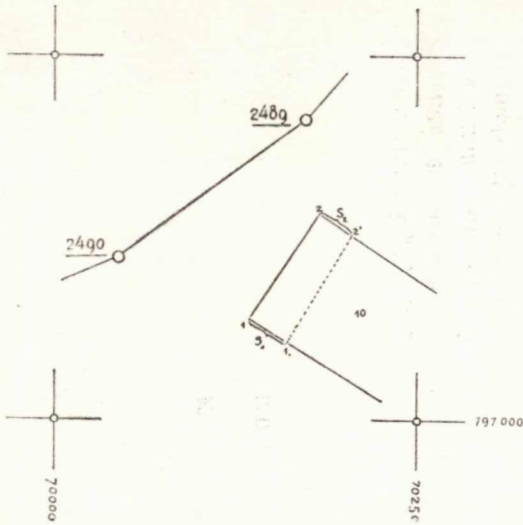
$$dS = \Delta x_a \cos \varphi d\varphi + \sin \varphi d\Delta x_a - (\Delta y_a - \sin \varphi d\varphi + \cos \varphi d\Delta y_a)$$

$$dS = \Delta x_a \cos \varphi d\varphi + \sin \varphi d\Delta x_a + \Delta y_a \sin \varphi \cdot d\varphi - \cos \varphi d\Delta y_a$$

$$\text{или } \underline{\underline{dS = \sin \varphi (d\Delta x_a + \Delta y_a \cdot d\varphi) + \cos \varphi (\Delta x_a d\varphi - d\Delta y_a)}}$$

Бројни пример:

Парцела бр. 10 била је снимљена приликом новог премера. Иста парцела на захтев странке снимљена је поново код одржавања катастра али се ново снимљене тачке $1'$ и $2'$ не поклапају са старим детањним тачкама 1 и 2 .



Наћи одстојање ново-
снимљених тачака од
старих ?

$$S_1 = 1 - 1' = ?$$

$$S_2 = 2 - 2' = ?$$

Снимали смо са $\odot 2490$. (Види доњу табелу)

Теренски подаци:							
Станица	Визура	Хориз. угао		Одсечак на летви l	Вертик. угао		Одстојање $D =$ $k \cdot l \cdot \cos^2 \alpha$ m
		β	β		α	α	
$\odot 2490$	1	50	00	750	15	00	70
	2	23	00	1083	15	00	101
$\odot 2490$	1'	54	00	0929	20	00	82
	2'	27	00	1226	20	10	108

Старо
снимање

Ново
снимање

Дате су нам $\odot 2490$ и $\odot 2489$, које узимамо из 25 обрасца.

Образац бр. 25

Број тачке	Координате	
	y	x
$\odot 2490$	70182,05 ₅	797087,40 ₆
$\odot 2498$	70297,14 ₃	797164,70 ₅

Прво треба срачунати нагиб
стране $\odot 2490$ на $\odot 2489$ по
8 обрасцу.

Образац бр. 8

Редни број	T_b		T_a		x_b x_a $\Delta x = x_b - x_a$ $\Delta x \cdot \Delta y$	y_b y_a $\Delta y = y_b - y_a$ $\Delta x + \Delta y$	$\log(\Delta x + \Delta y)$ $\log(\Delta x - \Delta y)$ $\log(\frac{1}{4}\pi + \frac{b}{v_a})$ $\frac{1}{4}\pi + \frac{b}{v_a}$	$\log \Delta y$ $\log \Delta x$ $\log \operatorname{tg} \frac{b}{v_a}$	$\log \sin \frac{b}{v_a}$ $\log \cos \frac{b}{v_a}$ $\log d$	
	T_b	T_a	T_b	T_a						
1	2489	70297	14	3	797164	70	5	2.2842	2.0611	
	2490	70182	05	5	797087	40	6	1.5774	1.8882	
		+ 115	09	7	7	+ 77	30	8	0.7068	0.1729
		+ 192	39	6	6	- 37	79	8	101°06,8	56°07,0
2	2	70281	23	5	797106	47	5	1.8478	1.5042	
		1	70249	30	7	797067	97	7	0.8176	1.5855
	+ 31		93	7	+ 38	50	7	1.0302	9.9187	
	+ 70		43	5	+ 6	57	0	84°40,2	39°40,0	
								9.8050	9.8864	

Сада имамо да транс-
формујемо поларне
координате за тачке
1, 2, 1' 2' у правоугле.

Трансформација поларних координата у правоугле

D	$\nu = \circ$		$\nu + \beta$	$\log D$ $\log \sin(\nu + \beta)$ $\log \Delta y$	$\log D$ $\log \cos(\nu + \beta)$ $\log \Delta y$	Bрој тачке	y	x
	'	''						
70,0	50	00,0	106 07,0	1.8451 9.9826 1.8277 + 67,25	1.8451 9.4434 ⁿ 1.2885 ⁿ — 19,43	⊙ 2490 Δ 1	70182,05 _s + 67,25 _s 70249,30 _r	797087,40 _e — 19,43 _s 797067,97 _r
101,0	23	00,0	79 07,0	2.0043 9.9921 1.9964 + 99,18	2.0043 9.2760 1.2803 + 19,07	⊙ 2490 Δ 2	70182,05 _s + 99,18 _e 70281,23 _s	797087,40 _e + 19,07 _s 797106,47 _s
82,0	54	00,0	110 07,0	1.9138 9.9727 1.8865 + 77,00	1.9138 9.5365 ⁿ 1.4503 ⁿ — 28,20	⊙ 2490 Δ 1'	70182,05 _s + 77,00 _s 70259,05 _r	797087,40 _e — 28,20 _s 797059,20 _s
108,0	27	00	83 07,0	2.0334 9.9969 2.0303 + 107,22	2.0334 9.0786 1.1120 + 12,94	⊙ 2490 Δ 2'	70182,05 _s + 107,22 _s 70289,27 _s	797087,40 _e + 12,94 _r 797100,34 _e

Сада ћемо рачунати одстојање S_1 и S_1 по обрасцу:

$$S = \sin\varphi\Delta x_a - \cos\varphi\Delta y_a$$

ако ставимо:

$$\sin\varphi\Delta x_a = A$$

$$\cos\varphi\Delta y_a = B \text{ следи да је}$$

$$S = A - B$$

Рачунање одстојања S						
Број тачке	Координате				$A =$ $\sin\varphi\Delta x_a$	$A =$ $\cos\varphi\Delta y_a$
	Δy_a	y	Δx_a	x	$\frac{\log \sin\varphi}{\log \Delta x_a}$	$\frac{\log \cos\varphi}{\log \Delta y_a}$
					$\frac{\log A}{A}$	$\frac{\log B}{B}$
1		70249,307		797067,977	9.8050	9.8864
1'		70259,051		797059,203	0.9430 _n	0.9890
		+ 9,753		— 8,774	0.7480 _n — 5,598	0.3754 + 7,506
					$S=A-B=$	13,10
2		70281,235		797106,475	9.8050	9.8864
2'		70289,273		797100,341	0.7875 _n	0.9053
		+ 8,043		— 6,131	0.5925 _n — 3,913	0.7917 + 6,190
					$S=A-B=$	10,10

Прво треба срачунати нагиб I на 2 (види редни број 2 обрасца бр. 8) то јест $\varphi = 39^\circ 40,0'$. Тамо где S испадне негативно, треба га узети као позитивно. Ево на овај начин смо срачунали одстојања $S_1 = I - I' = 13,10$ m и $S_2 = 2 - 2' = 10,10$ m.

(Наставиће се)

Инж. Милан Дражић,
доцент Универзитета у Београду

КАРТИРАЊЕ ДЕТАЉА НА ИВИЦАМА ЛИСТА

Картирање детаља код премера, који је потписати извршио у Банату вршено је на следећи начин. Снимљене или истицане преломне тачке картиране су помоћу координата, ослањајући се на цоловну квадратну мрежу а узимајући у обзир усух за дотични квадрат. Кад је нека гранична линија, на којој је читав низ граничних белега парцелисаних честица, секла ивицу листа,