

Ако је усух на цоловној мрежи између пресека исти или тако мало различит, да се практично може занемарити, онда се пресеци могу картирати апсцисно (према рубрици  $S_i$ ) а ако није тај случај, онда се сваки пресек картира према својим координатама (рубрика  $X_i$ ).

Потпуно идентично се ради и кад је у питању пресек са уосом.

Ради бољег разумења наводимо један пример из општине Дубовац.

---

Dj. Berković, civ. geometar

### RAČUNANJE KOORDINATNIH RAZLIKA U TRIG. OBR. BR. 19

Pri одређivanju координата полигонih тачака рачunanje координatnih razlika obično se vrši logaritmima ili mašinom, a kontrolno računanje коordinatnim („Clouth“-ovim) tablicama. Za kontrolno računanje mogu se upotrebiti i mehanička sredstva, na pr. logaritmari sa dvostrukom jedinicom (Lallemand-ov logaritmar, Riebl-ov kružni logaritmar), koordinatometri i t. d. kojima se коordinatne razlike mogu odrediti sa tačnošću od  $\pm 5$  cm.

Logaritamske tablice као и tablice prirodnih vrednosti uglovnih funkcija (за računanje mašinom) sa 4 dec. mesta, потпуно задовољавају потребну тачност, jer i kod maksimalне дужине полигоне стране од 250 m nesigurnost tablične vrednosti od  $\pm 0,00005$  (usled zaokrugljivanja) prouzrokuje grešku од  $\pm 1$  centimetra u коordinatnoj razlici. Ipak je računanje mašinom тачније из разлога што има мање računskih operacija, према томе је и grešка која настаје usled zaokrugljivanja manja

Pri računanju logaritmima потребно је написати осим logaritma strana i logaritme угловних функција — код računanja mašinom исписивање sinusa i cosinusa nije bezuslovno потребно. Najveći interval за  $1'$  u tablicama природних функција (код sinusa малих или cosinusa великих углова) iznosi svega 3 единице четвртог decimalnog mesta, te nije teško izvršiti interpolaciju pri postavljanju funkcije u mašinu.

Kontrolno računanje координатних разлика када се vrši координатним tablicama захтева исписивање i sabiranje 4—5 бројева за

svaku koordinatnu razliku, te se pojavljuje osetna greška usled zaokrugljivanja.

Međutim i kontrolno računanje koordinatnih razlika može se efikasno vršiti mašinom primenom poznatih goniometrijskih jednačina:

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \sin(\alpha + 45^\circ) \sqrt{2} i$$

$$\sin \alpha - \cos \alpha = -\cos(\alpha + 45^\circ) \sqrt{2}$$

Sabiranjem i oduzimanjem gornjih jednačina dobija se:

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} [\sin(\alpha + 45^\circ) - \cos(\alpha + 45^\circ)]$$

$$i \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} [\sin(\alpha + 45^\circ) + \cos(\alpha + 45^\circ)]$$

Prema tome jednačine za kontrolno računanje koordinatnih razlika jesu:

$$S \cdot \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} S \cdot \sin(\alpha + 45^\circ) - \frac{\sqrt{2}}{2} S \cdot \cos(\alpha + 45^\circ)$$

$$S \cdot \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} S \cdot \sin(\alpha + 45^\circ) + \frac{\sqrt{2}}{2} S \cdot \cos(\alpha + 45^\circ)$$

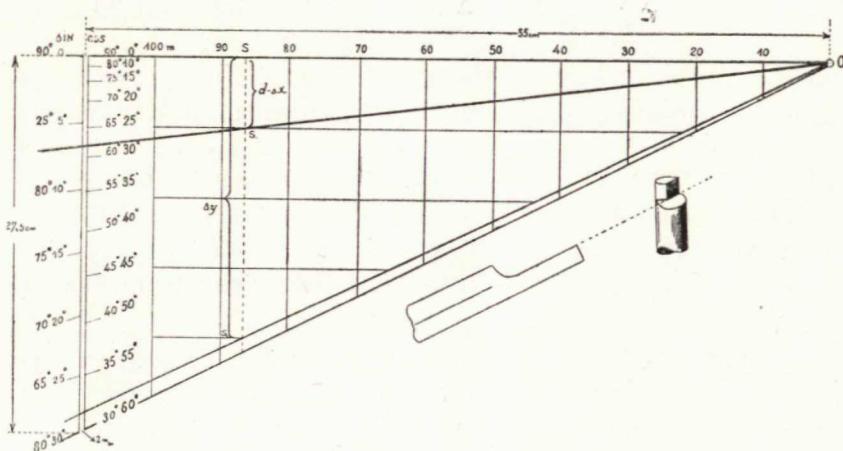
Praktična primena gornjih jednačina: vrednost dužine poligone strane (koja ima obično 5 mesta) postavlja se u postavni faktor mašine, a množenje se vrši sa vrednošću ugl. funkcija. Dobija se u vremenu kada se prvo množi sa funkcijom koja ima manju apsolutnu vrednost, te se dobivena koord. razlika posle upisivanja u odgovarajući stubac obrasca pretvori „Elling“-ovom metodom — doterivanjem — u drugu koord. razliku. Posle toga vrednost poligone strane koja se još nalazi u postavnem faktoru mašine množi se (doterivanjem) sa  $\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7071$ . Dobiveni rezultat ( $0,7071 S$ ) stavlja se kao postavni faktor u mašinu.\*). Ta vrednost se može sa vrednostima  $\sin(v + 45^\circ)$  i  $\cos(v + 45^\circ)$  na već prikazani način. Dobiveni rezultati [ $0,7071 S \sin(v + 45^\circ)$  i  $0,7071 S \cos(v + 45^\circ)$ ] se upisuju u odgovarajući red koord. razlika stubaca 14 i 15. Algebarska razlika ovih vrednosti je  $\Delta y$  a zbir je  $\Delta x$ . Ovom metodom kontrolišu se ujednom i predznaci koordinatnih razlika.

Na ovaj način računanje koordinatnih razlika i kontrolno računanje istih za jednu polig. tačku lako se može izvršiti za 3 minuta.

\*) Pri tome još jednom treba proveriti, da li je vrednost poligone strane bila dobro postavljena — jer bi u protivnom kontrolno računanje bilo neefikasno.

Kod računanja busolnih — kompasnih vlakova sa mnogo kratkih polig. strana (do 100 m) koje su obično određene optičkim putem (tahimetrijom sa 3 konca) samo na  $\pm 5$  cm tačnosti i upisane zaokrugljeno na decimetar, za računanje koordinatnih razlika mogu se upotrebiti koordinatne („Clouth“-ove) tablice, a za kontrolno računanje već pomenuta mehanička sredstva (logaritmari, Ribbov kružni logaritmar, kondinatometri i t. d.).

U nedostatku takvih mehaničkih sredstava kontrolno računanje koordinatnih razlika može se vršiti i grafikonom koji je prikazan na slici.



Na dobrom t. zv. milimetarskom papiru sa tačnom podeлом (bez osetnih deformacija usled štampanja) pored gornje ivice ispisati vrednost za 10, 15, 20 . . . 110 m u razmeni 1:200. (U hrvatskoj meri 10, 15, 20 . . . 55 hv. pri čemu 1 cm na papiru odgovara 1 hv. u prirodi). Upravna podela dobija se ako nanesemo vrednosti prirodnih ugl. funkcija množene sa 55 cm. Vrednosti  $d \sin \alpha$  od  $0^\circ$ — $30^\circ$  treba naneti na levoj strani odozgo na niže, a od  $30^\circ$ — $90^\circ$  na desnoj odozdo na više. Pri nanašanju vrednosti funkcija  $30^\circ$ — $90^\circ$  (na desnoj strani podele) treba od vrednosti odbijati 27,5 cm t. j.  $d \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ili iste naneti odozgo na niže kao cosinus kompl. uglova. Vrednosti sinus-a odgovaraju vrednostima cosinusa kompl. uglova. Interval kod sinusne podele je na

10'	kod uglova od	$0^\circ$ — $60^\circ$
20'	"	$60^\circ$ — $75^\circ$
30'	"	$75^\circ$ — $85^\circ$
à na $1^\circ$	"	$85^\circ$ — $90^\circ$ .

Na jednom štaklenom lenjiru treba urezati na donjoj strani (koja leži na papiru) pravu liniju a na kraju, tačno na liniji izbušiti rupicu za iglu u tačci  $\ominus$ , ili treba lenjur i iglu udesiti prema slici, radi centričnog kretanja lenjira.

Grafikonom se računa na sledeći način:

Indeksna crta lenjira postavlja se na vrednost sinusa datog nagiba  $v$ . Dužina poligone strane čita se na dužinskoj podelei.

Ostojanje  $\overline{SS'}$  je  $\Delta y$ . Analogno se određuje  $\Delta x$ . Ako se vrednost funkcije nalazi na desnoj strani podele, očitanje  $\overline{SS'}$  ima da se odbije od dužine poligone strane. Na pr.:  $d = 86,50$  m,  $v = 28^\circ 15'$ ;  $\Delta y = 40,94$ ,  $\Delta x = 86,50 - 10,30 = 76,20$ .

Tačnost, kojom se mogu koordinatne razlike ovim grafikonom odrediti zavisi od tačnosti podele, od tačnosti kojom se postavlja lenjur i od tačnosti čitanja. Pod pretpostavkom da su podele tačne bar do  $\pm 0,1$  m m lenjur se može lako postaviti sa tačnošću od  $\pm 0,1 - 0,2$  m/m. Tačnost čitanja koordinata je ista kod sinusa malih uglova a manja kod sinusa uglova blizu  $30^\circ$ . Pošto  $0,15$  m/m na papiru odgovara  $0,03$  u prirodi, kod maksimalne dužine poligone strane nesigurnost očitanja koordinatnih razlika je  $\delta = \sqrt{(0,03)^2 + (0,03)^2 + (0,03 \operatorname{tg} \omega)^2}$ .

Prema tome za vrednosti sinusa blizu  $30^\circ$  tačnost rezultata je  $\pm 0,04 - 0,05$  m koja je dovoljna pri kontrolnom računanju koordinatnih razlika busolnih vlakova

---

Ing. Prochazka Albert, Subotica

## • PODELI KRUGA

Krug sa svojim interesantnim problemima bio je oduvek tajanstven, a i dan danas muče glavu učeni i neučeni ljudi sa pokuša imati rešenja raznih zadataka u vezi sa krugom.

Osim poznatog problema kvadrature kruga, za kojeg je već dokazano da se ne može rešiti, postoji još jedan drugi, isto tako interesantan problem t. zv. „problem podele kruga“, to jest zadatak podele periferije kruga na određeni broj delova i to samo pomoću lenjira i šestara.

Za mnoge slučajevе ova podela je jednostavna i uči se već u školi kao npr.: podela kruga na 2 i 6 delova kao i višestruka podela t. j. na  $2^n$  i  $3 \times 2^n$  delova (4, 8, 16, 32 itd. i 12, 24, 48, 96 i t. d.). Jednostavnost konstrukcije šestougaonika bila je uzrok da je ova lepa geometrijska figura igrala važnu ulogu u mitologiji starih naroda, u narodnim i verskim običajima, kao i u praznovjerju mnogih naroda.