

Na jednom staklenom lenjiru treba urezati na donjoj strani (koja leži na papiru) pravu liniju a na kraju, tačno na liniji izbušiti rupicu za iglu u tački  $\ominus$ , ili treba lenjir i iglu udesiti prema slici, radi centričnog kretanja lenjira.

Grafikonom se računa na sledeći način:

Indeksna crta lenjira postavlja se na vrednost sinusa datog nagiba  $v$ . Dužina poligone strane čita se na dužinskoj podeli.

Otstojanje  $\overline{SS'}$  je  $\Delta y$ . Analogno se određuje  $\Delta x$ . Ako se vrednost funkcije nalazi na desnoj strani podele, očitavanje  $\overline{SS'}$  ima da se odbije od dužine poligone strane. Na pr.:  $d = 86,50$  m,  $v = 28^\circ 15'$ ;  $\Delta y = 40,94$ ,  $\Delta x = 86,50 - 10,30 = 76,20$ .

Tačnost, kojom se mogu koordinatne razlike ovim grafikonom odrediti zavisi od tačnosti podele, od tačnosti kojom se postavlja lenjir i od tačnosti čitanja. Pod pretpostavkom da su podele tačne bar do  $\pm 0,1$  m m lenjir se može lako postaviti sa tačnošću od  $\pm 0,1-0,2$  m m. Tačnost čitanja koordinata je ista kod sinusa malih uglova a manja kod sinusa uglova blizu  $30^\circ$ . Pošto  $0,15$  m/m na papiru odgovara  $0,03$  u prirodi, kod maksimalne dužine poligone strane nesigurnost očitavanja koordinatnih razlika je  $\delta = \sqrt{(0,03)^2 + (0,03)^2 + (0,03 \operatorname{tg} \omega)^2}$ .

Prema tome za vrednosti sinusa blizu  $30^\circ$  tačnost rezultata je  $\pm 0,04-0,05$  m koja je dovoljna pri kontrolnom računanju koordinatnih razlika busolnih vlakova

Ing. Prochazka Albert, Subotica

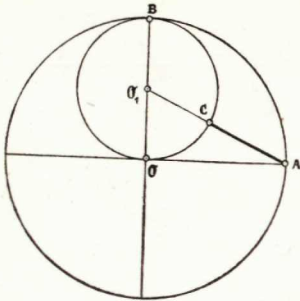
## O PODELI KRUGA

Krug sa svojim interesantnim problemima bio je oduvek tajanstven, a i dan danas muče glavu učeni i neučeni ljudi sa pokušaja ima rešenja raznih zadataka u vezi sa krugom.

Osim poznatog problema kvadrature kruga, za kojeg je već dokazano da se ne može rešiti, postoji još jedan drugi, isto tako interesantan problem t. zv. „problem podele kruga“, to jest zadatak podele periferije kruga na određeni broj delova i to samo pomoću lenjira i šestara.

Za mnoge slučajeve ova podela je jednostavna i uči se već u školi kao npr.: podela kruga na 2 i 6 delova kao i višestruka podela t. j. na  $2^n$  i  $3 \times 2^n$  delova (4, 8, 16, 32 itd. i 12, 24, 48, 96 i t. d.). Jednostavnost konstrukcije šestougaonika bila je uzrok da je ova lepa geometrijska figura igrala važnu ulogu u mitologiji starih naroda, u narodnim i verskim običajima, kao i u praznovjerju mnogih naroda.

Mnogo je već teža podela kruga na 10 jednakih delova. Postoji više načina ekzaktno konstrukcije od kojih jedan dosta jednostavan ovde navodim.



Slika 1

ni veštica a kamoli zli duhovi. U takvom pentogramu se uhvatio vrag „Fausta“ kada je hteo da uđe u sobu.

Od desetougona prelazimo lako na mnogougona sa 20, 40, 80 i t. d. stranica

Konačno krug još možemo deliti na 15 jednakih delova samo pomoću lenjira i šestara. Konstrukcija se vrši na taj način da se od dužine stranice šestougona odbije dužina stranice desetougona ( $60^\circ - 36^\circ = 24^\circ$ ). Ujedno je određena i konstrukcija regularnog mnogougona od 30, 60, 120 i t. d. strana.

No, time je iscrpljena mogućnost podele kruga na elementaran način. Istina, kombinacijom navedenih konstrukcija možemo izvršiti još mnogo podela, ali ostao je još veći broj podela koje ne možemo tačno konstruisati, na pr. podela na 7, 9, 11, 13 i t. d. delova i na njihove višestruke delove.

Pošto nije bilo moguće izvršiti ove konstrukcije samo pomoću lenjira i šestara, postao je „problem podele kruga“. Pitalo se: da li postoje još neki regularni mnogougoni, osim gore navedenih koji se mogu konstruisati na elementaran način? Ovo pitanje su živo diskutovali matematičari svih vekova.

Već egipatski i babilonski geometri a naročito grčki geometri pokušavali su ovo pitanje rešiti, jer je njima bilo od neophodne potrebe ovo rešenje za svoje geodetske radove, no ipak su se morali zadovoljiti sa približnim rešenjem. Grčki matematičari su bili prvi koji su problem deljenja formirali i stavili uvet konstrukcije pomoću lenjira i šestara. Uprkos oštromnosti, geometri iz doba Pitagore nisu postigli svoj cilj a osobito konstrukciju sedmougona koja je bila njima najvažnija, jer je bio regularni sedam-

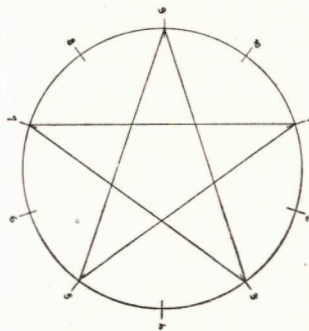
$$BO \perp AO,$$

$$OO_1 = O_1B,$$

krug sa radiusom  $OO_1$  iz tačke  $O_1$

$AC$  = strana traženog desetougona

Ako se spoji svaka četvrta tačka desetougona, dobija se jedan petougona koji se zove pentogram (Drudden fus). Ova figura je imala još veći značaj u veri i praznoverju nego već navedeni šestougona. Kada se na pragu ili na vratima nacrtava ovaj pentogram, onda u stan nesme ući ni vrag



Slika 2



ugaonik odnosno broj 7 značajan u verskim običajima. Problem podele kruga na 7 delova igrao je isto taku važnu ulogu kao i „kvadratura kruga“. Ali, problem podele kruga nije samo interesovao matematičare starog veka, nego su i naučnici srednjeg veka uložili sav svoj trud da reše ovo pitanje, no, također uzalud. Mnogi od njih su mislili da su kompliciranim konstrukcijama našli rešenje, ali uvek se pokazalo — nakon strogog proučavanja — da je konstrukcija bila pogrešna odnosno samo približna. Tako je još uvek ostao problem podele kruga pomoću lenjira i šestara kao i kvadratura kruga i podele ugla na 3 jednaka dela, kroz dve hiljade godina problem nerešiv odnosno nerazjašnjiva tajna u naučnom svetu. Dokaz za nemogućnost rešenja niko nije mogao dati. Koncem 18 veka, 1796 god izazvala je veliku uzbunu u naučnom svetu vest, da je jedan sasvim mlad, 19 godišnji student — dakle po ondašnjem mišljenju nestručni mladić — dokazao da broj dosadašnjih mogućih rešenja nije potpun, već da je moguća podela kruga i na 17 delova pomoću samo šestara i lenjira. Naučni svet se iznenadio! Baš broj 17 koji se u povesti podele kruga još nije spomenuo! Ovaj broj je sad igrao istu važnost kao i broj 7. A ko je bio ovaj genijalan mladić čija je vest uzburkala ne samo naučni svet nego i obične laike. Ovaj mladić, koji je stavio podelu kruga opet u dnevni red bio je *Karl Fridrich Gauss*. Počeli su da ga napadaju i da tačno ispituju njegovo rešenje, ali njegova konstrukcija bila je bez grešaka i eksaktno tačna. Mladom geniju nije bilo dosta da je našao konstrukciju, on je bio i prvi koji je postavio teoriju podele kruga na čvrstu podlogu. Svojom teorijom dokazao je mogućnost podele kruga pomoću lenjira i šestara — po formuli  $2^n + 1$  gde je „n“ potencija broja 2. Dakle, podela kruga je moguća na:

$$\begin{array}{ll} 2^1 + 1 = 3 & \text{dela} \\ 2^2 + 1 = 5 & \text{delova} \\ 2^4 + 1 = 17 & \text{„} \\ 2^8 + 1 = 257 & \text{„} \\ 2^{16} + 1 = 65537 & \text{„ i t d.} \end{array}$$

Time je bila obezbeđena podela kruga i na svaki broj koji je deljiv sa gornjim brojevima i tako je broj mogućih rešenja postao neverovatno veliki. No podela kruga na 17 i više delova imala je a ima i dan danas samo teoretski značaj, jer već konstrukcija na 17 delova toliko je komplikovana i zahteva toliko matematskog znanja, da je za praksu neznčajna. Pominje se da je konstrukciju 65537 ugaonika sproveo do danas samo jedan matematičar imenom *Hermes*, koji je na tome radio punih deset godina. Manuskript ove konstrukcije je tako obiman, da je napunio jedan veliki sanduk. Ovaj se sanduk čuva u seminaru za matematiku Univerziteta u Göttingenu.

Podelu kruga na 17 delova sam Gauss je procenio za svoj značajan rad, te je iz azio želju da se ista simbolizira na njegovom nadgrobnom spomeniku. Želju su mu ispunili.

Sa Gausovim radom iscrpljen je problem podele kruga. Danas znamo koje podele su moguće a koja nemoguća. Prema tome nisu moguće podele na delove misterioznog broja 7, dalje 9, 11, 13, 18, 19 itd. N<sup>o</sup>, i danas ima ljudi koji bi želeli da kao Gaus prkose matematičnoj nauci, ali ni jedan od njih nije imao sreću kao što nijedan nije rešio „kvadraturu kruga“ ili podele ugla na tri jednaka dela.

Инж. Милан Дражић  
доцент Универзитета у Београду

### ТРОШКОВИ ОМЕЂАВАЊА с нарочитим обзиром на преме­ре у Дунавској и Савској бановини

У Гласнику је већ у више махова претресано питање омеђавања парцела трајним белегама и сви су се писци слагали да је то безусловно потребно. Није ми сада намера да понављам све оне разлоге, који говоре у прилог ове ствари, већ желим само да побијем једно скроз неосновано тврђење, и званих и незваних, како је омеђавање скупа ствар, и без мало би била катастрофа за нашу привреду.

Међаници од камена су несумњиво најбоље и најтрајније белеге, али су за извесне крајеве скупи због превоза. Често и дуже време израде преставља прилично ометање посла. При том треба имати нарочито у виду Банат и Бачку где би довоз камена, према садашњим транспортним тарифама, стао више него што вреди сам камен. Под оваквим околностима добра а по цени сваком приступачна белега је бетонски стуб.

У овој години трошкови израде су били следећи:

У Доњем Банату:	У Горњем Банату:
1 м. шљунка . . . 25.— д.	1 м. крупног песка 25.— д.
250 кгр. цемента . 170.— „	250 кгр. цемента . 210.— „
Превоз цемента . . 15.— „	Превоз цемента . . 15.— „
За материјал . . . 210.— д.	За материјал . . . 250.— д.
Од ове количине излази 105—110 к.	Од ове количине излази 115—120 к.
Трошкови израде . 52.50 „	Трошкови израде . 57.50 „
10 <sup>0</sup> /о амортизација калупа . . . . . 2.50 „	10 <sup>0</sup> /о амортизација калупа . . . . . 2.50 „
Свега 265.— д.	Свега 310.— д.
Цена по комаду . . 2.52 д.	Цена по комаду . . 2.70 д.