

## СТРУЧНИ ДЕО

Инж. Милан П. Дражић,  
доцент универзитета у Београду

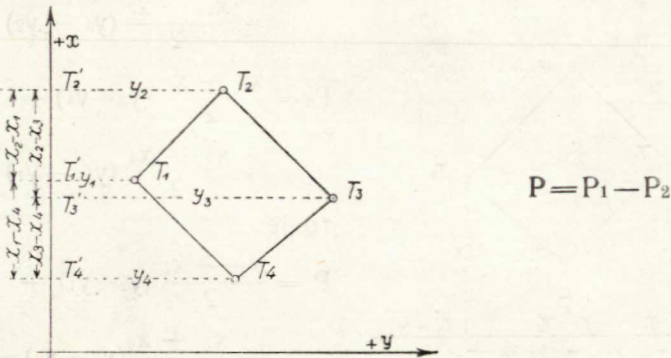
### РАЧУНАЊЕ ПОВРШИНА ИЗ КООРДИНАТА

Као што је познато, површине парцела могу се одредити на два начина: из оригиналних мера или са плана. Из оригиналних мера могу се површине одредити на тај начин, што су потребни елементи за рачунање измерени на терену, н. пр. основице и висине троуглова, стране и висина трапеза т. ј. оних простих фигура на које се издели парцела ради лакшег рачунања. Овакав начин снимања могућ је само у отвореном терену, међутим је спор, недовољно тачан, јер је без везе са мрежама, које служе да се пређе од већег ка мањем по основном принципу у Геодезији.

Граничним тачкама парцела одређују се координате из апсциса и ордината, ако се снима ортогоналном методом или из угла и дужине, ако се снима поларном методом (прецизна тахиметрија). Из ових координата, које су добијене из оригиналних мера рачуна се површина парцеле.

Кад је парцела картирана, без обзира којом је методом снимана, површина се може одредити читајући размерником елементе фигура троуглова, трапеза или планиметром. У сваком случају не употребљавају се оригиналне мере.

Ако су  $T_1 T_2 T_3 T_4$  међне тачке парцеле са координатама  $U_1 X_1; U_2 X_2; U_3 X_3; U_4 X_4$  онда је површина  $P$  парцеле једнака разлици површина  $T_2 T_3 T_4 T_4' T_3' T_2'$  и  $T_2 T_1 T_4 T_4' T_1' T_2'$ , које су састављене из по два трапеза (сл. 1).



(Сл. 1)

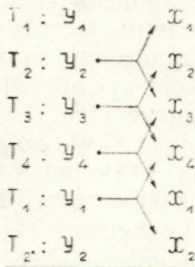
$$P_1 = \frac{y_2 + y_3}{2} (x_2 - x_3) + \frac{y_3 + y_4}{2} (x_3 - x_4)$$

$$P_2 = \frac{y_1 + y_4}{2} (x_1 - x_4) + \frac{y_1 + y_2}{2} (x_2 - x_1)$$

$$P = \frac{y_2 + y_3}{2} (x_2 - x_3) + \frac{y_3 + y_4}{2} (x_3 - x_4) - \frac{y_1 + y_4}{2} (x_1 - x_4) - \frac{y_1 + y_2}{2} (x_2 - x_1)$$

$$\begin{aligned} 2P &= (y_2 + y_3) (x_2 - x_3) + (y_3 + y_4) (x_3 - x_4) - (y_1 + y_4) (x_1 - x_4) - \\ &\quad - (y_1 + y_2) (x_2 - x_1) = \\ &= y_2(x_2 - x_3) + y_3(x_2 - x_3) \\ &\quad + y_3(x_3 - x_4) + y_4(x_3 - x_4) - y_1(x_1 - x_4) \\ &\quad - y_2(x_2 - x_1) \quad - y_4(x_1 - x_4) - y_1(x_2 - x_1) \end{aligned}$$

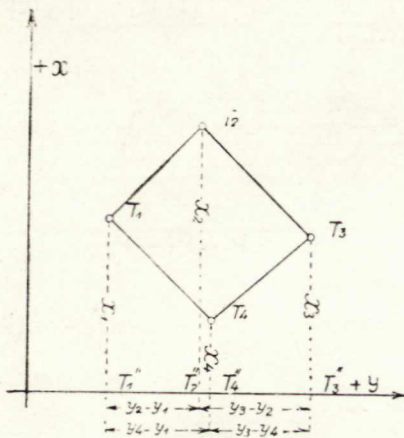
$$2P = y_2(x_2 - x_3 - x_2 + x_1) + y_3(x_2 - x_3 + x_3 - x_4) + y_4(x_3 - x_4 - x_1 + x_4) + y_1(-x_1 + x_4 - x_2 + x_1)$$



$$2P = y_2 (x_1 - x_3) + y_3 (x_2 - x_4) + y_4 (x_3 - x_1) + y_1 (x_4 - x_2)$$

Слично се добија површина у односу на другу координантну осовину (сл. 2).

+ 2P



(Сл. 2)

$$P_1 = \frac{x_1 + x_2}{2} (y_2 - y_1) + \frac{x_2 + x_3}{2} (y_3 - y_2)$$

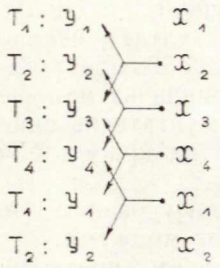
$$P_2 = \frac{x_3 + x_4}{2} (y_3 - y_4) + \frac{x_3 + x_4}{2} (y_4 - y_1)$$

то је:

$$P = \frac{x_1 + x_2}{2} (y_2 - y_1) + \frac{x_2 + x_3}{2} (y_3 - y_2) -$$

$$- \frac{x_3 + x_4}{2} (y_3 - y_4) - \frac{x_4 + x_1}{2} (y_4 - y_1)$$

$$\begin{aligned}
 2P &= (x_1+x_2)(y_2-y_1) + (x_2+x_3)(y_3-y_2) - (x_3+x_4)(y_3-y_4) - \\
 &\quad - (x_4+x_1)(y_4-y_1) = \\
 &= x_1(y_2-y_1) + x_2(y_2-y_1) + x_2(y_3-y_2) + x_3(y_3-y_2) \\
 &\quad - x_3(y_3-y_4) - x_4(y_3-y_4) \\
 &\quad - x_1(y_4-y_1) \qquad \qquad \qquad - x_4(y_4-y_1) \\
 2P &= x_1(y_2-y_1-y_4+y_1) + x_2(y_2-y_1+y_3-y_2) + x_3(y_3-y_2-y_3+y_4) + \\
 &\quad + x_4(-y_3+y_4-y_4+y_1)
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2P &= x_1(y_2-y_4) + x_2(y_3-y_1) + x_3(y_4-y_2) + \\
 &\quad + x_4(y_1-y_3) \\
 -2P &= x_1(y_4-y_2) + x_2(y_1-y_3) + \\
 &\quad + x_3(y_2-y_4) + x_4(y_3-y_1)
 \end{aligned}$$

- 2P

Кад множимо ординате са разликама апсциса добијамо позитивну двоструку површину; (сл. 1) ако множимо апсцисе са разликама ордината добићемо исту површину са негативним знаком (декадну допуну) (сл. 2) и то ако смо тачке узимали у смислу казаљке на сату. Ако тачке узимамо у обратном смислу казаљке на сату добићемо обратне знаке. Негативан знак уз површину нема значаја, јер је површина апсолутан број и не може бити негативна; то само показује шта и како смо рачунали, односно како смо тачке ређали.

Ако се тачке поређају у вертикалном реду једна испод друге тако да се прва и друга понове, види се да сваку ординату односно апсцису неке тачке  $T_n$  треба множити разликом апсциса односно ордината оних тачака непосредно изнад и испод тачке.

$$\text{Дакле } Y \begin{pmatrix} X & -X \\ T_n & T_{n-1} & T_{n+1} \end{pmatrix} \text{ односно } X \begin{pmatrix} Y & -Y \\ T_n & T_{n-1} & T_{n+1} \end{pmatrix}$$

Ординате и апсцисе тачке  $T_1$  и поновљене  $T_2$  на дну не множе се ничим, јер нема изнад  $T_1$  ни испод  $T_2$  никакве друге тачке.

Ово што важи за четвороугао важи и за сваки други многоугао с тим да је број сабирака онолики колико преломних тачака има.

Рачунање површина из координата врши се машином за рачунање, јер сваки други начин било руком, било логаритмарским путем представља право мучење за онога ко рачуна. С друге стране ма како машина била скупа врло брзо се исплати с обзиром на велику уштеду у времену и умном напрезању.

Међутим и кад се рачуна машином треба тражити најзгоднији и најбржи начин да се дође до резултата.

Многи рачунају машином површине на тај начин што машином образују разлике, засебно их упишу и множе одговарајуће ординате односно апсцисе, резултате испишу па их после саберу и добију коначну површину. То представља најнерационалнији начин рачунања и искоришћења машине.

Други су се довели те појединачне резултате не пишу посебно нити их бришу из машине, те тако на крају добију збир свих производа т. ј. коначну површину.

У оба случаја погрешно је кад се образују разлике кад то сама машина може да уради у току самог множења.

Трећи већ множе ординату са апсцисом претходне тачке обрћући ручицу машине у смислу сабирања а затим исту ординату множе апсцисом следеће тачке обрћући ручицу машине у смислу одузимања:

$$U_{T_n} \quad X_{T_{n-1}} \quad -U_{T_n} \quad X_{T_{n+1}}$$

У примеру: 380,46.1066,48—380,46.666,66

Међутим, мада је овде учињен велики корак унапред према претходним начинима рачунања ипак се ни из далека не искоришћује машина рационално. Ону разлику апсциса односно ордината у формули  $U_n (X_{n-1} - X_{n+1})$  односно  $X_n (U_{n-1} - U_{n+1})$  треба тумачити само као разлику обрта ручице на машини у позитивном (за сабирање) и негативном (за одузимање) смислу.

Пример:

тачка	у	Х
.274	473,11	1066,48
.273	380,46	1032,09
.265	417,44	666,66
.318	473,30	643,48
.264	520,59	634,76
.274	473,11	1066,48
.273	380,46	1032,09

$$2P = \times 21244,7793; 78755,2207$$

$$P = 39377,61$$

Обрти ручице машине у IV случају		Обрти ручице машине у ранијим случајевима	
380,46 множи са	$400\overline{22}=8$ обрта	$106648+$	$\overline{66666}=55$ обрта
417,44 „ „	$41\overline{141}=11$ „	$103209+$	$\overline{64348}=40$ „
473,30 „ „	$32\overline{10}=6$ „	$66666+$	$\overline{63476}=56$ „
520,59 „ „	$42300=9$ „	$64348+$	$\overline{106648}=50$ „
473,11 „ „	$40273=16$ „	$63476+$	$\overline{103208}=41$ „

Свега обрта ручице 50;

242

Напомена: У горњем случају, где изнад броја не стоји никакав знак значи да је ручица на машини окретана у позитивном смеру а где изнад броја стоји негативан знак, ручица је окретана у негативном смеру.

Према изведеном примеру види се да је рачунање површина на овај начин приближно пет пута брже.

Рачунање површине четвороугла из координата преставља нарочито прост случај, н. пр.

Тачка	у	Х	
131	615,35	849,67	
132	592,83	870,47	592,83 треба множити са $\overline{30,04}$
133	601,44	879,63	601,44 „ „ „ $\overline{28,25}$
134	623,91	858,62	623,91 „ „ „ $\overline{30,04}$
131	615,35	849,67	615,35 „ „ „ $\overline{28,25}$
132	592,83	870,47	

$$2P = 766,3233; \times 233,6767$$

$$P = 383,16$$

Значи да овде треба радити у скоковима. Кад је помножено 592,83 са  $\overline{30,04}$  треба одмах прећи на можење 623,91 а прескочити 601,44. Сада није потребно гледати колика је разлика обрта већ просто обртањем поништити цифре тако да се добије  $\overline{0000}$ . Затим се вратити горе на 601,44 помножити са  $\overline{28,25}$  и најзад сићи на 615,35 и опет побрисати машином.

Дакле код четвороугла образујемо само два пута (а не четири пута) разлике обрта ручице на машини. Пошто увек рачунамо површину два пута то нема опасности, ако би се у некој разлици поткрала грешка. Неслагање површине са знаком + и - то одмах показује. Очигледно да из овога излази правило, да је обавезно рачунати једанпут површину множећи ординате а други пут множећи апсцисе одговарајућим разликама.

На машини се добија површина са знаком — (минус) изражена у декадној допуни и тако је треба и уписивати. То је потребно да се зна, да би се у случају исправке неке координате могао резултат (површина) вратити у машину са одговарајућим знаком тј. као позитиван број или као декадна допуна. Ако је на пр погрешно уписана апсциса тачке 134, треба 858,66 а не 858,62, не мора се рачунати површина понова. Убади се у резултатни ред стари резултат па се за 601,44 повећа број негативних обрта на месту јединица за  $-4$  а за 615,35 за  $+4$  тј. побрише обртањем и добије 0. Нови резултат је 766,8797. Ради контроле сад се убади декадна допуна старог резултата и множи *повећање* апсцисе 4 (а не цела нова апсциса) са разликом ордината. Нови резултат је  $\times 233,1203$ .

У случају да се апсциса није повећала већ смањила аналогно би се поступило. Само се мењају знаци за обртање и у једном и у другом (контролном) рачунању.

### **Utisci o katastarskim radovima u Švajcarskoj, Francuskoj i Italiji i primena fotogrametrije za katastarska snimanja**

G. ing. Aleksandar Kostić održao je na skupštini Novosadske sekcije i na glavnoj skupštini Udruženja u Sarajevu donje predavanje ili, kako je to sam naglasio, dao jednu skraćenu reportažu o svojim stručnim utiscima iz gornjih zemalja. Predavanje izloženo u dva dela i to: u prvom o sadašnjem stanju katastarskih radova po starim metodama a u drugom o primeni fotogrametrije.

#### **Katastar u Švajcarskoj**

U Švajcarskoj ne postoji zakon o katastru već se ceo premer osniva na čl. 950 Gradjanskog zakona koji propisuje da se „upis i opis svake nekretnine u zemljišnu knjigu vrši na osnovu plana koji se dobija, po pravilu, zvaničnim premeravanjem. Pravo je Federalnog saveta da odluči po kojim će se principima doći do tih planova“.

U vezi sa ovom odredbom, koja govori samo o zemljišnoj knjizi, dakle o pravnom katastru, celokupan premer pa i Direkcija katastra podređeni su Federalnom odeljenju pravde i policije (to bi odgovaralo našem Ministarstvu pravde). Zadatak Direkcije katastra je, da vrši organizaciju radova i opšti nadzor i da rukovodi