N. Abakumov

Određivanje azimuta zemaljskog objekta pomoću sunca.

I

U svom članku ja neću zauzimati pažnju svojih čitalaca izvođenjem teorije određivanja azimuta po suncu. Ko želi detaljno proučiti ovu teoriju preporučam mu „Kurs astronomije (praktički deo) od Cingera" u prevodu od geodetskog generala Stevana P. Boškovića str. 217—221.

Moj je cilj stvarnim primjerima pokazati, kakovu točnost možemo postignuti primjenivši ovu metodu u praksi.

Prednost određivanja azimuta po suncu sastoji se u tome, što čitav postupak oko ovakovog određivanja vršimo po danu. Doduše se i pomoću polarnice može odrediti azimut danju, ali pronalazak ove zvjezde, u svojoj suštini jednostavan, ipak zahteva već dosta znanja astronomije i iskustva.

Mana sunčanog određivanja azimuta — nije dovoljna točnost, osobito u sravnjenju sa opažanjem polarnice. Tabele br. 1 i 2 nedvojbeno nam govore o ovome. Ove tabele uzimaju u obzir samo greške azimuta nastale usljed grešaka u određivanju vremena i širine.

Tabela 1.

Opažanje sunca.

$\Delta\alpha_t$ — greška u azimutu usljed greške u vremenu $1^s = 15''$

$\Delta\alpha_\varphi$ — " " " " " u širini $= 10''$

$\varphi = 45^\circ$

Srednje vrijeme	Kraj Juni ljetna dugodnevnica		Kraj marta i septem. proletnja i jesenja ravnodnevnica		Kraj decembra zimska dugodnevnica	
	$\Delta\alpha_t$	$\Delta\alpha_\varphi$	$\Delta\alpha_t$	$\Delta\alpha_\varphi$	$\Delta\alpha_t$	$\Delta\alpha_\varphi$
5^h	$\pm 10''$	$\pm 1''$	—	—	—	—
6	10	3	—	—	—	—
7	10	5	$\pm 12''$	$\pm 2''$	—	—
8	11	8	12	3	$\pm 11''$	$\pm 0''$
9	14	11	14	4	12	1
10	19	13	17	5	13	1
11	30	12	20	3	14	1
12	37	0	21	0	15	0
13	30	12	20	3	14	1
14	19	13	17	5	13	1
15	14	11	14	4	12	1
16	11	8	12	3	11	0
17	10	5	12	2	—	—
18	10	3	—	—	—	—
19	10	1	—	—	—	—

Tabela 2.

Opažanja polarnice

$\varphi = 45^{\circ}$

Satni kut zapad	$\Delta\alpha_t$	$\Delta\alpha_\varphi$	Satni kut istok
0^h	$\pm 0,''4$	$\pm 0,''0$	24^h
1	0,4	0,1	23
2	0,3	0,1	22
3	0,3	0,2	21
4	0,2	0,2	20
5	0,1	0,3	19
6	0,0	0,3	18
7	0,1	0,2	17
8	0,2	0,2	16
9	0,3	0,2	15
10	0,3	0,1	14
11	0,4	0,1	13
12	0,4	0,0	12

Ove se greške računaju po formulama: (za naš sluča $\Delta t = \pm 1^s = \pm 15''$; $\Delta\varphi = \pm 10''$).

$$\Delta\alpha_t = \pm 15'' \frac{\cos\delta \cos q}{\sin z}$$

ili

$$\Delta\alpha_t = \pm 15'' (\sin\varphi + \cos\varphi \cos\alpha \operatorname{cotg} z)$$

$$\Delta\alpha_\varphi = \mp 10'' \sin\alpha \operatorname{cotg} z$$

gdje

δ — deklinacija
q — paralaktički kut
α — azimut
t — satni kut
φ — širina mjesta

Širinu smo uzeli jednakom 45°, što će odgovarati približno srednjoj širini Jugoslavije.

Što se tiče greške, koja proizlazi od netačnosti mjerenja kuta između zemaljskog objekta i sunca (odnosno polarnice), to će ona s jedne strane zavisiti od točnosti instrumenata i slučajnih grešaka opažanja, ali s druge strane i od točnosti stavljanja vertikalnog konca na nebesko svjetilo. Ovdje polarnica ima veliku prednost. Ona se giba vrlo lagano i dozvoljava izvršiti stavljanje konca veoma točno. Međutim to nije slučaj za Sunce. Ali sa malim iskustvom može se naučiti dosta točno bilježit momenat tangiranja vertikalnim koncem sunčev kraj. Viziranje na centar sunčeva diska može se preporučiti samo za gruba mjerenja.

Greške su tab. I na prvi pogled velike, ali potrebno je imati u vidu da je ova tabela sastavljena za relativno grube greške u vremenu i u širini. Smanjivši ove greške, proporcionalno ćemo smanjiti i greške tab. 1.

Proučavanje tab. 1. dovodi nas do zaključka da je najpodesnije vršiti određivanje azimuta po suncu u jutro i u veče. Ali po zimi može se određivati azimut čitav dan bez osobite razlike u točnosti. Maksimum će greške, nastale usljed greške u vremenu, biti u podne, a minimum u prvom vertikalu i pri zalasku sunca.

Interesantno je odrediti maksimum greške u azimutu, nastale usljed greške u širini. Iz tab. 1 za sunce vidimo da se ovaj maksimum nalazi po vremenu blizu minimuma, koji se dešava u podne. Vrijeme ovog maksimuma možemo odrediti na ovakav način.

Uzmimo derivaciju po t od izraza

$$\frac{\Delta\alpha_\varphi}{\Delta t} = -\sin\alpha \operatorname{cotg} z$$

dobićemo

$$\left(\frac{\Delta\alpha_\varphi}{\Delta t}\right)' = -\cos\alpha \operatorname{cotg} z \frac{d\alpha}{dt} + \frac{\sin\alpha}{\sin^2 z}\frac{dz}{dt}$$

uvrstimo značenja

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\cos\delta \cos q}{\sin z}$$

$$\frac{dz}{dt} = \sin\alpha \cos\varphi$$

i stavimo dobivenu derivaciju jednakom nuli. Onda

$$-\frac{\cos\alpha \cos\delta \operatorname{coc} q \cos z}{\sin^2 z} + \frac{\sin^2\alpha \cos\varphi}{\operatorname{sn}^2 z} = 0$$

odkud

$$\operatorname{tg}\alpha \sin\alpha \cos\varphi = \cos\delta \cos q \cos z$$

a pošto je

$$\sin\alpha \cos\varphi = \sin q \cos\delta$$

sljedi

$$\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg} q = \cos z$$

Određeni uslov vrjedi za maksimum. Minimum će biti, kada se sunce nalazi u meridijanu (tj. u podne) i pri zalasku. I u jednom i u drugom slučaju greška će azimuta biti jednaka nuli.

Metodom postepenih približenja lako ćemo odrediti satni kut, koji će zadovoljiti uslov maksimum'α.

Za širinu $\varphi = 45^{\circ}$ i $\Delta\,\varphi \pm 10''$ pri opažanju sunca

Za vrijeme ljetne dugodnevnice

$$t_{maks} = 1^h\ 35^m\ 39^s$$
$$\Delta\alpha_{\varphi\, maks} = \pm\ 14'',1$$

Za vrijeme ravnodnevnice

$$t_{maks} = 2^h\ 21^m\ 4^s$$
$$\Delta\alpha_{\varphi\, maks} = \pm\ 5'',0$$

Za vrijeme zimske dugodnevnice

$$t_{maks} = 2^h\ 11^m\ 51^s$$
$$\Delta\alpha_{\varphi\, maks} = \pm\ 1'',4$$

II

Pređimo sada na stvarno određivanje azimuta zemaljskog objekta pomoću Sunca. Ovakova su određivanja bila više puta načinjena od strane studenata geodetsko-kulturno-inženjerskog otsjeka Tehničkog fakulteta zagrebačkog univerziteta kao diplomske radnje ili obične vježbe.

Od svoje strane ja sam samo prokontrolisao račun, ispravio računske pogreške i reducirao azimute na jednu te istu širinu i jednu te istu stranu pokusne zagrebačke triangnlacione mreže i to:

Grmošćica—Kaptol južni toranj = 4738,4 met.

nisam odbacio niti jednog podatka.

Dole su navedene tri grupe ovakovih određivanja. Prva je grupa bila načinjena na kraju 28 godine, druga na kraju 30 i u početku 31 god., a treća na kraju 31 godine.

I grupa

Instr. teod. R. A. Rost № 1970 (točnost 2'').

Sr. kronometar Paul Litisheim 47545 azimut ćemo brojati od sjevera na istok, jug, zapad.

Dat.	Opažać	Azimut	Sat određenja	Kolim. gr.		Primjedba
				suncev	objekt	
1928 16-X	Mitić Miloje	273° 12′ 42,″5	$11{,}^{h}_{9}-12{,}^{h}_{4}$	-12,″2	-6,″5	Korekcija kronometra uzeta je na geog. zav. t j. po radio širina je određena po karti
		28,2		-12,4	-9,6	
		30,5	13,9-14,1	-18,9	-5 9	
		33,7		-14,5	-7,3	
	Krasojević Vojislav	38,4	12,7-13,1	-6,7	-3,3	
		38,2		+9,4	+3,4	
		38,3		+1,4	+0,1	
	Raslapčević Jovan	16,9	13,3-13,7	-10,1	-10,5	
		45,8		-9,6	-11,7	
		31,4		- 9,9	-11,1	
	Opća sred.	273° 12′ 34,″4		-8,″6	-6,″3	

Uzmemo li za jedinicu težine jedan girus dobićemo opću sredinu (aritm. sr. sa težinama).

273° 12′ 34,″4

Suma kvadrata otklona od ove sredine će biti.

584,9

Sljedi:

$$\text{greška jed. tež.}\quad \Sigma_o = \pm \sqrt{\frac{584{,}9}{6}} = \pm 9{,}''9$$

$$\text{greška sred.}\quad \Sigma = \pm \frac{9{,}9}{\sqrt{7}} = \pm 3{,}''7$$

II grupa

Instr. teod. Starke so Kammerer 1023 (tačnost 2″).

Kron. 47545

Dat.	Opažač	Azimut	Sat određenja	Kolim. gr.		Primjetba
				sunce	objekt	
1930 28-IX	Aleksejev Aleksej	273° 12′ 37,″7	$14{,}^{h}_{8}-15{,}^{h}_{1}$	2′15,5″	-′26″5	Opažač je sâm odredio i širinu i vrijeme
1931 13-V		28,1		24,4	11,5	
		33,9	$15{,}^{h}_{2}-16{,}^{h}_{9}$	25,5	22,8	
		33,1		18,8	32,4	
		22,8		22,2	25,3	
	Opća sred.	273° 12′ 31,″1		2′21″3	2′27″7	

$$273^\circ\ 12\ 31,''1$$

$$\Sigma_o = \pm \sqrt{\frac{133,3}{4}} = \pm\ 5,''7$$

$$\Sigma = \pm \frac{5,7}{\sqrt{5}} = \pm\ 2,''6$$

III grupa

Instr. 1023 Kr. 47545

Dat.	Opažać	Azimut	Sat određenja	Kolim. gr. sunce	Kolim. gr. objekt	Primetba
1931	Vikgorst	273° 12′ 48,″4		-39,″9	-35,″5	Vrijeme su odredivali opažači. Širina je sračunata.
13-X	Vladimir	41,0		—38,2	—32,8	
20-X		37,1	$14,_9^h—16,_8^h$	—31,1	—35,4	
2-XI		38,3		—33,0	—32,0	
		35,8		—33,7	—34,2	
		40,5		—43,5	—41,8	
		40,2		—36,6	—35,3	
1931	Afanasjev	273° 12′ 35,″4		—43,0	—37,9	
22-X	Boris	27,0	14,9—16,3	—37,9	—36,3	
		32,8		—34,8	—38,0	
31-X		39,6		—38,2	—41,3	
		36,9	15,1—15,7	—35,2	—40,6	
		37,6		—35,6	—40,6	
		34,9		—37,5	—39,1	
	Opća sred.	273° 12′ 37,″5		-37″,0	-37,″2	

$$273^\circ\ 12'\ 37,''5$$

$$\Sigma_o = \pm \sqrt{\frac{305,3}{11}} = \pm\ 5,''3$$

$$\Sigma = \pm \frac{5,''3}{\sqrt{12}} = \pm\ 1,''5$$

Dakle su tri različite grupe dale sljedeće rezultate:

	273° 12′ 34,″4	± 3,″7	tež. 7
	31,1	± 2,6	tež. 5
	37,5	± 1,5	tež. 12
Opća sred.	273° 12′ 35,″3		

$$\Sigma_o = \pm \sqrt{\frac{1158}{23}} = \pm\ 7,''1$$

$$\Sigma = \pm \frac{7,''1}{\sqrt{24}} = \pm\ 1,''4$$

Uporedimo li greške jednog girusa u različitim grupama i to:

I gr. $\pm$ 9,″9
II „ $\pm$ 5,″7
III „ $\pm$ 5,3

videćemo da I grupa ima veću grešku, ali to se daje objasniti time, što su mjerenja ove grupe bila izvršena u blizini podne, t. j. u najnepodesnije vrijeme.

Kolimacione greške (navedene u svakoj grupi) određene i po suncu i po zemaljskom objektu daju nam mogućnost sravniti tačnost opažanja ovih predmeta.

Za ovu svrhu uzmimo u svakoj grupi aritmetičke sredine kolimacionih grešaka i odredimo greške pojedinačnih mjerenja Sunca i zemaljskog objekta. Dobićemo ovakove veličine:

Grupa	Tež.	Srednja kol. gr.		Sunce minus objekt	Greške pojed. m.	
		sunce	objekt		sunce	objekt
I	7	−8,″6	−6,″3	−2,″3	$\pm$8,″8	$\pm$5,″2
II	5	−2′21,″3	−2′27,″7	+6,4	4,1	4,1
III	12	−37,″0	−37,″2	+0,2	4,0	2,8
	Sr.			+0,8	$\pm$5,″4	$\pm$3,″8

Sunce je dalo nešto veću grešku, ali ovo je prirodno, pošto sunčana greška zavisi ne samo od pogreške stavljanja konca, nego i od greške određivanja momenta.

III

1936 godine bila su izvršena određivanja azimuta po suncu sa jedne tačke kraj tehničkog fakulteta u Zagrebu na evangeličku crkvu (oko 346 metara). Vrijeme se određivalo običnim džepnim satom. Širina bila je zadata. Dobiveni su sljedeći rezultati:

Instr. 1023 (2″)

Dat.	Opažač	Azimut	Sat određenja	Kolim. gr.		Sunce minus objekt
				sunce	objekt	
1936 14-V	Bulatov Panfilov	86° 17′ 36,″7 45,1 40,9	16,6—16,9 17,0—17,2	−38,″1 −38,9 −38,5	−44,″3 −45,6 −45,0	+6,″2 +6,7
1936 17-VI	Macarol Hespeimez	49,9 30,9 40,4	16,4—16,8 17,1—17,4	−40,1 −34,4 −37,9	−38,1 −38,9 −38,5	−2,0 +4,5
Opća sr.		86° 17′ 40,″7		−37,″9	−41,″7	+3″,8

$$\Sigma_o = \pm \sqrt{\frac{216}{3}} = \pm\, 8,''5$$

$$\Sigma_{\prime} = \pm\, \frac{8,''5}{\sqrt{4}} = \pm\, 4,''2$$

Ako ćemo uzeti u obzir da su sva ova određivanja bila načinjena od strane đaka, koji su prvi put u životu vršili astronomska opažanja, moramo priznati, da i pomoću sunca pri pažljivom radu, može se dobiti potpuno zadovoljavajuće rezultate.

Ing. Аркадије Сиркс

Мађијски ред Торопова

У нижој геодезији, а и у вишој, решавамо проблеме помоћу елементарних формула линијске тригонометрије. У полигоној мрежи, у прикључку полигоног влака на високе тачке, у рачунању неприступних отстојања. у рачунању тригонометријских мрежа свих редова и т. д. служимо се теоријом троугла. Само име најпрецизнијег геодетско — геометарског рада — триангулација — долази од латинске речи „trianguli," што значи трокут, а тај се рад састоји у развијању и решавању система троуглова. Према томе теорија троугла, или, како се обично каже, линијска тригонометрија основ је скоро сваком геодетском рачунању.

Међутим класична тригонометрија пружа читав низ неповезаних формула за решавање троуглова (ово решавање троуглова и јесте наиме њен коначни циљ), а ова неповезаност оптерећује меморију и захтева од рачунџије који примењује тригонометријске формуле вештину, која се стиче само дугом вежбом, а да крај тога ипак нисмо никад сигурни да нисмо погрешили, ако немамо при руци обиман потсетник са исписаним формулама. Међутим рационализација захтева строги систематски поступак, смањење основних Формула, лако памћење констаната и могућност брзе оријентације и сналажења у тим формулама.

Све ово класична тригонометрија не даје нама.

Томе је доскочио професор Торопов, који је пронашао један ред тригонометријских релација, повезаних