Ing. Фрањо Рудл.

Конструкција и употреба номограма

У пракси имамо често посла са рачунским операцијама које су везане за једну те исту формулу, те за сваку тражену вредност морамо извршити рачунање било са логаритамским таблицама или са логаритмаром и.т.д.

Сви ови радови умно замарају и услед тога се и лако греши. Ради тога треба у могућим случајевима тражити једну лакшу и бржу методу која задовољава тражену тачност.

Ову сврху можемо да постигнемо графичким путем, напосе са номограмима. Осврнувши се на западне државе, видимо да су номограми постали у посљедњим деценијама важно средство, да се могућности математичке што боље искоришћују на пољу технике. *Важне основе за номографију* [1]) *дали су Lalanre 1846 год. у Швајцарској и d'Ocagne 1884 г. у Француској.*

Шта заправо разумемо под номографијом, ништа друго него ли сликовиту претставу рачунским законима одређене везе између разних величина тако, да се вредности, које су формулом међусобно везане, могу очитати на врло једноставан начин.

Не пориче се, да ће нам рачунска метода дати већу тачност али како речено, ако нам графичка метода даје *тражену* тачност, уштедићемо много у времену и што још важније, нећемо тако лако погрешити.

И тамо где нам графичка метода неће моћи дати резултате тражене тачности, добро је и препоручљиво служити се истом ради брзе контроле већ срачунатих вредности.

Применимо номографију за неке случајеве, који су нам најближи.

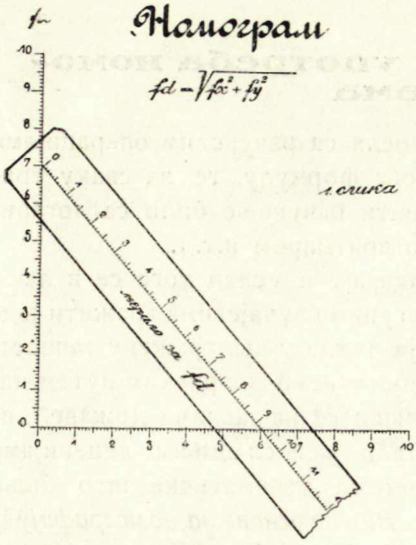
1) Место да тражимо линеарно отступање

$fd = \sqrt{fx^2 + fy^2}$ једног полигоног влака по таблицама можемо исту сврху постићи са следећим номограмом: сл 1.

На катетама наносимо линеарне вредности за fx и fy, а на прозирној хартији израдимо мерило за очитавање тражених вредности за fd.

На основу задатих вредности fx и fy, измеримо раз-

[1]) Номос — значи грчки закон, графен — писати, цртати.



мерником односно споменутим мерилом тражену вредност fd или узмемо дужину fd у шестар и очитамо њезину вредност на једној од катета.

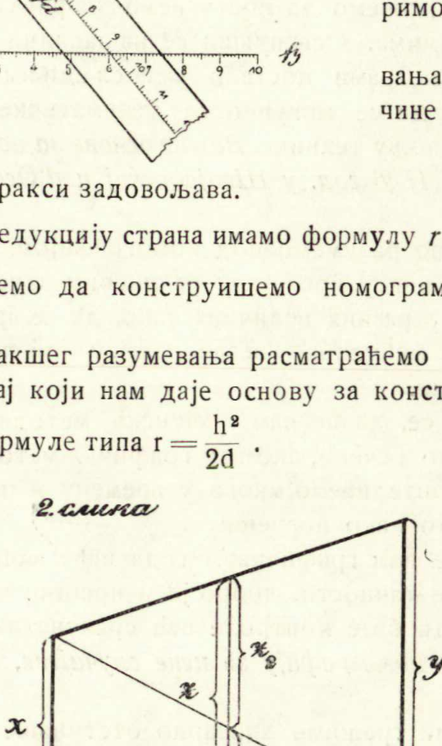
На пример: Задато $fx = 0{,}70$ $fy = 0{,}60$ мерилом измеримо $fd = 0{,}92$.

Тачност очитавања код ове величине цртежа јесте 1 cm. што у пракси задовољава.

2) За редукцију страна имамо формулу $r = \dfrac{h^2}{2d}$.

Како ћемо да конструишемо номограм за ову формулу?

Ради лакшег разумевања расматраћемо прво ниже наведени случај који нам даје основу за конструкцију номограма за формуле типа $r = \dfrac{h^2}{2d}$.



Слика бр. 2 претставља нам трапез.

Из слике видимо, да је по закону пропорције

$$\frac{z_1}{b} = \frac{x}{s}, \quad \frac{t_2}{a} = \frac{y}{s} \quad \text{или} \quad z_1 = \frac{b}{s} \cdot x, \quad t_2 = \frac{a}{s} \cdot y.$$

Ако ставимо да је $a = b$ добијемо

$$z_1 = \frac{x}{2}\,,\; t_2 = \frac{y}{2} \quad \text{и} \quad z = \frac{x+y}{2} \qquad I.)$$

Т. ј.: *Средња линија трапеза z једнака је аритметичкој средини обеју паралелних страна x и y.*

Што ћемо добити ако поменуте 3 дужине меримо логаритамским мерилом?

Познато је, да је геометријска средина изражена формулом $\gamma = \sqrt{\alpha \,.\, \beta}$.

Логаритмирајмо формулу и добијемо

$$log.\, \gamma = \frac{log\, \alpha + log\, \beta}{2} \,. \qquad II.)$$

Из аналогије формула I. и II. видимо да је

$$\left.\begin{array}{l} z = \log \gamma \\ x = \log \alpha \\ y = \log \beta \end{array}\right\}$$

Дакле код мерења трапеза са *логаритамским мерилом* важи правило:

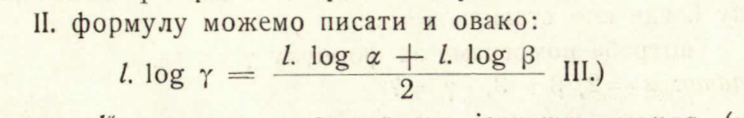
Средња линија трапеза је геометријска средина обеју паралелних страна,

значи у овоме случају не смијемо да кажемо да је $x = \alpha$ *већ x једнако је α мерено логаритамски.*

Ради боље илустрације овог израза наносимо логаритамске вредности бројева од 1—10.

Види слику бр. 3.

3. слика



Из 3. слике видимо да је x мерено логаритамски једнако г или x_1 мерено логаритамски једнако 3.

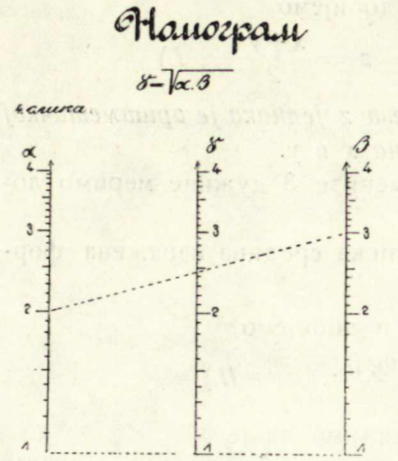
II. формулу можемо писати и овако:

$$l.\, \log \gamma = \frac{l.\, \log \alpha + l.\, \log \beta}{2} \qquad III.)$$

где нам „l“ *означава логаритамску јединицу мерила,* (код логаритмара износи обично 250 m/m).

III. формула претставља нам линеарну функцију, што значи да код 2-ју задатих вредности на номограму, трећа мора да се очита у правој, која спаја задате вредности.

Нацртајмо номогран за формулу $\gamma = \sqrt{\alpha.\, \beta.}$ за случај $\alpha = 1$, $\beta = 1$ биће $\gamma = 1$, те узмемо ове вредности као почетне и у једној правој линији.



Ове почетне вредности мерене логаритамски јесу једнаке нули.

Логаритамски измеримо и наносимо вредности за α, β и γ. Види слику бр. 4.

Н. пр. $\left.\begin{array}{l}\log 1 = 0{,}0000 \\ \log 2 = 0{,}3010\end{array}\right\}$ разлика $= 0{,}3010$

Узмимо за логаритамску јединицу l н. пр. l$=$ 125 m|m. и множимо

$\log_1$ и $\log_2$ те добијемо

125 m|m. $\log_1 = 0{,}0000 \times 125$ m|m $= 0{,}0$

125 m|m. $\log_2 = 0{,}3010 \times 125$ m|m $=$ *37,6* m|m

Аналогно поступимо за

$\alpha = 3$

125 m|m. log 3 $= 0.4771 \times 125$ m|m $=$ *59,6* m|m и т. д.

Дужине 37,6 m|m, 59,6 m|m и т. д. наносимо почевши од 1 и поред њих упишемо одговарајуће бројеве 2, 3 и т. д.

То исто урадимо и за β и γ.

Код конструкције номограма за формуле типа $\gamma = \sqrt{\alpha.\ \beta}$. важно је, да је *отстојање* између α—γ и γ—β *једнако* (види формулу I. где смо ставили a=b.)

Употреба номограма за формулу $\gamma = \sqrt{\alpha.\ \beta}$.

Задато: $\alpha = 2$, $\beta = 3$, $\gamma = ?$

Концем, лењиром или линијом повученом на јачој прозирној хартији спојимо 2 и 3 на скалама за α и β и на γ скали очитамо резултат $\gamma =$ *2,45.*

Применимо горе обрађени основни тип за формулу

$r = \dfrac{h^2}{2d}$ или $h = \sqrt{2d.r}$

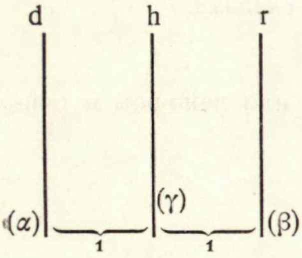
Ако ту формулу логаритмирамо, добијемо

$$\log h = \frac{\log(2d) + \log r}{2} \quad \text{или}$$

$$l.\, \log h = \frac{l.\, \log(2d) + l.\, \log.\, r}{2} \quad \text{IV.}$$

Осврнувши се на формулу III., видимо да је $h = \gamma$, $2d = \alpha$ и $r = \beta$, те према томе одређен је положај кракова (скала) за h, d и r, т. ј.

Примедба: * Што значи фактор 2 код (d2)?

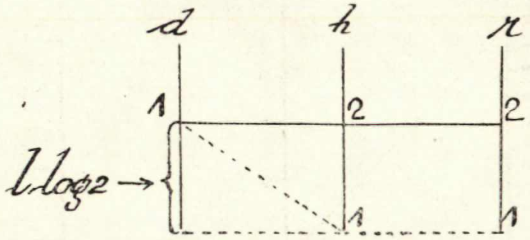


5. слика

Значи да за $d = 1$, $h = 1$ и $r = 1$ ове вредности неће бити у правој, пошто дато $d = 1$, $h = 1$ редукција r износи 0,5, те према томе морамо вредност 1 за d померити за дужину $l.\log 2$ на више и ради тога можемо у слици 5. место (2d) уписати само d.

За $h = 2m$, $d = 100m$ добијемо по формули $r = \frac{h^2}{2d}$ да је $r = 2$ cm. Ове вредности узмемо за почетне.

Прелазимо на конструкцију. На једнаком одстојању извучемо кракове за скале d, h и r. Повучемо у за нас по-



десном положају основни правац за $h = 2m$, $d = 100m$ и $r = 2$ cm, (за основни правац могли смо узети и други, н.пр. $h = 1m$, $d = 50m$, $r = 1cm$, према нахођењу) и од почетних вредности наносимо дужине логаритама помножених са логаритамском јединицом (н.пр. $l = 125^{m}|_{m}$). Види слику 7. појединих вредности.

Н. пр. како ћемо код почетне вредности $d_1 = 100\,m$ нанети $d_2 = 50\,m$?

$(\log d_1)\,.\,l = \log 100 \times 125^{m}|_{m} = 2.0000 \times 125^{m}|_{m} = 250{,}0^{m}|_{m}$

$(\log d_2)\,.\,l = \log\ 50 \times 125^{m}|_{m} = 1.6990 \times 125^{m}|_{m} = 212{,}2^{m}|_{m}$

разлика $(\log d_2)\,.\,l - (\log d_1)\,.\,l = 212{,}2 - 250{,}0 = -\ 37{,}8^{m}|_{m}$.

Добијемо предзнак минус, значи дужину $37{,}8^{m}|_{m}$ наносимо наниже и упишемо вредност 50.

Или: $d_1 = 100\,m$ $d_3 = 130$ m.

$(\log d_1) \cdot l = 250{,}0^{m}|_{m}$

$(\log d_3) \cdot l = 264{,}2^{m}|_{m}$

$(\log d_3) \cdot l - (\log d_1)\, l = + 14{,}2^{m}|_{m}$. (предзнак плус)

Ову дужину наносимо на више почевши од вредности 100 и упишемо вредност 130.

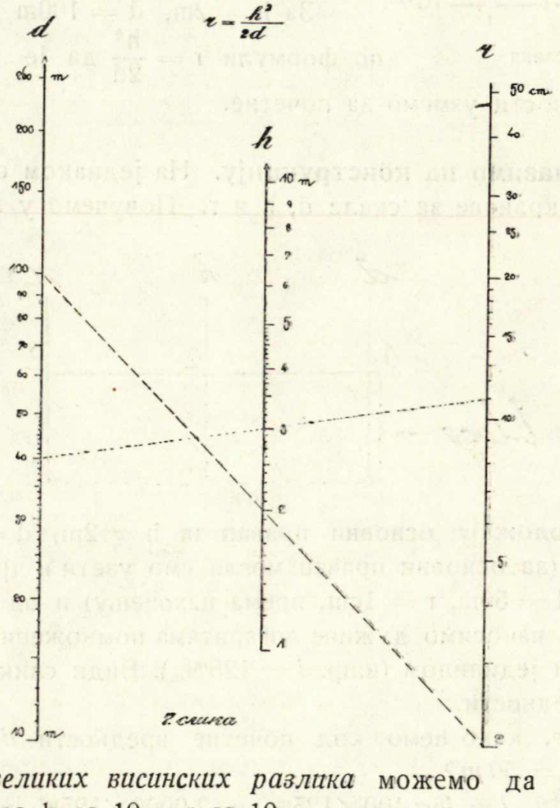
Аналогно поступимо и на другим скалама.

Употреба монограма:

Задато: d = 40 m, h = 3m r = ?

Задате вредности спојимо концем или лењиром и очитамо r = 11 cm.

Номограм



7 слика

Код великих висинских разлика можемо да множимо вредности за h са 10 и r са 10 и радимо по методи приближавања, $r = \frac{h^2}{2d}$, $r_1 = \frac{h^2}{2d - r}$, $r_2 = \frac{h^2}{2d - r_1}$ и т. д.

Н. пр. дато $d = 40$ m, $h = 30$ m добијемо
$r = 11$ m, $r_1 = 12{,}80$, $r_2 = 13{,}30$ и *коначно* $r_3 = 13{,}45\ m$.

Примедба: дужина 2d није изражена са 80 m већ директно са 40 m, према томе треба редукцију одузети од $d = 40$ m а не од $2d = 80$ м.

3. Приликом тахиметрисања инструментом са 3 конца не можемо директно да добијемо тражену дужину (одстојање) и висинску разлику, већ морамо те вредности да рачунамо по формулама $d = K.\,l.\cos^2\alpha$ и $h = \frac{1}{2} = K.\,l.\sin 2\alpha$ са логаритамским таблицама, тахим. или универзалним логаритмаром или са Јордановим таблицама.

Ову сврху можемо постићи и са номограмима са довољном тачношћу.

Како се конструишу објаснићу у наставку овог чланка.

Ing. Аркадије Сирке

Контролне групе код рачунања површина из правокутних координата.

Увођење у геодетску праксу рачунских машина, а нарочито оних са електричним погоном и великим капацитетом у многоме је модифицирало рачунски рад геометра у бироу и дало му је више сигурности, а тиме и више ауторитета у радовима на терену. Новији прецизнији инструменти стварају и нове методе рада, које се данoмице усавршавају, а геометру, који њих примењује, омогућују са мањом потрошњом времена и енергије постизавање истог циља са повећаном сигурношћу у извршење рачунске операције. Овакав случај илустрира најбоље баш употреба рачунских машина код рачунања површина из правокутних координата тачака. Пракса поставља пред геометром на дневни ред разне проблеме, који практичари решавају на разне начине, док не преовлада најпрактичније решење, стога не тврдимо да је овде описано решење рачунских контрола помоћу контролних група најбоље, а износимо овај начин рачунања стога, јер смо се у пракси уверили у његову целисходност. Сама метода рачунања површина из координата већ је доста об-