

Н. пр. дато  $d = 40 \text{ m}$ ,  $h = 30 \text{ m}$  добијемо  $r = 11 \text{ m}$ ,  $r_1 = 12,80$ ,  $r_2 = 13,30$  и коначно  $r_3 = 13,45 \text{ m}$ .

**Примедба:** дужина  $2d$  није изражена са  $80 \text{ m}$  већ директно са  $40 \text{ m}$ , према томе треба редукцију одузети од  $d = 40 \text{ m}$  а не од  $2d = 80 \text{ m}$ .

3. Приликом тахиметрисања инструментом са 3 конца не можемо директно да добијемо тражену дужину (одстојање) и висинску разлику, већ морамо те вредности да рачунамо по формулама  $d = K \cdot l \cdot \cos^2 \alpha$  и  $h = \frac{1}{2} = K \cdot l \cdot \sin 2\alpha$  са логаритамским таблицама, тахим. или универзалним логаритмаром или са Јордановим таблицама.

Ову сврху можемо постићи и са номограмима са довољном тачношћу.

Како се конструишу објаснићу у наставку овог чланка.

Ing. Аркадије Сирке

### **Контролне групе код рачунања површина из правокутних координата.**

Увођење у геодетску праксу рачунских машина, а нарочито оних са електричним погоном и великим капацитетом у многеме је модифицирало рачунски рад геометра у бироу и дало му је више сигурности, а тиме и више ауторитета у радовима на терену. Новији прецизнији инструменти стварају и нове методе рада, које се даномице усавршавају, а геометру, који њих примењује, омогућују са мањом потрошњом времена и енергије постизавање истог циља са повећаном сигурношћу у извршење рачунске операције. Овакв случај илустрира најбоље баш употреба рачунских машина код рачунања површина из правокутних координата тачака. Практика поставља пред геометром на дневни ред разне проблеме, који практичари решавају на разне начине, док не преовлада најпрактичније решење, стога не тврдимо да је овде описано решење рачунских контрола помоћу контролних група најбоље, а износимо овај начин рачунања стога, јер смо се у пракси уверили у његову целисходност. Сама метода рачунања површина из координата већ је доста об-

рађена и позната, а њена употреба овиси углавном о томе каква нам је рачунска машина на расположењу. Данас постоји већ толико разних модела ових машина, да само нарочити стручњаци познају све врсте, а практичари могу сматрати добрим критеријумом код просуђивања предности једне машине могућност што једноставнијег извођења рачунских операција. Од машине, која служи за рачунање површина из координата морамо захтевати не само да извршује све рачунске операције (збрајање, одбијање, множење и делење), већ и то, да машина омогућује добијање парциалних продуката и тоталне суме тих продуката и да дозвољава наизменично додавање и одбијање порциалних продуката од тоталне суме. Из практичних разлога згодније и то, ако можемо наизменично употребљавати ручни и електрични погон (таква је, на пример, машина типа „Madas“ фирме Egli из Швајцарске). Тек машина са свим горе споменутих својствима даје максимални ефекат, јер осим неколико механичких радња, које извршује рачунџија, у свему осталом машина замењује човека, дајући при томе, како ћемо одмах видети, четвороструку контролу, ако увађамо контролне групе. У даљњем разлагању претпоставља се да нам стоји на расположењу једна оваква машина, а онда ћемо показати како можемо постићи исти циљ са једним једноставнијим моделом.

Катастарски Правилник део V предвиђа рачунање површина из правокутних координата тачака и даје за тај случај образац. Међутим ако имамо савршенији модел рачунске машине на расположењу ми можемо смањити рачунски рад у том обрасцу у толико, што препуштамо сав посао око одбијања, збрајања и множења истовремено самој машини, а наш рад биће само састав рачунске групе и пажљиво преписивање координата тачака из триг. обрасца 25 у образац за рачунање површина. Да бисмо олакшали следеће разлагање описаћемо укратко већ познати поступак код рачунања површина из координата, узимајући у обзир да постоји неколико варијаната самог поступка.

Координате тачака сваке групе исписујемо по реду од прве до последње у образац, а после начинимо из картона (или дебеле хартије) једну повлаку са три прореза, које удесимо према формату односног обрасца. Повлаку метнемо горе на наш образац са исписаним координатама тачака, које



стварају групу и намештамо од горе повлаку (види сл. 1) тако, да у сва три прореза дођу бројеви (први и последњи положај повлаке на обрасцу види на 1 стр. приложеног примера). На тај начин у овим прорезима појављиваће се бројеви, који су потребни за стварање двају парциалних продуката  $Y_n \times X_{n+1}$  и  $Y_n \times X_{n-1}$ , а знаци  $+$  и  $-$  поред односних прореза на самој повлаци показују који од ових продуката треба додати, а који одбити од тоталне суме, која је алгебарски изражена са  $2P = \sum Y_n (X_{n+1} - X_{n-1})$  и  $2P = \sum X_n (Y_{n+1} - Y_{n-1})$ . Све операције вршимо у машини, не бележећи ништа у образац, јер се сваки парциални производ аутоматски додаје или одбија од тоталне суме помоћу нарочите полуге, која се налази на машини и која таква поступак омогућује. Затим спуштамо повлаку на један ред ниже и понављамо рачунање са новим бројевима, који су се појавили у прорезима.

Да бисмо механизирали свој рад и поједноставили поступак око добијања тоталне суме поступамо тако, да код преписивања координата тачака групе у образац пазимо да после уписане последње тачке групе поновимо прву и другу тачку са њиховим координатама. На тај начин у прорезима повлаке, која се ред по ред спушта од свог првог положаја на почетку обрасца до последњег положаја на крају истог, појављиваће се сви бројеви, који су потребни за стварање свих парциалних продуката тоталне суме, која даје  $2P$  т. ј. двоструку површину задане фигуре. Поступак око добијања те двоструке површине завршен је на тај начин без нарочите пажње чим повлака пређе до краја ред исписаних координата у обрасцу (чим се у свим прорезима више не појављују бројеви, т. ј. престаје се са рачунањем чим се бар у једном прорезу јави празан простор без броја). За добијање, за контролу исте тоталне суме т. ј. двоструке површине по другој оси т. ј.  $\sum X_n (Y_{n+1} - Y_{n-1})$  служи иста повлака, која се само окрене за  $180^\circ$ , а исти знаци код односних прореза опет упућују на алгебарску операцију. Исписивање координата тачака групе по реду тачака врши се или у смеру казаљке на сату, или обратно, већ према томе у коме смо квадранту координатног сустава, т. ј. према предзнацима координата „у“ и „х“. О томе овиси и какве ћемо предзнаке уписати код прореза на повлаци. Прилежећи пример

служи за случај када су предзнаци координата различити (тачке су дате својим координатама у Будимпештанском саставу, пример је узет из Дунавске бановине). На потпуно исти начин можемо рачунати површине из координата тако званих припадака и отпадака, исписујући координате свих преломних тачака у образац, и додајући на крају обрасца после последње уписане тачке још једанпут прву и другу тачку са њивовим координатама (координате рачунамо произвољно од прве полигоне тачке и од полигоне стране лево и десно).

(Види стр. 7. приложеног бројног примера).

Што се тиче припадака и отпадака такозваних темељних група (на пример на слици бр. 2 темељна група 1-2-3-4-5 има припадак код полигоне стране 1-2) ми заступамо мишљење да је згодније ако групе уопште немају припадака и и отпадака. Ово постижемо згодном расподелом полигоних тачака на терену, односно већ код развијања полигоне мреже узимамо у обзир стварања будућих група. Ако унаточ тога појави се какав припадак или отпадак, као горе код полигоне стране 1—2, напр. услед детаља, који се није могао занемарити, онда рачунамо координате свих прелома, означајући тачке прелома са  $1/a$ ,  $1/b$ ,  $1/c$  и т. д. Рачунање вршимо у тригоном. обрасцу бр. 22 рачунском машином. Претпоставка је дакле да имамо на расположењу у бироу рачунску машину, иначе се и не исплаћује споро рачунање координата детаљних тачака логаритамским таблицама, али рачунску машину и онако морамо имати на расположењу, ако хоћемо рачунати површине из координата. Рачунање координата свих прелома није према томе никакав проблем машина избацује код згодне расподеле рада дневно стотине координата, а чим смо срачунали координате прелома постигли смо двоје: прво упростили смо рачунање површина група, јер немамо уопште припадака и отпадака и њихове посебне евиденције, а друго — уштедели смо велики посао код нанашања детаља, јер све, или скоро све, детаљне тачке нанашамо прецизним координатографом, заједно са нанашањем хектарске мреже и мреже палигонских тачака.

Кад су на тај начин површине појединих група срачунате, морамо прећи на састав контролних група, што ћемо приказати мало опширније, јер овај моменат рачунања површина и јесте циљ овог разлагања. Састав и увођење кон-



који би био да смо рачунали целу контролну групу непрекидно. Ово се постиже на тај начин, да на првој страни обрасца после последње тачке те стране упишемо прву тачку (са њеним координатама) са следеће стране обрасца (§86), а онда, да бисмо створили затворену подгрупу на првој страни после унешене тачке (§86) упишемо прву тачку прве стране (⊙ 1061), а исто тако испред прве тачке (⊙ 1061) упишемо последњу тачку подгрупе (§86). Ово понављање тачака потребно је, како смо већ растумачили ради аутоматског добијања тоталне суме парциалних производа по обрасцима  $\sum Y_n (X_{n+1} - X_{n-1})$  и  $\sum X_n (Y_{n+1} - Y_{n-1})$  помоћу прореза на повлаци. На другој страни обрасца другу подгрупу контролне групе стварамо тако, да испред прве тачке друге стране обрасца (§86) упишемо последњу тачку са претходне стране (⊙ 793), а после последње тачке ове друге стране (⊙ 810) упишемо прву тачку следеће треће стране (⊙ 811), а онда после оне тачке, коју смо написали доле (⊙ 811) додамо још једаред ону тачку од горе (⊙ 793), а испред оне тачке приписане горе (⊙ 793) додамо ову од доле (⊙ 811). На тај начин и у другој подгрупи две тачке подгрупе понављају се у редоследу тачака, што омогућује већ споменуто аутоматско добијање тоталне суме. Уопште важи правило, да се на крају обрасца дописује прва тачка са следеће стране, а на почетку обрасца дописује последња тачка са претходне стране, а онда се ради аутоматског добијања тоталне суме тачка дописана на почетку обрасца понавља још једном доле, а тачка дописана на крају обрасца понавља још једном горе, која дакле на тај начин постаје сад прва у попуњеном обрасцу подгрупе. Ово дописивање вршимо обично другом бојом мастила, за разлику од основних тачака те стране обрасца. Од општег правила изузимају се прва и последња страна, јер на првој страни имамо да допишемо само једну тачку, и то прву са друге стране обрасца (§86), а после ту исту тачку понављамо горе, испред прве основне тачке прве стране (⊙ 1061), а прву основну тачку прве стране понављамо доле; на последњој страни обрасца за контролну групу после неписане последње тачке целе контролне групе (⊙ 26) понављамо прву и другу тачку са прве стране обрасца (⊙ 1061 и ⊙ 70), што је у складу са општим правилом, јер да смо рачунали целу контролну групу непрекидно кроз све стране, ово би понављање прве и

друге тачке целе контролне групе на крају било потребно ради аутоматског добијања тоталне суме. Након тога морамо створити и на последњој страни контролну подгрупу, а ово постижемо дописујући после последње уписане тачке задње стране (⊙70) последњу тачку са претходне стране обрасца (⊙1062), а онда понављањем последњих двеју тачака са те последње стране на почетку те исте последње стране (⊙70 и ⊙1062) постижемо аутоматско добијање тоталне суме. Са тако попуњеним обрасцима рачунамо површину сваке подгрупе на свакој страни обрасца уз редовну контролу по осам „У“ и „Х“.

Како видимо из слике бр. 3. мали шрафирани трокутићи улазе у рачун у две суседне подгрупе, т. ј. двоструко што је разумљиво, јер ми на крају рачунања добивамо 2Р т. ј. двоструку површину у тоталној суми.

Ако сада из тоталне суме продуката по осовини „у“ или „х“ у рачунској машини одбацимо по два парциална продукта од горе и од доле на свакој страни обрасца, онда остатак тоталне суме, који остаје у машини и без даљњег се може прочитати на одговарајућој скали претставља управо онај број, који бисмо добили са дотичне стране, ако бисмо рачунали површину наше контролне групе не по странама, већ непрекидно од почетка обрасца до краја целе контролне групе. На пример на првој страни приложеног рачунског примера из тоталне суме 3 073 868, 1111 по осовини „у“ морамо одузети два доња парциална продукта  $69,80 \times 1879,73$  и  $69,80 \times (-365,09)$ , дакле с обзиром на предзнаке први парциални продукт одузмемо, а други додамо (вршимо операције обратне од оних, које су означене на повлаци крај прореза), а са почетка обрасца одузмемо од тоталне суме парциалне продукте  $1857,59 \times 1898,53$  и  $1857,59 \times (-200,00)$ , дакле и овде с обзиром на предзнаке фактора први парциални продукт одузимамо, а други додајемо. Према томе имамо да извршимо следеће операције:

$3\ 073\ 868, 1111 - 69,80 \times 1879,73 + 69,80 \times 365,09 -$   
 $- 1857,59 \times 1898,53 + 1857,59 \times 200,00 = \times 812\ 973, 8964$   
 по осовини „у“, а по осовини „х“:

$3073\ 868, 1111 + 200,00 \times 1857,59 - 200,00 \times 59,38 +$   
 $+ 1879,73 \times 1868,01 - 1879,73 \times 69,80 = 6813\ 659, 3944.$

На исти начин поступамо на свим странама обрасца, а



да бисмо спречили ово „васпостављање“ бројева можемо поступати и тако, да код рачунања површина подгрупа на свакој страни обрасца прескочемо први и други парциални производ за први број који се јавља у једноструком прорезу повлаке, и претпоследње и последње парциалне продукте за последњи број, који се јавља у једноструком прорезу повлаке код рачунања по дотичној осовини. На тај начин прво у машини добивамо баш тај назовимо га рецимо „васпостављени“ број (јер васпостављамо стање које би било да смо вршили рачунање површине непрекидно за целу контролну групу), а после, пошто смо забележили „васпостављени“ број, употпуњујемо га са првим, другим, последњим и претпоследњим производима, добивајући на тај начин двоструку површину контролне подгрупе, која нам служи само као контрола, ако се обе двоструке површине по обема осам „у“ и „х“ слажу, да на дотичној страни обрасца нема грешке у рачунању.

Скупивши све ове „васпостављене“ бројеве са свих страна, извршимо на крају њихову рекапитулацију по осовинама „у“ и „х“, т. ј. нађимо за целу контролну групу двоструку површину по свакој осовини, која је једнака суми „васпостављених“ бројева по свакој осовини. Тако долазимо и до површине контролне групе, која мора да се слаже са сумом површина појединих група, које улазе у контролну групу.

Ако збројимо површине подгрупа на свакој страни нећемо добити двоструку површину контролне групе, јер из слике бр. 3 видимо, да у суму подгрупа са појединих страна не улази централна површина. Зброј површина свих подгрупа даје:

са 1 стр	3073	868,	1111
„ 2 „	425	336,	4611
„ 3 „	x38	654,	1725
„ 4 „	x7	733,	5683
$\Sigma 2P$ подгрупа	=	3435	591, 3130

Међутим двострука површина целе контролне групе износи

$$2P = 4\ 800\ 145,\ 4710 \neq \Sigma 2P_{\text{подгрупа}} = 3\ 435\ 591,\ 3130.$$

Теоретски можемо добити и ту централну површину, коју прибројимо онда суми двоструких површина подгрупа

и морамо као још једну контролу добити двоструку површину контролне групе.

$$2P_{\text{контролне групе}} = \sum 2P_{\text{подгрупа}} + 2P_{\text{централне групе}}$$

Међутим ову контролу нема потребе испитивати јер и овако имамо вишеструку контролу. Наиме:

1) двоструким рачунањем површина сваке поједине групе искључујемо грешку у рачунању поједине групе;

2) двоструким рачунањем површина подгрупа по странама обрасца у контролној групи искључујемо грешку у рачунању површина подгрупа;

3) двоструким добијањем површине контролне групе из суме „васпостављених“ бројева по осовинама „у“ и „х“ искључујемо грешку у рачунању тих „васпостављених“ бројева, и 4) независним преписивањем координата у обрасце за рачунање појединих група и контролне групе, и онда употребом суме површина појединих група са површином контролне групе, које се морају потпуно слагати искључујемо грешке у преписивању координата у обрасце.

Наравно код контролне групе редукциони бројеви за смањивање координата тачака на свим странама обрасца морају бити исти. (У приложеном примеру ти редукциони бројеви су — 42500 за „у“ и + 150000 за „х“).

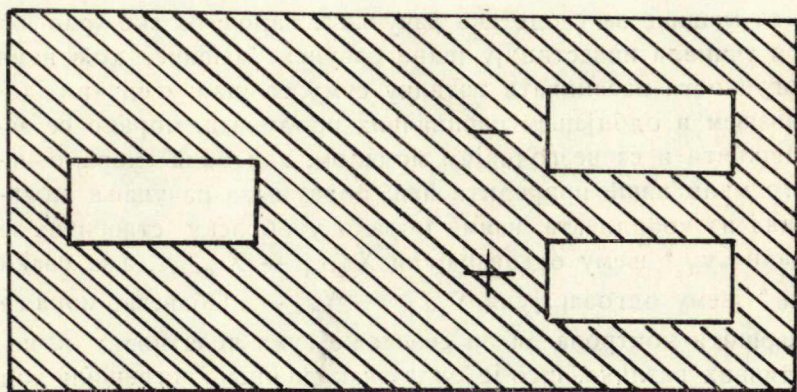
У данашње доба слабих коњукура, када се тешко мобилизују средства, потребна за набавку најприкладнијег модела машине за геодетска рачунања, нарочито ако смо од пре учинили инвестицију једне рачунске машине, која нема могућности избацити тоталну суму са наизменичним додавањем и одбијањем парциалних продуката, морамо се задовољити и са незгоднијим моделом, али онда морамо нешто мало више приредити наш образац за рачунање површина из координата, наиме морамо у обрасцу створити за сваки „у<sub>п</sub>“ њему одговарајући  $X_{n+1} - X_{n-1}$ , а за сваки „х<sub>п</sub>“ њему одговарајући  $Y_{n+1} - Y_{n-1}$ . Обавезно мора се извршити контрола да ли се слаже сума позитивних и негативних разлика, што је онда знак да нисмо погрешили код одбијања. После тога приступамо множењу фактора.

Потреба попуњавања у обрасцу стубаца за  $Y_{n+1} - Y_{n-1}$  и  $X_{n+1} - X_{n-1}$  може настати код контролних група и у случају, ако имамо премален капацитет машине. На-

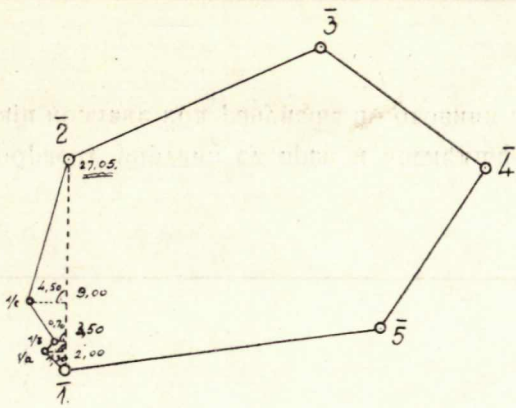


име у контролним групама, које обухватају обично мало веће комплексе, често координате тачака имају велике амплитуде, т. ј. знатно се разликују, а ово проузрокује потребу оперисања код множења са великим бројевима. Није редак случај множења хиљада са хиљадама, а како добијамо резултате на 4 децимала, то имамо у резултату продукт са 12 цифара, од кога ће се можда одмах одбити исто тако број од дванајест цифара. Мање и старије рачунске машине често и немају већег капацитета од 12 цифара у продукту. Да бисмо могли ипак рабити такву машину морамо у обрасцима за рачунање површина контролних група израчунати све  $(Y_{n+1} - Y_{n-1})$  и  $(X_{n+1} - X_{n+1})$ , чиме уједно растеређујемо машину од наизменичног множења, одбијања и збрајања великих бројева. У свим осталим детаљима поступак са контролним групама остаје исти (види овако попуњен образац на стр. 6 прилож. примера).

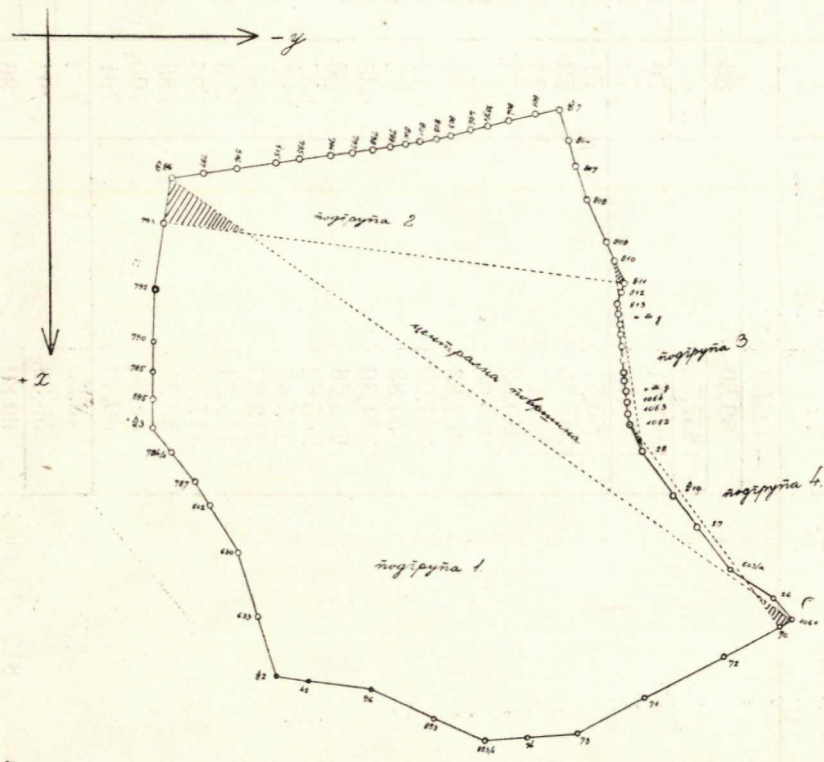
Илустрирамо разлагање једним примером рачунања површина контролних група са „васпостављеним“ бројевима уз контролу подгрупа по странама обрасца, који смо узели из праксе.



Сл. 1



Сл. 2



Сл. 3



$Y_n (X_{n+1} - X_{n-1})$ +	$Y_n$	$(Y_{n+1} - Y_{n-1})$ +	Табела	$X_n$	$(X_{n+1} - X_{n-1})$ +	$X_n (Y_{n+1} - Y_{n-1})$ +
-42500				+150000		
<b>69,80</b>			86	<b>200,00</b>	-	
1857,59			1061	1879,73	+	
1868,01			70	1898,53		
1613,30			72	2038,84		
1280,51			71	2222,14		
1259,26			73	2183,61		
1171,67			74	2231,86		
950,63			853/1	2012,35		
953,96			853	1981,23		
462,83			96	1833,51		
367,06			42	1804,72		
354,83			2	1752,53		
324,39			633	1622,79		
296,28			630	1503,13		
265,62			602	1378,45		
255,05			787	1346,77		
213,95			784/1	1270,20		
159,34			3	1167,74		
117,79			595	996,24		
88,31			785	858,92		
58,52			790	719,97		
40,40			791	618,39		
48,56			792	509,99		
59,38			793	365,09		
<b>69,80</b>			86	<b>200,00</b>		
<b>1857,59</b>			<b>1061</b>	<b>1879,73</b>	+	
$\times 812\ 973,8964$						
<b>3 073 868,1111</b>						<b>+ 6 813 659,3944</b>
						<b>3 073 868,1111</b>

На обрасцу упртани су први и последњи по-  
ложаји повлаке код рачунања по осовини „у“.

$Y_n$ +	$(X_{n+1} - X_{n-1})$ —	$Y_n$	$(Y_{n+1} - Y_{n-1})$ +	Така	$X_n$	$(X_{n+1} - X_{n-1})$ +	$X_n$ +	$(Y_{n+1} - Y_{n-1})$ —
-42,500					+150,000			
<b>1092,16</b>				<b>811</b>	<b>278,12</b>			
<b>59,38</b>				<b>793</b>	<b>365,09</b>			
69,80				86	200,00			
103,09				794	195,81			
145,34				516	187,64			
233,12				515	167,59			
280,08				795	159,78			
362,24				796	153,13			
451,27				797	130,48			
467,93				798	123,64			
559,56				799	101,04			
647,02				800	82,55			
676,00				801	72,25			
725,57				802	65,66			
740,87				803	68,09			
759,31				496	63,35			
834,71				357/1	40,75			
867,06				804	32,42			
963,93				805	9,39			
971,93				7	8,86			
981,16				806	37,90			
1000,48				807	77,14			
1038,05				808	159,05			
1064,69				809	207,33			
1082,84				810	260,25			
<b>1092,16</b>				<b>811</b>	<b>278,12</b>			
<b>59,38</b>				<b>793</b>	<b>365,09</b>			

$+315\ 473,1723$   
 $+425\ 336,4611$

$\times 767\ 438,3535$   
 $+425\ 336,4611$

На обрасцу упртан је први положај повлаке код  
 рачунања по осовини „X“, Разлика од прве стр.  
 обрасца у томе што је повлака сада окренута за  
 180°. Исти знаци код пресеца сада стоје обрнуто  
 и опет упућују на одијање, односно збрајање про-  
 дуката.





$Y_n (X_{n+1} - X_{n-1})$ +	$Y_n$	$(Y_{n+1} - Y_{n-1})$ +	Такв	$X_n$	$(X_{n+1} - X_{n-1})$ +	$X_n (Y_{n+1} - Y_{n-1})$ +
	- 42500			+ 150000		
ст. 4	1868,01		70	1898,53		
	1598,70		1062	1405,14		
	1658,88		28	1520,73		
	1686,22		⊕ 10	1574,12		
	1731,62		27	1655,69		
	1801,57		603 <sup>a</sup>	1779,41		
	1812,59		26	1799,37		
	1857,59		1061	1879,73		
	1868,01		70	1898,53		
+1488 261,2942	1598,70		1062	1405,14		
×7 733,5683						×212 366,2084
						×7 733,5683

Рекапитулација „вастпостављених“ бројева.

по осовини „у“	по осовини „х“
×812 973,8964 стр. 1	6 813 659,3944
315 473,1723 стр. 2	×767 438,3535
3 183 437,1081 стр. 3	×006 681,5147
1 488 261,2942 стр. 4	×212 366,2084
4 800 145,4710 = 2P контролне групе	= 4 800 145,4710

ст. 5



$Y_n (X_{n+1} - X_{n-1})$ +	$Y_n$ +	$(Y_{n+1} - Y_{n-1})$ +	Taska	$X_n$ +	$(X_{n+1} - X_{n-1})$ +	$X_n (Y_{n+1} - Y_{n+1})$ +
- 42500				150000		
1868,01	1868,01		70	1898,53		
1598,70	1598,70	209,13	1062	1405,14	377,80	
1658,88	1658,88	87,52	28	1520,73	168,98	
1686,22	1686,22	72,74	⊕ 10	1574,12	134,96	
1731,62	1731,62	115,35	27	1655,69	205,29	
1801,57	1801,57	80,97	603/a	1779,41	143,68	
1812,59	1812,59	56,02	26	1799,37	100,32	
1857,59	1857,59	55,42	1061	1879,73	99,16	
1868,01	1868,01	258,89	70	1898,53	474,59	× 212 366,2084
1598,70	1598,70		1062	1405,14		× 7 733,5683
		Σ = 468,02			Σ = 852,39	
		468,02			852,39	

Образац приређен за мање савршен модел машине.

