Ако бисмо формирање једначине за синусни услов извршили помоћу природних бројева, онда бисмо добили:

α	$\sin\alpha$	$\Delta\|_1''$	β	$\sin\beta$	$\Delta\|_1''$
53° 55′ 18.310″	0·80821 352	+286	43° 56′ 48.390″	0·69398 984	+349
107 50 26.490	0·95186 748	−149	58 03 52.810	0·84864 567	− 256
43 43 59.730	0·69130 195	+350	31 14 26.200	0·51863 316	+415
84 27 37.910	0·99532 994	+ 47	90 49 22.900	0·99989 683	− 7
30 40 38.560	0·51020 338	+417	48 14 25.680	0.74594 657	+323
53 51 20.720	0·80753 466	+286	73 11 12.450	0·95725 284	+140

Израчунамо множитеље Шатуновског израза и помножимо их са угловним поправкама, добивених из изравнавања, добиһемо вредност слободног члана једначине за синусни услов:

$\frac{\Delta}{\sin\alpha}$	Угловне поправке из изравнавања	$\frac{\Delta'}{\sin\beta}$	Угловне поправке из изравнавања
+ 353.867	+ 0.717	+ 502.889	− 0.645
− 156.534	− 0.380	+ 301.657	+ 1.170
+ 506.291	− 0.381	+ 800.180	+ 0.968
+ 47.221	− 0.868	− 7.001	+ 0.982
+ 817.321	− 1.654	+ 433.007	+ 0.880
+ 354.164	− 1.165	+ 146.252	+ 0.228

$$\check{C} = -\,1.685{\cdot}1$$
$$-J = -\,1.210{\cdot}7$$
$$2\,U_7 = -\,2.895{\cdot}8 \;\ldots\ldots\ldots\; -\,1.00002\,896$$

Он тачно одговара вредности истог, израчунатог логаритамским путем; дакле израчунате поправке тачно одговарају синусном услову.

Са чешког оригинала превео

Л. С.

Geodet Nikola Nedjošev

Praktičan postupak računanja površina iz pravokutnih koordinata pomoću računskog stroja.

U želji, da što više uštedi vremena i snage, geometar u svom radu mora pre svega, da vodi računa o što većoj mehanizaciji posla.

Mehanizacija posla nije nikako štetna za individualne sposobnosti, naprotiv daje mogućnosti, da se te sposobnosti, što korisnije upotrebe bez nepotrebnog zamaranja umnih i fizičkih snaga. Mehanizacija posla kao sistem igra veliku ulogu u radu svakog geometra i stoga sam izabrao ovaj praktičan primer, iz koga se konkretno vidi, kako veliko značenje pripada samoj mehanizaciji.

Obrađeni postupak računanja upotrebio je prvi Elling iz Koldinga u Danskoj, a pošto ga ja upotrebljavam već više godina imam mogućnosti, da ga nečto nadopunim sa čisto praktičnog gledišta.

Poznato je koliko se vremena gubi i koliko zamara stvaranje i ispisivanje produkata $Y_n [X_{n+1} - X_{n-1}]$ i $X_n [Y_{n-1}$ $Y_{n+1}]$, zatim neophodno potrebna usputna kontrola $\Sigma [X_{n+1} - X_{n-1}] = \Sigma [Y_{n-1} - Y_{n+1}]$ za sabiranje gornjih produkata. Ellingov postupak međutim daje mogućnosti, da se dobije siguran rezultat bez direktnog stvaranja i ispisivanja tih produkata i njihovog sumiranja; dovoljno je samo ispisati koordinate lomnih tačaka zatvorenog poligona, a sve drugo prepustiti računskom stroju uz mihimalno sudelovanje lica koje računa. Ovim postupkom dobiva se samo na vremenu 400% računajući sa ručnim strojem, a 600% sa električnim, pored toga, što mnogo manje zamara, nego uobičajeni način stvaranja parcijalnih produkata.

Da bi bilo lakše objasniti Ellingov postupak, pogledaćemo pre svega glavne delove računskog stroja. Nisam siguran, da li sam za te delove izabrao najprikladnije nazive, ali upotrebićemo prigodnu terminologiju.

A) Nepomični deo stoja, u koji se stavlja „umeće" bilo tipkanjem, bilo polugama broj, kojim treba izvršiti neku operaciju, nazivamo „*umetač*".

Pomični deo stroja-lineal-deli se u dva dela i to: deo B (u kome se pokazuje operacija, koju činimo sa brojem nameštenim u „umetaču"; nazivamo ga „brojač" i deo C) na pomoćnom linealu, gdje dobivamo rezultat, nazivamo ga jednostavno „rezultat".

Postavimo li u „brojaču" na pr. broj 222.22, a u „umetaču" ma koji broj „n", pa zatim damo stroju proraditi tako da u brojaču broj 222.22 pretvorimo na pr. u 333.33 — to možemo „udesiti" na svakom računskom stroju, onda je jasno, da smo na taj način broj „n" pomnožili sa razlikom 333.33 — 222.22 = 111.11; tu već vidimo operaciju, na kojoj se osniva stvaranje produkata $Y_n (X_n + 1 - X_n - 1)$ i pri čemu je $n = Y_n$, $333.33 = X_n + 1$, a

222.22=X_n—l, t.j. moramo uvijek postaviti u „brojač" suptrahend i njega puštanjem stroja u pogon pretvorimo — „udešavamo" na minued, da dobijemo u rezultatu produkat diferencije tih dvaju brojeva bilo u negativnom ili pozitivnom smislu sa brojem postavljenim u „umetaču".

Uzmimo sada u razmatranje stvaranje produkata na ovaj način: Radi lakšeg analiziranja, ograničićemo se na red u obliku $\Sigma X_n . \Delta Y_n$, u kome se svaki Y javlja jedanput kao suptrahend i jedanput kao minued. Uzmimo koju bilo tačku N sa koordinatama X_n i Y_n; odgovarajući produkt $X_n . \Delta Y_n$, koji je simetričan za tu tačku označićemo sa P_n, onda imamo:

$$P_n = X (Y_{n+1} - Y_{n-1})$$
$$P_{n+1} = X_{n+1} (Y_{n+2} - Y_n)$$
$$P_{n+2} = X_{n+2} (Y_{n+3} - Y_{n+1})$$

. . . .

. . . .

$$2P = [p]$$

Kad smo već dobili u „rezultatu„ prvi produkt $X_n (Y_{n+1} - Y_{n-1})$ ostane u „brojaču" broj Y_{n+1}, no Y_{n+1} javlja se kao suptrahend za produkt $P_{n+2} = X_{n+2} (Y_{n+3} - Y_{n+1})$; u „umetač" dakle stavimo broj X_{n+2} pošto smo X_n izbrisali i stavimo stroj ponovo u pogon na taj način da u „brojaču" mesto Y_{n+1} dobijemo Y_{n+3}; Y_{n+1} „udesimo" na Y_{n+3}; Y_{n+3} javlja se opet kao suptrahend za produkt $Y_{n+4} (Y_{n+5} - Y_{n+3})$ i t.d. Daklem uvijek nam ostane u „brojaču" jeda Y, koji nam služi kao suptrahend za daljnji produkt, ako pri tom uvijek menjamo indeks za + 2. To nam daje mogućnost, da ne ispisivamo diferencije u zagradi kao ni pojedine produkte, nego u „rezultatu" čitamo neposredno zbir svih produkata, kojima je index n+2 i. Pod „ i" mislimo celi i pozitivan broj svih kombinacija s obzirom na ,index n+2 u našem redu $\Sigma X_n \Delta Y_n$ i početnu točku N. „ i " ne sme biti veći niti manji od n+2 i. Na ovaj način dobivamo u rezultatu zbir samo polovine produkata $2P_1 = \Sigma P_n + 2i$, jer smo index uz X menjali za 2, 4, 6, . . obzirom na tačku N, Drugu polovinu produkata $2P_2 = \Sigma P_n + + 1 + 2i$, ako za polaznu tačku uzmemo lomnu tačku N + 1. Tražena površina biće $2P = 2P_1 + 2P_2$.

Označimo sa m broj lomnih tačaka zatvorenog poligona l pretpostavimo da je taj broj *paran*. Ako ćemo stvžrati naše produkte i označimo ih indexima, onda ćemo dobiti ovakov indexni red:

0 = m

1

2

3

.

.

.

m — 2

m — 1, koji možemo bez dalnjega smatrati kao zatvoren, a index smanjiti ili povećavati u svaki čas za m.

Dobićemo kod prve polovice našega obračuna, ako počnemo sa $p_n = p_o$ produkte sa rednim indexom: $p_o + p_2 + p_4 + \dots + p_m - 1$. Ako produžimo promenu indexa za $+2$, dobićemo $p_m - 1 + 2 = p_m + 1 = p_1$, t. j. prelazimo automatski iz reda produkata sa parnim indexom u red produkata sa neparnim indexom a na kraju našega računa moramo pročitati u „rezultatu" duplu površinu 2P.

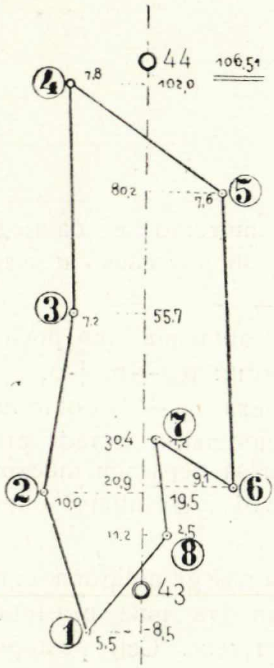
Ako imamo parni broj lomnih tačaka našega poligona, onda jednu proizvoljnu tačku uvedemo u račun dva puta uzastopce t. j. mesto jedne, dve bezkonačno blizu ležeće. Celi postupak možemo geometrijski smatrati kao da smo kod stvaranja naših produkata obilazili oko naše površine 2 puta sa preskakivanjem svake druge lomne tačke.

Računanje reda $\Sigma Y \Delta X$ ide tim istim tokom, ali usljed promjene predznaka indexa ΔX, samo u protivnom pravcu.

Dužni smo još napomenuti, da svi brojevi sa kojima radimo na računskom stroju jesu apsolntní brojevi, jer računski stroj ne dozvoljava umetanje negativnih brojeva, usljed toga ako su n. pr. svi X pozitivni, ali su Y pozitivni i negativni, možemo pomoću našega postupka red $\Sigma Y \Delta X$ izračunati, ali red $\Sigma X \Delta Y$ ne. Zato je potrebno mesto svih negatívnih brojeva uzeti u račun njihove desetične dopune, odnosno pomaknuti paralelno koordinate osim pomoću dovoljno velikih konstaktních brojeva najbolje dekadskíh.

U priloženom primeru neki X i Y sa obzirom na poligonsku stranicu 43—44 jesu pozitivni, a neki negativni. Zato je potrebno pre svega date koordinate reducirati i to pomoću konstantnih brojeva sa Yos + 10.0 a sa X — os recimo + 100.00;

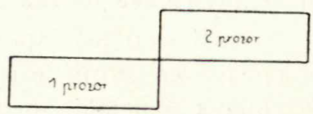
na taj način dobijamo u spisku koordinata, koji nam ujedno služi kao računski formular, sledeće koordinente:



n	Y + 10,00	X + 100,00	
3	2,8	155,7	1 stav
4	2,2	202,0	
5	17,6	180,2	
6	19,1	120,9	3 stav
6	19,1	120,9	
7	11,2	130,4	
8	12,5	111,2	
1	4,5	91,5	
2	0,0	119,5	
3	2,8	155,7	

2P=2651.18

Pre nego pristupimo računanju površina zatvorenog poligona sastojećeg se iz 8 točaka izrežemo u kartonu, drvenoj daščici ili metalnoj ploči dva prozorćića u obliku stepenice: i položimo tu stepenicu na spisak naših koordinata tako, da kroz prozor 1 vidimo samo Y3=2.8, a prozor 2 u tom slučaju ostane prazan. Ovaj broj postavimo u „brojač". Pomaknemo stepenicu za 2 broja dole onda se u prozorima pokažu brojevi Y5=17.6 i X4=202.0. Broj X4=202.0 postavimo u „umetač" a u „brojaču" već ranije postavljeni broj Y3=2.8 „udesimo„ na Y4=17.6 t. j. izvršimo množenje sa brojem 14.8. Nakon toga pomaknemo

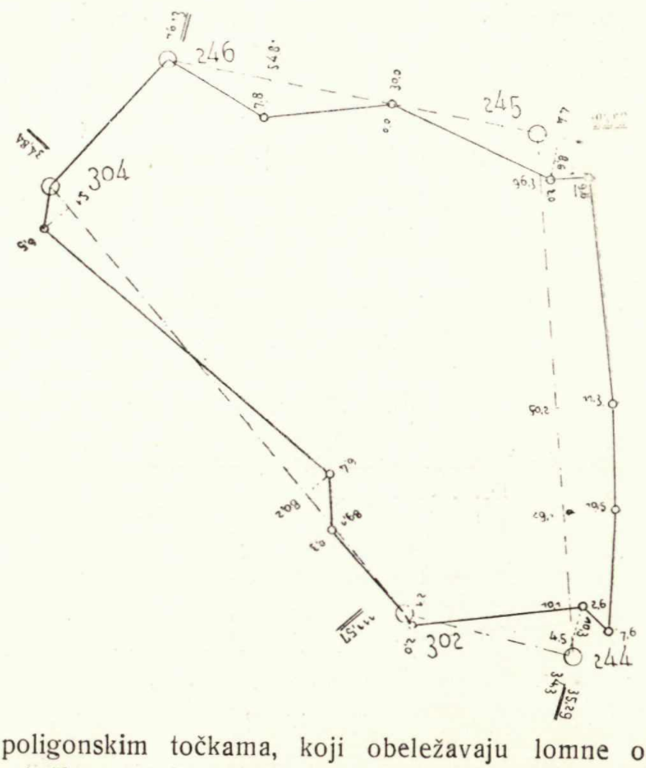


stepenicu opet za 2 broja dole onda se pokažu u prozorima brojevi Y6=19.1 X6=120.9 i udesimo u brojaču kad postavimo u umetaču X6=120.9, broj Y5=17.6 na novi Y6=19.1, opet pomaknemo lestvicu za 2 broja dole i t. d. sve dok se u prozoru 2 ne vidi broj X3=155.7 a prozor 1 ostane prazan. Ovaj broj možemo videti u početku našeg spiska i zato pomaknemo našu ljestvicu gore tako, da u prozoru 2 se pokaže broj Y3=155.7 a u prozoru 1 broj Y4=2.2; 155.7 postavimo u umetač, a Y2=0.0 u brojaču udesimo na novi Y4=2.2 i t. d. dok na kraju ne dobijemo 2P=ΣX dy. Za kontrolu našega računanja odnosno za računanje površine iz reda $\Sigma Y \Delta X$ sledi račun u obrtnom pravcu, odnosno od dole na gore u našem spisku samo da prozor 2 naše ljestvice odkrije broj X3 = 155.7, a prozor 1 ostane prazan. 155.7 postavimo u brojač i pomaknemo ljestvicu za *2* broja na gore, onda u prozoru 2 vidimo broj X1 = 91.5 a u prozorr 1 broj Y2 = 0. Umetač ostavimo prazan, a u brojaču već postavljeni broj udesimo na novi X1 = 91.5, opet pomaknemo za 2 broja na gore i t. d., dok ne dobijemo u rezultatu 2P = $\Sigma Y \Delta X$. Kako se vidi postupak je veoma jednostavan i zahteva minimum vremena da dođemo do sigurnog rezultata.

Računanje većih površina

Velike površine možemo računati na dva načina i to :

I. Da računamo površiuu zatvorenog poligona kao temeljnog 244 - 245 - 246, 304, 302 zasebno, a površine, što se nalaze



među poligonskim točkama, koji obeležavaju lomne odnosno detaljne točke opet kao zatvoreni mnogougaonik i opet zasebno. Te površine mogu povećavati površinu našeg temeljnog poligona, a mogu i smanjivati, dakle se mogu smatrati kao pripatci i kao otpatci naše površine temeljnog poligona, a zbroj površina temeljnog poligona i pripadaka-odpadaka biće tražena površina.

Kod sastavljanja temeljnog poligona važi pravilo, da ispišemo koordinate tačaka po redu u pravcu satne kazaljke, ako su Y i X sa jednakim predznakom, a u protivnom pravcu ako predznaci Y i X nisu jednaki, u protivnom slučaju dobićemo u rezultatu negativni broj odnosno desetičnu dopunu traženog rezultata. Napominjemo, da u popisu svi Y kao i svi X zasebno moraju biti sa jednim te istim predzankom, ako to nije slučaj nećemo zaboraviti na redukciju, da dobijemo predznake jednake. Preporučljivo je reducirati koordinate na dotični detaljni list, da bi se izbjegli veliki brojevi.

Kod sastava pripadaka-odpadaka važi pravilo da prvu detaljnu točku na poligonskoj stranici n moramo uzeti još jedanput kao zadnju na predhodnoj stanici n-1 sa obzirom na red u spisku koordinata, a zadnju lomnu točku u stranci n, ponovimo ješ jedanput kao prvu u nastavnom pripadku n + 1.

Temeljni poligon

	Y	X
244	— 229,88	+ 265,40
245	— 192,16	+ 166,80
246	— 116,49	+ 174,47
304	— 101,35	+ 205,85
302	— 194,63	+ 267,05
244	— 229,88	+ 265,40

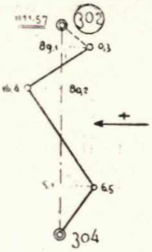
2P = 14996, 44

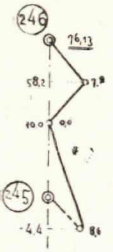
Sastav grupe

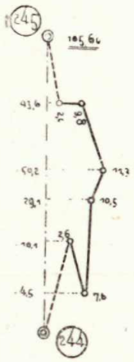
Oznaka	Površina	
Tem. pol.	7498,22	
301 — 304		1,56
302 — 244	182,00	
244 — 245	508,11	
245 — 246		172,19
246 — 304	—	—
	+ 8188,33	— 173,75

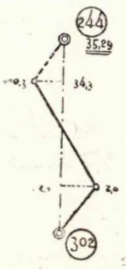
P = 8014,58

Na taj način neće biti ispuštena ni najmanja površina a-b-24 (vidi sliku). Odmah u toku računa pripadaka-odpadaka zabilježimo



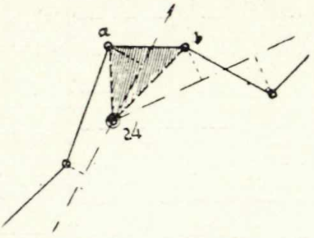




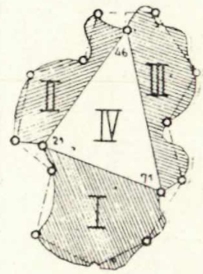


+ / -	Grupa	Poligonalna strana od	Poligonalna strana do	Pripadak-otpadak Y	Pripadak-otpadak X
				0,0	10,0
				5,1	16,5
				80,2	3,6
				89,1	10,3
				111,6	10,0
				0,0	10,0
-		302	304	2P =	× 3,12
				5,0	0,0
				0,6	8,6
				35,0	0,0
				63,2	7,8
				81,1	0,0
				5,0	0,0
-		245	246	2P =	617,58
				0,0	0,0
				0,0	0,0
				10,1	2,6
				4,5	7,6
				29,1	10,5
				50,2	11,3
				93,6	9,8
				93,6	2,0
				105,6	0,0
				0,0	0,0
+		244	245	2P =	1814,12
				0,0	2,0
				0,0	2,0
				2,1	0,0
				34,3	12,3
				35,3	2,0
				0,0	2,0
-		244	302	2P =	273,36

njihov predznak t. j. za pripadak + za odpadak —, to se vidi već iz nacrta samoga na oko, a postupićemo tako, da pri sastavu površine nemoramo gledati u nacrt. U slučaju da se na oko ne može prosuditi da li je računata površina iz lomnih točaka, između dve poligone tačke pripadak ili odpadak, postupićemo na sledeći način. Kod skice pripadaka-odpadaka pribilježimo strelicom, koja obeležava u kojem smeru smo paralelno pomaknuli koordinatnu os, a predznakom nad strelicom $\xrightarrow{+}$ koju površinu očekujemo, dali pripadak ili odpadak. Ako se naša predpostavka obelodani onda u „rezultatu“ dobivamo pozitivni broj, ako ne onda ćemo dobiti u „rezultatu“ negativan broj odnosno desetičnu dopunu broja za traženu površinu.



II. Sračunajmo prije svega pravokutne koordinate svih lomnih točaka, sastavljamo njihov spisak po redu, koji nam pokazuje nacrt i neposredno iz toga spiska računati ćemo traženu površinu. Zato će spisak koordinata biti vrlo velik i u računanju bi nastupile poteškoće radi eventualnih grešaka, a ponavljanje načina bi oduzimalo puno vremena. Taj postupak ćemo olakšati na slijedeći način:



$$2P = 2P_{I} + 2P_{II} \cdot 2P_{III} + 2P_{IV}$$

Spisak koordinata podijeliti ćemo u grupe od po prilici 25 točaka, te grupe ćemo (vidi sliku sa 4 grupe) zasebno obračunati. Na koncu ćemo sastaviti još jednu grupu, koja bi obuhvatala sve polazne točke iz svih naših grupa. Ako saberemo sada sve dobivene površine dobićemo traženu ukupnu površinu.

Ing. М. Х. Видојковић.

Омеђивање, обележавање и реамбулација међе; катастрирање и убаштињење

Увод.

У последњим бројевима Геометарског гласника третира се питање утврђивања међе земљишног поседа. Ово је једно