

Поштарина плаћена у готову.

Год. 16.

БЕОГРАД — јул и август 1935.

Св. 4.

# ГЕОМЕТАРСКИ И ГЕОДЕТСКИ ГЛАСНИК

Орган Удружења Геометара и Геодета Краљевине Југославије

Адмирала Гепрата 68

БЕОГРАД

Адмирала Гепрата 68

Уредништво и администрација Гепратова ул. 68	Власник за Гл. управу МИЛАН МРАВЉЕ н. посланик. Уредник ДИМИТРИЈЕ МИ- ЛАЧИЋ, геометар	Илази у два ме- сеца једанпут. Поједини број 10.— лин.
---	--	---

N. Abakumov

## Критика нових метода одређивања азимута земалског објекта\*)

У таблицама 5 и 6 по аргументу  $t$  (сатни кут помоћне звијезде) дати су коефицијенти  $tgAtgD$  и  $tgAcotg(D \pm \delta)$  за звијезде  $\epsilon$  ursae majoris и  $\epsilon$  cassiopei-je, за  $\varphi = 46^\circ$  и  $60^\circ$ . У табlici 7 наведени су отклони привидних деклинација поларнице и помоћне звијезде од средњих деклинација истих у току године дана. Отклони су састављени у смислу:

Средња деклинација — привидна. Године су 28 и 31 узете потпуно случајно (биле су под руком одговарајуће ефемериде). Испитујући таб. 5, 6 и 7, ми ћемо још један пут доћи до закључка да грешка азимута поларнице овиси у главном од отклона  $\Delta D$  (деклинације polaris). Отклони деклинације помоћне звијезде  $\Delta \delta$

\*) **Исправка.** G. проф. универзитета, Никола Abakumov, писач овог чланка замолио нас је да објавимо следећу исправку:

„У прошлој свески Вашег гласника (св. 3) а у мом чланку „Критика нових метода одређивања азимута земалског објекта“ на страни 142 а у пасусу који се налази у 5, 6 и 7 реду одозго, погрешно сам навео: Да је г. проф. L. A. Sopocjko дао критику о методи F. N. Krasofskago.

Тачно је, да је г. L. A. Sopocjko цитирао поменути реченицу из официјелске совјетске штампе (Примедба под 5 на страни 142 „Geom. и geod. гласника“)

N. Abakumov“.

gotovo ne utiču, pošto osim neznatno malenih koeficijenata  $\text{tgAco}t\text{g}(D \pm \delta)$ , pomoćne zvijezde sa rektascenzijama, koje se razlikuju približno za  $12^h$  od rektascenzije polarnice, imaju otklone  $\Delta\delta$  sa suprotnim predznacima u odnosu prema otklonu  $\Delta D$ , a zvijezde, čije su rektascenzije gotovo jednake rektascenziji polarnice, imaju otklone sa istim predznacima. I u jednom i u drugom slučaju mi ćemo imati posla samo sa razlikama apsolutnih veličina otklona.

Tabela 5

 $\zeta$  ursae majoris

t	$\varphi = 46^0$		$\varphi = 60^0$	
	$\text{tgAtgD}$	$\frac{\text{tgA}}{\text{co}t\text{g}(D+\delta)}$	$\text{tgAtgD}$	$\frac{\text{tgA}}{\text{co}t\text{g}(D+\delta)}$
0h	0,00	0,00	0,00	0,00
1	+0,37	-0,01	+0,50	-0,01
2	+0,71	-0,02	+0,97	-0,02
3	+1,00	-0,03	+1,38	-0,03
4	+1,24	-0,03	+1,71	-0,04
5	+1,38	-0,03	+1,92	-0,05
6	+1,44	-0,04	+2,00	-0,05
7	+1,40	-0,03	+1,95	-0,05
8	+1,26	-0,03	+1,76	-0,04
9	+1,03	-0,03	+1,45	-0,04
10	+0,73	-0,02	+1,03	-0,03
11	+0,38	-0,01	+0,53	-0,01
12h	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 6

 $\epsilon$  cassiopei-je

t	$\varphi = 46^0$		$\varphi = 60^0$	
	$\text{tgAtgD}$	$\frac{\text{tgAco}t\text{g}}{(D+\delta)}$	$\text{tgAtgD}$	$\frac{\text{tgAco}t\text{g}}{(D+\delta)}$
0h	0,00	0,00	0,00	0,00
1	-0,38	-0,01	-0,53	-0,02
2	-0,73	-0,03	-1,03	-0,04
3	-1,03	-0,04	-1,45	-0,06
4	-1,26	-0,05	-1,76	-0,07
5	-1,40	-0,05	-1,95	-0,07
6	-1,44	-0,05	-2,00	-0,08
7	-1,38	-0,05	-1,92	-0,07
8	-1,24	-0,05	-1,71	-0,06
9	-1,00	-0,04	-1,38	-0,05
10	-0,71	-0,03	-0,97	-0,04
11	-0,37	-0,01	-0,50	-0,02
12h	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 7

Datum	1928		1931	
	$\Delta D$ polaris	$\Delta\delta$ $\zeta$ urs.maj.	$\Delta D$ polaris	$\Delta\delta$ $\epsilon$ cassiop.
1-I	-14"	+11"	-21"	-19"
1-II	-16	+15	-23	-20
1-III	-12	+13	-19	-16
1-IV	-3	+6	-10	-9
1-V	+6	-3	-1	-1
1-VI	+13	-9	+6	+4
1-VII	+15	-13	+8	+4
1-VIII	+12	-12	+6	+1
1-IX	+5	-7	-1	-6
1-X	-5	+1	-11	-15
1-XI	-17	+13	-24	-25
1-XII	-28	+23	-34	-33



Otkloni  $\Delta D$  su različni za različne godine, a u jednoj te istoj godini za različne mjesece i neki put dostižu do  $30''$ .

Dakle za vrijeme elongacije polarnice greška će azimuta neki put biti jednaka za

$$\begin{array}{l} \text{širinu } \varphi = 46^\circ \\ 1,44 \times 30 = 43'' \\ \text{za širinu } \varphi = 60^\circ \\ 2 \times 30 = 60'' \end{array}$$

Ove veličine nisu malene. Da možemo uzeti u obzir ove greške neophodno je potrebno uvesti specijalne korekcije ili se odreći zaranije sračunatih tablica, pa određivati azimut polarnice po formuli (2). Ali tada, — još jedan put ovo podvlačim, — nastaje pitanje, zašto ćemo činiti jedan suvišan postupak (mjerjenje pravca na pomoćnu zvijezdu), ako nam je već potrebno mjeriti zenitnu daljinu ove zvijezde, koja dozvoljava sračunati korekciju našeg sata! Zar samo radi toga da bismo izbjegnuli jednostavna računanja kod određenja korekcije sata? Kako da će znanje točnog vremena smetati opažaču! A ako neće biti na raspoloženju karta, sa koje je moguće uzeti sa odgovarajućom točnošću širinu mjesta? Onda će biti potrebno pronaći nove metode, sastavljati nove tablice, da bismo izbjegli određivanja vremena. Znajući pak vrijeme, dovoljno je izmjeriti zenitnu daljinu (visinu) polarnice i zabilježiti momenat ovog mjerenja, da bismo lako i relativno točno odredili širinu mjesta.

Na ovo pitanje djelimično daje odgovor g-n V. Vinogradov u gore navedenom članku. On je veli o poznatoj metodi određenja azimuta pomoću polarnice: ... „ova metoda zahtjeva od opažača znanja temelja astronomije i iskustva vršiti astronomske radove, a što je najglavnije, zahtjeva kronometar ovaj skupi i veoma delikatni instrumenat, koji neće imati za vrijeme običnih radova čak ni svaki geodeta, a tim manje topograf“.

Šta je moguće kazati na ovako naivno rasuđivanje? Samo jedno: — pronalazak novih metoda u praktičnoj astronomiji tim više zahtjeva barem temeljnih znanja u ovoj oblasti. G-n V, Vinogradov kao da nezna, da je čak i za točno određivanje azimuta moguće iskoristiti obični džepni sat.

Za dopuštenu pak po gospodinu Vinogradovu točnost „za mnogobrojne praktične slučajeve“ od nekoliko lučnih minuta. moguće je raditi bez sata, određivši na oko vrijeme po uzajamnom položaju zvijezda velikog medvjeda i polarnice.



Ako smo u mogućnosti odrediti vrijeme sa točnošću do  $\frac{1}{4}$  sata, onda ćemo za  $\varphi = 60^\circ$ , čak i pri opažanju polarnice u meridijanu (od kakovih se opažanja G-n Vinogradov odriče) pogrešiti svega za 8,5 lučnih minuta. Pri opažanju pak u blizini elongacije polaznice, kako smo već spomenuli, greška će azimuta biti  $\varphi = 46^\circ$  jednaka  $\pm 10''$ , pri  $\varphi = 60^\circ$  je  $\pm 16''$ . Položaj polarnice blizu elongacije lako ćemo odrediti na oko — ovo se dešava približno u taj momenat, kada će se polarnica i  $\mu$  ursae majoris (Benetnoš) nalaziti na jednom horizontalnom pravcu.

Bilo bi bolje da se je G-n Vinogradov umjesto pronalaska složenog i nezgrapnog pribora za određivanje azimuta, sjetio toga, da sada u svemirskom eteru gotovo sa sviju strana idu znaci točnog vremena. Ako mi možemo uzimati sa mape širinu, sa istim pravom i sa istom točnošću možemo uzeti i duljinu. Iskoristivši pak jedan primitivan detektor možemo odrediti korekciju sata po radiju.

## VII

G-n prof. D. V. Frost pri sastavljenju tablica ide dalje od Warda. G-n Frost predlaže uzimati razliku srednjih rektascenzija pomoćne i polarne zvijezde, t. j. jednu te istu razliku u toku godine dana.

Pogledaćemo, kakove se greške pojavljuju u azimutu polaznice usljed takovog dopuštanja.

Diferencirajmo form. (5) po A, z i  $\Delta a$

$$\cos A dA = \pm M [\cos z \sin \Delta a dz \pm \sin z \cos \Delta a d(\Delta a)].$$

Uvrstimo značenja

$$dz = \cos \varphi \sin a dt$$

$$d(\Delta a) = dA - da$$

$$da = \frac{\cos \delta \cos q}{\sin z} dt$$

pa ćemo dobiti

$$dA = \mp M \frac{\cos z \cos \varphi \sin a \sin \Delta a - \cos \delta \cos q \cos \Delta a}{\cos A \pm M \sin z \cos \Delta a} dt$$

Transformiraćemo ovu formulu. Uvrstimo li značenje M iz form. (4) i izvršimo li zamjenu

$$\cos \varphi \sin a = \cos \delta \sin q,$$

dobićemo koeficijent pri dt u ovakovom obliku:

$$\mp \frac{\cos D \cos \delta}{\sin (D \pm \delta) \cos \varphi} \times \frac{\cos z \sin q \sin \Delta a - \cos q \cos \Delta a}{\cos A \pm \frac{\cos D \sin z \cos \Delta a}{\sin (D \pm \delta) \cos \varphi}}$$

Iz trokuta polaris, pomoćna zvijezda, zenit (sl. 1) možemo napisati, da je

$$\bar{+} \cos Q = \cos q \cos \Delta a - \operatorname{sn} q \operatorname{sn} \Delta a \cos z,$$

dakle naš koeficient biće

$$\frac{-\cos D \cos Q \cos \delta}{\cos A \operatorname{sn} (D \bar{+} \delta) \cos \varphi \bar{+} \cos D \operatorname{sn} z \cos \Delta a}$$

Pogledaćemo sada čemu će biti jednak nazivnik ovog razlomka. Iz trokuteva pol, polaris, zenit i polaris, pomoćna zvijezda, zenit (sl. 1) dobićemo:

$$\begin{aligned} -\cos \varphi \cos A &= \operatorname{sn} D \operatorname{sn} Z - \cos D \cos Z \cos Q \\ \operatorname{sn} z \cos \Delta a &= \bar{+} [\cos (D \bar{+} \delta) \operatorname{sn} Z \bar{+} \operatorname{sn} (D \bar{+} \delta) \cos Z \cos Q], \end{aligned}$$

uvrstimo li u nazivnik imademo:

$$\begin{aligned} -\operatorname{sn} D \operatorname{sn} (D \bar{+} \delta) \operatorname{sn} Z \bar{+} \cos D \operatorname{sn} (D \bar{+} \delta) \cos Z \cos Q \\ -\cos D \cos (D \bar{+} \delta) \operatorname{sn} Z - \cos D \operatorname{sn} (D \bar{+} \delta) \cos Z \cos Q \\ = -\operatorname{sn} Z \cos (D - D \bar{+} \delta) = -\operatorname{sn} Z \cos \delta. \end{aligned}$$

Na takav će način definitivno biti

$$dA = \frac{\cos D \cos Q}{\operatorname{sn} Z} dt \dots (11)$$

Dobili smo poznatu formulu promjene azimuta polarnice po vremenu. Ovo je moguće bilo kazati a priori, pošto greška u razlici rektascenzija, dakle i greška u intervalu vremena između opažanja polaris i pomoćne zvijezde djeluje neposredno na azimut polarnice. To je prirodno, pošto mi određujemo azimut

**Tabela 8**  
polaris 1935 god.

Datum	$\alpha_{sr.} - \alpha_{pr.}$	$\delta_{sr.} - \delta_{pr.}$
Januar 1	-15,2 <sup>s</sup>	-27"
Februar 1	+19,7	-28
Mart 1	+48,0	-24
April 1	+65,1	-16
Maj 1	+61,3	-7
Juni 1	+38,0	+1
Juli 1	+4,1	+3
August 1	-34,0	+1
Septembar 1	-67,8	-5
Oktobar 1	-90,6	-15
Novembar 1	-98,7	-27
Decembar 1	-88,0	-38



pomoću polaris. Azimut pomoćne zvijezde samo nam zamjenjuje određenje vremena. Minimalna će promjena azimuta polaris biti u momentu elongacije ove zvijezde; maksimalna u meridijanu.

Prividna se mjesta pomoćne zvijezde u toku godine dana veoma malo razlikuju od srednjih, ali otkloni prividnih mjesta polarnice, kako se to vidi iz tab. 8 za datu godinu dostižu do 98,7 sekundi vremenskih.

Dakle, ako ćemo se koristiti, po savjetu g-na prof. Frosta, razlikom srednjih rektascenzija, onda pri opažanju u meridijanu polarnice i pomoćne zvijezde možemo dobiti grešku u azimutu.

$$dA = 15 \frac{\cos D}{\sin Z} 98,7.$$

Za gornju kulminaciju, pri  $\varphi = 46^\circ$

$$Z = 42^\circ 57',5$$

$$\frac{\cos D}{\sin Z} = 0,02668$$

i

$$dA = 40''$$

pri  $\varphi = 60^\circ$

$$dA = 56''.$$

Dakle u meridijanu maksimalni uticaj ima greška u razlikama rektascenzija, a za momenat elongacije polarnice — greška deklinacije ove zvijezde. Između ovih momenata će uticati obdobje

**Tabela 9**

T	koef. pri $dt = \frac{\cos D \cos Q}{\sin Z}$	
	$\varphi = 46^\circ$	$\varphi = 60^\circ$
0h	-0,027	-0,038
1	-0,026	-0,036
2	-0,023	-0,032
3	-0,018	-0,026
4	-0,013	-0,018
5	-0,006	-0,008
elongacija	0,000	0,000
6	+0,000	+0,001
7	+0,007	+0,010
8	+0,013	+0,019
9	+0,019	+0,026
10	+0,022	+0,031
11	+0,025	+0,034
12h	+0,026	+0,035

greške. U nekim slučajevima one će imati različite predznake, a u nekim iste.

U tab. 9 dati su koeficijenti  $\frac{\cos D \cos Q}{\text{sn } Z}$  za  $\varphi = 46^\circ$  i  $\varphi = 60^\circ$  po argumentu satni kut polarnice.

Radi ilustracije odredićemo uticaj zajedničkih tabličnih grešaka na azimut polarnice, ako ćemo opažati kao pomoćnu zvijezdu  $\zeta$  ursae majoris 1 Novembra 1935 god. za širine  $\varphi = 46^\circ$  i  $\varphi = 60^\circ$ , za satni kut  $t = 9^h$

$$\begin{array}{l} \text{Iz tab. 5} \quad \varphi = 46^\circ \quad \varphi = 60^\circ \\ -\text{tgAtgD} = -1,03 \quad -1,46 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Iz tab. 9} \\ \frac{\cos D \cos Q}{\text{sn } Z} = -0,018 \quad -0,026 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Iz tab. 8} \\ dD = -27'' \\ d\alpha = -98,7^s = -1428' \end{array}$$

Dakle pomoću formule (10), dobićemo

$$\begin{array}{l} \varphi = 46^\circ \quad \varphi = 60^\circ \\ dA = +28'' \quad +39'' \end{array}$$

po form. (II)

$$\begin{array}{l} dA = +27'' \quad +39'' \\ \hline \text{Ukupno} \quad +55'' \quad +78'' \end{array}$$

Dopustimo li, kako to čini G-n prof. Forst u intervalu vremena između opažanja polarnice i  $\zeta$  ursae majoris grešku do jedne minute možemo dobiti još veću grešku u azimutu polarnice.

Uzmimo još jedan primer, koji uzima i G-n prof. Frost. Odredimo grešku azimuta polarnice za 1934 god. za pomoćnu zvijezdu  $\zeta$  ursae majoris, ako dopustimo pri određenju intervala vremena grešku jednaku jednoj minuti, pri čemu ćemo pomoćnu zvijezdu opažati na visini od  $60^\circ$ ,  $\varphi = 45^\circ$ .

Kako smo spomenuli gore ovaj se zadatak rješava pomoću formule (11)

$$dA = \frac{\cos D \cos Q}{\text{sn } Z} dt = 17''$$

Ali mi ćemo proći putem g-na prof. Frosta. Napočetak odredićemo grešku horizontalnog kuta  $\Delta a$ , koja će nasuprot tvrdnje g-na prof. Forsta zavisiti i od greške azimuta polarnice (a koju smo



već odredili) i od greške azimuta pomoćne zvijezde. Potonju grešku odredićemo po istoj formuli

$$d a = \frac{\cos \delta \cos q}{\sin z} d t = - 17''$$

Dakle će greška  $A - a = \Delta a$  biti jednaka

$$d(\Delta a) = 34''$$

Grešku azimuta polarnice sada možemo dobiti po formuli (7), sračunavši koeficijent  $N$  pomoću form. (6) ili (6)'.

$$N = 2$$

Dakle

$$d A = 17''.$$

Interesantna je činjenica, da je slučajno g-n pro., Frost izabrao za svoj primjer momenat bliski maksimumu  $\Delta a$  (opasni među-prostor), čim se objašnjava relativno mala veličina koeficijenta  $N$ . Ako opažamo samo poslije  $8^m 49^s$ , pri visini pomoćne zvijezde od  $58^\circ 45'$ , koeficijent  $N$  biće jednak nuli, a zadatak će biti neodređen u slučaju da koristimo tablice sastavljene po argumentu  $\Delta a$ .

## VIII

### Metoda Bardsley-Krasovskij

Metoda Bardsley-a i Krasovskog takođe žele izbjeći određenje vremena. U ovu se svrhu predlaže mjeriti horizontalni kut između polarnice i pomoćne zvijezde<sup>10)</sup>. Ovaj se kut preporuča mjeriti u jedan te isti momenat. Ali, pošto je istovremeno jednim te istim instrumentom nemoguće opažati dvije zvijezde, preporuča se ili zanemariti male promjene azimuta polaris u toku kratkog vremenskog intervala između opažanja polaris i pomoćne zvijezde, ili reducirati čitanje na horizontalnom krugu, izvršeno pri opažanju pomoćne zvijezde na momenat opažanja polaris.

Radi ispitivanje ove metode pronađimo analitičku zavisnost veličina  $\Delta a$  i  $A$  pod uslovom istovremenog opažanja polaris i pomoćne zvijezde. (Sl. 2).

Na Sl. 2. oznake su iste, kao i na Sl. 1. Osim toga

$$T - t = \alpha_{\text{pom.}} - \alpha_{\text{pol}} = \Delta t$$

<sup>10)</sup> Bardsley uzima kao pomoćnu zvijezdu  $\beta$  ursae minoris.

Krasovskij ne uzima neke određene zvijezde, ali neizvježbanom opažaču preporučuje uzimati sjajne zvijezde Velikog Medvjeda i Kasiopeje.

Vinogradov je sastavio tablice i nomograme za  $\zeta$  ursae majoris i  $\delta$  cassiopeiae.



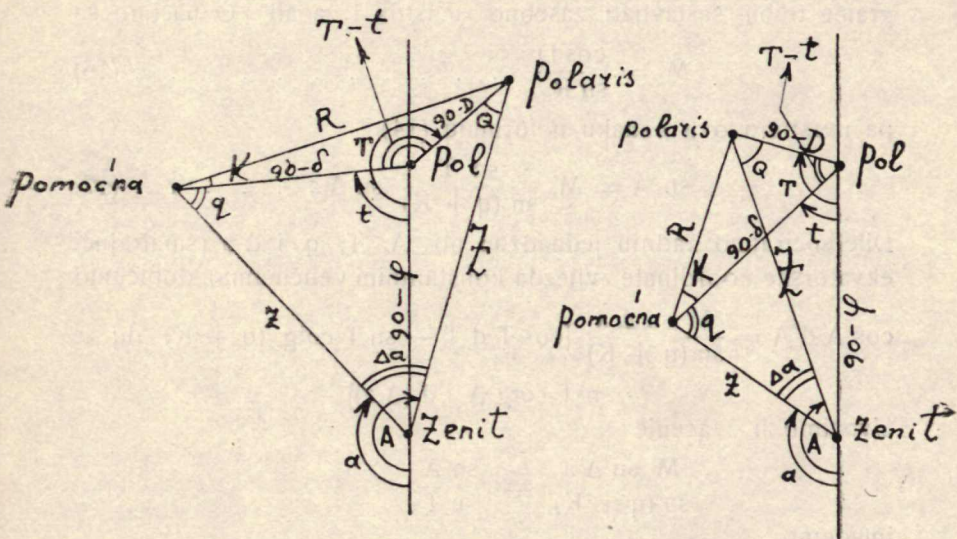
Spojimo lukom velikog kruga polaris i pomoćnu zvijezdu i označimo ovaj luk sa R. Kut Polaris, Pomoćna zv., Pol označimo sa K.

Pri sastavljanju tablica ili nomograma veličine R i K moramo smatrati konstantnima, pošto su ove veličine funkcije ekvatorskih koordinata polaris i pomoćne zvijezde.

Iz trokuta polaris, pomoćna zv., pol imademo

$$\cos R = \operatorname{sn} \delta \operatorname{sn} D + \cos \delta \cos D \cos \Delta t \quad \dots (12)$$

$$\operatorname{sn} K = \frac{\cos D \operatorname{sn} \Delta t}{\operatorname{sn} R} \quad \dots \dots \dots (13)$$



Sl. 2.

Iz trokuta polaris, pomoćna zv., zenit dobićemo

$$\operatorname{sn} \Delta a = \frac{\operatorname{sn} R \operatorname{sn} (q + K)}{\operatorname{sn} Z}$$

a pošto je  $\frac{1}{\operatorname{sn} Z} = \frac{\operatorname{sn} A}{\cos D \operatorname{sn} T}$

to će biti  $\operatorname{sn} A = \frac{\cos D \operatorname{sn} T}{\operatorname{sn} R \operatorname{sn} (q + K)} \operatorname{sn} \Delta a \quad \dots \dots (14)$

Uvrstivši značenje

$$\operatorname{sn} T = \frac{\operatorname{sn} Z \operatorname{sn} Q}{\cos \varphi}$$

dobićemo  $\operatorname{sn} A = \frac{\cos D \operatorname{sn} Z \operatorname{sn} Q}{\operatorname{sn} R \operatorname{sn} (q + K) \cos \varphi} \operatorname{sn} \Delta a \quad \dots (15)$

Pod uslovom, da je

$$T = t \text{ ili } T = t + 180^\circ$$

Kada je  $R = (D \pm \delta)$ ;  $K = O$  i  $\text{sn}' Z \text{sn} Q = \text{sn} z \text{sn} q$ , pretvara se formula (15) u form. (2), odnosno form. (14) — u form. (3).

Ispitivanje form. (14) i (15) dovešće nas do potpuno istih zaključaka, do kojih nas je dovelo i ispitivanje form. (2); samo usljed nejednakosti satnih kuteva polarnice i pomoćne zvijezde, sve će formule biti unekoliko komplikovanije i ne će biti simetrije između istoka i zapada. Blagodareći ovome tablice i nomograme treba sastavljati zasebno za istok i zapad. Označimo sa

$$M' = \frac{\cos D}{\text{sn} R} \dots \dots \dots (16)$$

pa uvrstimo ovu oznaku u formulu (14)

$$\text{sn} A = M' \frac{\text{sn} T}{\text{sn} (q + K)} \text{sn} \Delta a \dots \dots \dots (17)$$

Diferencirajmo zadnju jednadžbu po  $A$ ,  $T$ ,  $q$  i  $\Delta a$  (smatrajući ekvatorske koordinate zvijezda konstantnim veličinama), dobićemo

$$\cos A \, dA = \frac{M' \text{sn} \Delta a}{\text{sn} (q + K)} [\cos T \, dT - \text{sn} T \cotg (q + K) \, dq + \text{sn} T \cotg \Delta a \, d(\Delta a)]$$

Uvrstimo li značenje

$$\frac{M' \text{sn} \Delta a}{\text{sn} (q + K)} = \frac{\text{sn} A}{\text{sn} T}$$

imaćemo

$$\cotg A \, dA = \cotg T \, dT - \cotg (q + K) \, dq + \cotg \Delta a \, d(\Delta a)$$

otkud

$$d(\Delta a) = \text{tg} \Delta a \left[ \cotg A - \cotg T \frac{dT}{dA} + \cotg (q + K) \frac{dq}{dA} \right] dA.$$

Uzevši derivacije

$$\frac{dT}{dA} = \frac{\text{sn} Z}{\cos Q \cos D}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\cos \varphi}{\cos q \text{sn} z} (\cos t - \text{sn} q \text{sn} a \cos z),$$

s obzirom da je

$$dt = dT,$$

dobićemo

$$\frac{dq}{dA} = \frac{\cos \varphi \text{sn} Z}{\cos Q \cos D \cos q \text{sn} z} (\cos t - \text{sn} q \text{sn} a \cos z)$$



Na takav način ćemo imati

$$d(\Delta a) = \operatorname{tg} \Delta a \left[ \operatorname{cotg} A - \frac{\operatorname{cotg} T \operatorname{sn} Z}{\cos Q \cos D} + \operatorname{cotg} (q + K) \frac{\cos \varphi \operatorname{sn} Z}{\cos Q \cos D \cos q \operatorname{sn} z} (\cos t - \operatorname{sn} q \operatorname{sn} a \cos z) \right] dA;$$

uvrtivši značenje

$$\frac{\operatorname{sn} t}{\cos D} = \frac{\operatorname{sn} T}{\operatorname{sn} A}$$

$$\frac{\cos \varphi}{\operatorname{sn} z} = \frac{\operatorname{sn} q}{\operatorname{sn} t}$$

i uzevši za zagrade  $\frac{1}{\operatorname{sn} A \cos Q}$ , dobićemo

$$d(\Delta a) = \frac{\operatorname{tg} \Delta a}{\operatorname{sn} A \cos Q} \left[ \cos A \cos Q - \left( \cos T \operatorname{cotg} (q + K) + \operatorname{tg} q = \frac{\operatorname{sn} T}{\operatorname{sn} t} \operatorname{cost} + \operatorname{cotg} (q + K) \operatorname{tg} q \frac{\operatorname{sn} T}{\operatorname{sn} t} \operatorname{sn} q \operatorname{sn} a \cos z \right) \right] dA \quad (18)$$

Pod uslovom, da je  $T = t$  ili  $T = t \pm 180$ , kada je

$$\operatorname{cotg} (q + K) \operatorname{tg} q \frac{\operatorname{sn} T}{\operatorname{sn} t} = 1$$

formula (18) pretvara se u formulu (7) (koef. N po form. (6)).

Uslov će za maksimum veličine  $\Delta a$  biti ovaj

$$\cos A \cos Q = \cos T - \operatorname{cotg} (q + K) \operatorname{tg} q \frac{\operatorname{sn} T}{\operatorname{sn} t} = (\operatorname{cost} \operatorname{sn} q \operatorname{sn} a \cos z) \dots (19)$$

Sve što smo rekli za metodu opažanja polarnice i pomoćne zv. pod uslovom  $T = t$  ili  $T = t \pm 180$ , moramo ponoviti i za metodu istovremenih opažanja ovih zvijezda. Mi ćemo imati posla sa istim opasnim međuprostorom, kada će zadatak postati neodređen, ako nismo zabilježili momenat opažanja.

U gore navedenim člancima ni Bardsley, ni Krasovskij o ovoj činjenici ne spominju ništa. Krasovskij u svojoj metodi postupnih približanja<sup>11)</sup> veli: . . . „sa polovice maja do oktobra

<sup>11)</sup> Treba ovdje spomenuti da se ideja mjerenja polaris i pomoćne zvijezde već davno upotrebljava u praktičnoj astronomije, ali u svrhu određanja točnog vremena, u predjelima sjevernijim od polarnog kruga, gdje je potrebno opažati u toku ljeta, t. j. danju. Polaris i zvijezde prve veličine uvijek dozvoljavaju odrediti vrijeme pomoću azimuta.

Ova je metoda bila iskorišćena 1899—1901 god. na otoku Spicbergen od strane ruskih i švedskih naučnjaka za vrijeme vršenja gradusnih mjerenja na ovom otoku.



opažanja, početa od momenta kada su postale vidljive zvijezde, padaju na vrijeme blisko momentu najveće (?) istočne elongacije polarnice . . . ako imamo u vidu geometra i inženjera malo poznatih sa praktičnom astronomijom i zvijezdanim nebom, preporučuje se uzimati pomoćnu zvijezdu jednu od sedam sjajnih zvijezda velikog medvjeda — u maju će biti podesna samo  $\varphi$  i  $\beta$  ursae majoris, u Junu i Julu ovima će se pridružiti  $\gamma$  i  $\delta$ , a u augustu i septembru će se moći raditi sa svih sedam zvijezda“ . . .

Poslušajmo savjet g-na prof. Krasovskog! Odredimo azimut pomoću pomoćne zvijezde  $\alpha$  ursae majoris 1 Juni pri  $\varphi = 46^\circ$ .

1-og juna za datu širinu Sunce zalazi oko 20 sati, oko 22 sata opažanje zvijezda već je potpuno moguće, a oko 22 časa 15 minuta baš nastaje opasni međuprostor. Momenat istočne elongacije polarnice nastaje samo oko 3 časa u jutru, t.j. makar pet časova poslije početka opažanja.

Dakle opažać „malo upoznat sa praktičnom astronomijom“ primjenivši pod gore navedenim uslovima „do ženijalnosti jednostavnu metodu“ Krasovskog pada u klopu.

O ponavljanju horizontalnih kuteva i opasnom međuprostoru ne spominje ništa i g. V. Vinogradov, ali on izbjegava njih, sastavivši svoje tablice i nomograme samo za slučaj kada visine pomoćne zvijezde manje od visine polarnice.

O tabličnim greškama uslijed promjena deklinacije i rektascenzije polarnice potrebno je isto ponoviti sve što smo već rekli pri ispitivanju metoda Warda—Frosta. Razlika će biti samo u tome, da će greška rektascenzije za ovaj slučaj ući u same tablice.

Bardsley je ovu činjenicu uzeo u obzir, pošto je on uveo korekcije za rektascenziju i deklinaciju.

## IX

Kakav zaključak moramo iznijeti nakon svih gore navedenih ispitivanja?

Jednostavne, po mišljenju njihovih pronalazača, metode određenja azimuta u stvari su više komplicirane nego klasične metode, koje rješavaju ovaj zadatak.

Nema nikakvog smisla upotrebljavati približnu metodu, ako tačna metoda rješava isti zadatak mnogo jednostavnije i brže.

Bez znanja barem početnih načela astronomije nije moguće vršiti astronomskih opažanja.