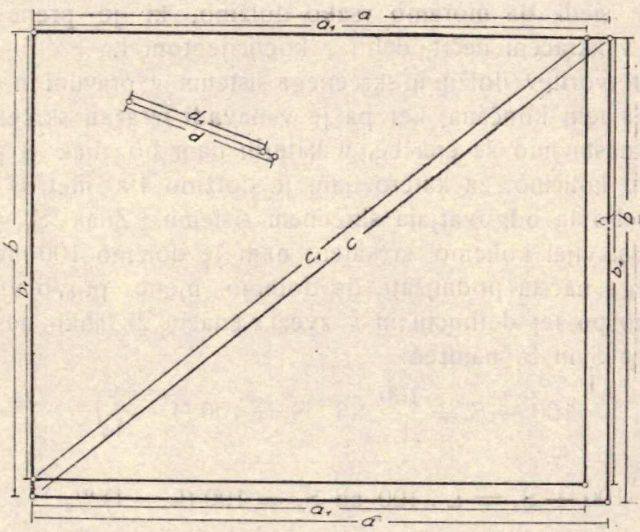
Geodet Črnivec Miroslav, Ljubljana.

# Skrček (usuh) katastarskih načrtov

Kadarkoli imamo posla s starejšimi katastrskimi načrti, opazimo, da se je prvotna oblika sekcijskega okvirja skrčila, vsled česar so postale vse na takem načrtu predstavljene dolžine in površine krajše oz. manjše. Pri naših izvajanih hočemo predpostaviti, da je kvocijent, katerega bomo označili z „L", iz vsake originalne in tej pripadajoče dolžine za isti sekcijski list enak. (glej sliko št. 1.) to je:

$$L = \frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$




*Slika 1*

Če pa bi bila razlika med temi kvocijenti znatnejša, lahko zamenjamo enačbo 1) z enačbo

$$L = \left(\frac{a}{a_1} + \frac{b}{b_1}\right) : 2 = \frac{ab_1 + a_1 b}{2\, a_1 b_1} \quad . \; . \; . \quad 1a)$$

Ta izraz moremo tudi poljubno razširiti, tako, da vzamemo za „L" ne aritmetično sredino samo dveh elementov, ampak kot aritmetično sredino kvocijentov iz vsake originalne in skrčene dolžine sekcijske stranice ali pa pritegnemo tudi kvocijente originalnih in skrčenih diagonal, kar pa navadno ni potrebno.

### 1. Pretvoritev skrčenih dolžin v pravilne in obratno

Ako hočemo iz skrčenega načrta prenesti neko dolžino $d_1$ v naravo, moramo naprej ugotoviti njeno pravo vrednost. To pa dobimo iz že zgoraj navedenega razmerja, da je

$$\frac{d}{d_1} = L \text{ ali } d = Ld_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Enačba nam pove, da dobimo pravilno dolžino, če pomnožimo iz načrta odčitano skrčeno dolžino z linearnim koeficijentom L, ki je za eden in isti načrt konstanten. Ravno tako pa dobimo tudi, da je

$$d_1 = \frac{d}{L} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

in česar sledi, da moramo vsako dolžino, ki jo prenašamo iz narave v skračeni načrt, deliti z koeficijentom L.

Pretvoritev dolžin in skrčenega sistema v pravilni in obratno bi bila s tem končana, ker pa je v navadi izražati skrček v procentih, nastavimo še enačbe, v katerih nam bo znak S prestavljal tisto količino, za katero nam je dolžino 100 metrov zmanjšati, da bo ta odgovarjala skrčenem sistemu. Znak $S_1$ pa nam bo predstavljal količino za katero nam je dolžino 100 metrov iz skrčenega načrta podaljšati, da dobimo njeno pravo vrednost. Že samo po tej definiciji in v zvezi z enačbo 2) lahko nastavimo izraze za S ín $S_1$ namreč:

$$100 - S = \frac{100}{L} \text{ ali } S = 100\left(1 - \frac{1}{L}\right)\% \quad . \quad 4)$$

oziroma

$$100 + S_1 = L \,.\, 100 \text{ ali } S_1 = 100\,(L - 1)\,\% \quad . \quad 5)$$

Zadnji dve enačbi nam povesta, da procent, za katerega se je kaka dolžina skrčila, ni enak procentu, ki ga moramo isti skrčeni dolžini dodati, da dobimo pravilno dolžino, kar pa se v praksi često rado prezre.

### II. Izdelava načrtov naknadno snimanih kompleksov v skrčenem merilu prvotnega načrta

Vse naknadno nastale spremembe na zemljišču, ki so v zvezi s premerom in s katerimi moramo po pravilu o vzdrževanju katastra dopolnjevati prvotne načrte, nam je kartirati s tistim skrčkom, ki ga prvotni načrti izkazujejo.

Izdelavo teh zmanjšanih načrtov bomo delili z ozirom na to ali je naknadna meritev numerično navezana na prvotno ali ne, v dve skupini:

a) Izdelava načrtov tistih kompleksov, katerih poznejša meritev bazira na prvotni triangulaciji.

V takem slučaju, je mogoče vlaganje hektara po hektaru, odnosno tam, kjer obstoji še klafterska mera orala po oralu, ker lahko tako v prvotnem, kakor v novejšem načrtu vsled skupne numerične osnove konstruiramo istovetno mrežo po hektarih odnosno oralih. Radi tega nam naknadnega načrta tudi ni neobhodno potrebno izdelati v zmanjšanem merilu, ker jih lahko uprizorimo na dodatnih listih v neskrčenem merilu.

Meritve manjšega obsega, katere direktno vnesemo v prvotne načrte, pa skrčimo kot meritve navedene pod sledečo točko.

b) Izdelava načrtov tistih kompleksov, katerih poznejša meritev ne bazira na numerični osnovi prvotnega merjenja.

V tem slučaju nam konstrukcija istovetne mreže v obeh načrtih ni mogoča, vsled tega moramo ali skrčene načrte povečati na pravilno merilo, ali pa novejšo meritev kartirati zmanjšano, t. j. skrčeno. Priporočljivejše je vsekakor drugo. Skrčitev izmere lahko izvršimo na osnovi enačbe 3) tako, da vse koordinate poligonalnih točk pomnožimo z $\frac{1}{L}$ odnosno, da jih po enaćbi 4) reduciramo za $S^0/_0$. Pri množenju z $\frac{1}{L}$ lahko upštevamo za abscise faktor $\frac{a_1}{a}$ za ordinate pa faktor $\frac{b_1}{b}$, če je med njima večja razlika. Tako reducirane koordinate nanesemo, kakor običajno ter nato pri kartiranju detalja ravno tako upoštevamo koeficijent oz. procent skrčka. Posebno praktična se nam izkaže enačka 3) kadar hočemo skrčiti tahimetrično ali busolno meritev. Pri teh meritvah nam je optično dobljena razdalje itak reducirati na horizont na podlagi že znane enačbe

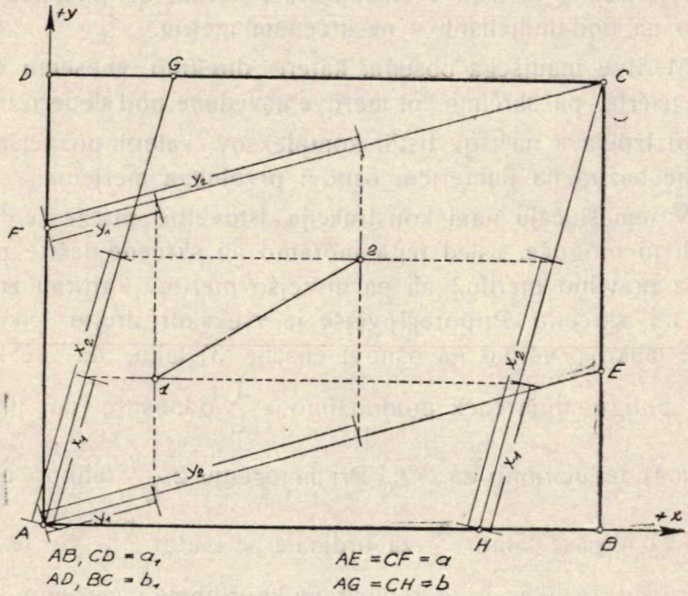
$$d = C\, d' \cos^2 \alpha$$

Če to enačbo vstavimo v enačbo 3) dobimo

$$d_1 = \frac{C}{L}\, d' \cos^2 \alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 6)$$

iz česar je razvidno, da nam je pred pričetkom redukcijn dolžin izračunati novo konstanto $\frac{C}{L}$ ter z njo pristopiti k redukciji, nakar imamo, če na podlagi tako reduciranih dolžin meritev kartiramo novi načrt, izdelan v skrčenem merilu in ga lahko neposredno vložimo v obstoječi katastarski načrt.

Pored zgoraj navedenega načina izdelave skrčenih načrtov pa lahko izdelamo skrčene načrte tudi grafično. Pri tem načinu moramo našo zmeritev (če že ne bazira na prvotni triangulaciji) približno orijentirati v sekcijski list in to tako, da pade novo zmerjeni kompleks po priliki v isti položaj na sekciji, kjer se nahaja v prvotnem načrtu. To napravimo tako, da grafično odmerimo koordinate ene naše poligonalne točke ter nagib poli-




*Slika 2*

gonske stranice. S temi podatki izračunamo poligon ne glede na skrček. Potem prepikiramo skrčeno sekcijo prvotnega načrta na papir, na katerega hočemo kartirati. Ta sekcija A B C D (glej sliko št. 2.) nam predstavlja naš sekcijski okvir, na katerega pa naših koordinat ne smemo direktno nanašati, ker je skrčen. Zato si konstruiramo pravokotni trikotnik, katerga hipotenuza je neskrčena stranica a, ena kateta pa njena skrčena dolžina $a_1$. Drugo katedo BE tega trikotnika izračunamo po Pitagorevom izreku:

$$\overline{BE} = \sqrt{a^2 - a_1^{\,2}}$$

Ta dolžina pa je točna samo tedaj, če vsled skrčenja ni nastopila deformacija pravih kotov v sekciji. Moremo pa smatrati tako določeno lego točke E kot približno ter položimo v pravcu $\overline{AE}$ nanašalno ravnilo in nanesemo od oglišča A proti E pravilno dolžino A. Kjer nam pravokotnica na $\overline{AE}$ prereže stranico $\overline{BC}$, tam je pravilen položaj točke E, ki pa se običajno ne bo veliko razlikovai od izračunanega položaja te točke. Na tako določeno lego neskrčene stranice nanašamo neskrčene abscise naših poligonalnih točk, ter ponovimo isto konstrukcijo tudi za paralelno stranico $\overline{CD}$ tako, da dobimo lego neskrčene stranice $\overline{CF}$, na katero kot zgoraj zopet nanesemo abscise naših poligonalnih točk. Zveza pripadajočih abscis nam da linijo, na kateri se mora nahajati odgovarjajoča točka v skrčeni sekciji. Kakor smo dobili eno linijo s pomočjo abscis, dobimo drugo linijo s pomočjo ordinat, v preseku obeh linij, pa je položaj točke v skrčenem okvirju.

Iz slike 2, kjer sta nanešeni radi primera dve točki, 1 $(x_1 y_1)$ in 2 $(x_2 y_2)$ je razvidno, da se postopek samo v tem razlikuje od običajnega nanašanja poligonskih točk s pomočjo nanašalnega ravnila, da ne nanašamo koordinat na sekcijske robove, temveč na poševno ležeče linije, katere šele konstruiramo, zato pa nam odpade konstrukcija sekcije, ker to enostavno prepikiramo.

Praktičnost te metode leži predvsem v tem, da je pri njej upoštevana tudi deformacija sekcijskega lista, ki nastopi vsled neenakomernega skrčka, ter v tem, da nam originalnih merskih podatkov ni potrebno potom redukcije spreminjati.

### III. Površinski skrček.

Kako smo imeli za linearni skrček dve vrsti enačb, ene za prehod od neskrčenega sistema v skrčeni in druge za prehod od skrčenega sistema v neskrčeni imamo tudi za površinski skrček dve vrsti enačb. Praktično pride v poštev sicer lc slučaj, da moramo površini, ki jo izračunamo na skrčenem načrtu določiti dodatek, da dobimo pravilno površino ter bo za nas važna predvsem ta vrsta enačb. Po čl. 173 katarstega pravilnika VII/2 pa mora biti v spodnjem desnem oglu mapnega lista vpisan tudi procent skrčka t. j. za kolikor se je površina sekcije zmanjšala, vsled česar moramo teoretično razmotrivati obe vrsti enačb. Pravilno površino mapnega lista ali pa poljubnega pravokotnika označimo z P, skrčeno pa z $P_1$. Za obedve površini dobimo sledeče vrednosti:

$$P = a\,b \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 7)$$

$$P_1 = a_1\,b_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 8)$$

Ako izrazimo v enačbi 7) dolžine a in b s skrčenimi vrednostmi, katere dobimo iz enačbe 1), tedaj dobimo

$$P = L^2\,a_1\,b_1 \text{ ali } P = L^2\,P_1 \quad . \; . \; . \quad 9)$$

Ta enačba nam pove, da dobimo iz površine izračunane na skrčenem načrtu pravilno površino, če pomnožimo prvo s kvadratom linearnega koeficijenta L, odnosno, da dobimo skrčeno površino tako, da delimo pravilno površino, ki pa nam mora biti v tem slučaju že znana s kvadratom koeficijenta L ali v obliki enačbe:

$$P_1 = \frac{P}{L^2}$$

Prirastek odnosno skrček posameznih površin pa izračunamo vedno v procentih, vsled česar uvedemo znak $U_1$ za tisto površino ki jo moramo dodati površini 100 $m^2$, dobljeni na skrčenem načrtu, da dobimo pravilno neskrčeno površino, ali matematično:

$$100 + U_1 = 100\,L^2 \text{ oziroma } U_1 = 100\,(L^2 - 1)\,\% \quad 10)$$

Slično ugotovimo tudi procent površinskega skrčka, za katerega se je pravilna površina zmanjšala, če ugotovimo za koliko se je zmanjšala površina 100 $m^2$ in označimo to količino z U.

$$100 - U = \frac{100}{L^2} \text{ oziroma } U = 100\left(1 - \frac{1}{L^2}\right)\% \quad 11)$$

Količina U nam torej predstavlja procent površinskega skrčka, ki mora biti, kakor že rečeno, vpisan v spodnjem desnem oglu vsakega katastrskega načrta. Katarske uprave se za izračun tega skrčka poslužujejo posebnih tabel, ki so sestavljene na podlagi bivše avstrijske instrukcije, toda le za cele sekcije.

## IV. Odnos linearnega in površinskega skrčka.

Že v prvem poglavju omenjeni enačbi 4) in 5) nam služita za določevanje procenta linearnega skrčka, oziroma dodatka. Vedno ugotavljanje za te enačbe potrebnih elementov pa bi bilo zamudno in nepraktično, zlasti za tiste civilne in samoupravne geometre, ki kopirajo načrte v prostorih katastarskih uprav, vsled česar skušamo najti neko praktično relacijo med procentom površinskega skrčka, ki je v mapi že vpisan in med procentom linearnega skrčka. Neka katastrska uprava je izdala uradno okrožnico, v kateri pravi, da je linearni skrček koren iz površinskega. Temu pa ni tako, Do pravilne relacije pridemo tako, da izračunamo iz enačbe 4):

$\frac{1}{L^2} = \left(1 - \frac{S}{100}\right)^2$ in vstavimo v enačbo 11) ter dobimo

$$U = 100\left[1 - \left(1 - \frac{2S}{100} + \frac{S^2}{100^2}\right)\right] \text{ ali krajše}$$

$$U = 2S - \frac{S^2}{100} \quad \ldots\ldots \quad 12)$$

Ako pretvorimo enačbo 12) v splošno obliko in jo razrešimo s ozirom na s dobimo

$$s^2 - 200\,s + 100\,U = O$$

$$_1s_2 = 100 \pm \sqrt{100^2 - 100\,U}$$

Kar pa je linearni skrček izražen v % vedno le manjši od 100, pride za nas v poštev samo izraz

$$s = 100 - 10\sqrt{100 - U} \quad \ldots \quad 13)$$

Zadnja enačba nam da vrednost za linearni skrček v procentih, če nam je znan površinski skrček U. Izračunavanje linearnega skrčka iz te enačbe pa je zelo nepraktično vsled česar skušamo dobiti uporabnejšo rezultat na ta način, da izraz $\sqrt{100 - U}$ razvrstimo po Mac-Laurinovi vrsti, katera glasi

$$f(U) = f(o) + \frac{f'(o)}{1!}U + \frac{f''(o)}{2!}U^2 + \frac{f'''(o)}{3!}U^3 + \ldots \frac{f^n(o)}{n!}U^n \quad 14)$$

V našem slučajo so v tej vrsti zapopadene vrednosti sledeče:

$$\left.\begin{array}{l}
f(U) = \sqrt{100 - U} \text{ ali za } U = O \text{ je } f(o) = 10 \\
f'(U) = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{100 - U}} \text{ ali za } U = O \text{ je } f'(o) = -\frac{1}{20} \\
f''(U) = -\frac{1}{4}\,\frac{1}{(\sqrt{100 - U})^3} \;\text{„}\; U = O \text{ je } f''(o) = -\frac{1}{4000} \\
f'''(U) = -\frac{3}{8}\cdot\frac{1}{(\sqrt{100 - U})^5} \;\text{„}\; U = \text{ je } f'''(o) = -\frac{3}{800000}
\end{array}\right\} \quad 15)$$

Za naše potrebe lahko vrsto pri četrtem členu zaključimo, ker imamo praktično za U le majhne vrednosti, tako, nadaljni členi vsled naglega padanja koeficijentov sploh ne pridejo v poštev. Če izraze pod 15) vstavimo v vrsto pod 14), dobimo

$$\sqrt{100 - U} = 10 - \frac{U}{20} - \frac{U^2}{8000} - \frac{U^3}{1600000} \quad . \quad 16)$$

Končno vstavimo ta izraz v enačbo 13) ter imamo:

$$s = 100 - 10\left(10 - \frac{U}{20} - \frac{U^2}{8000} - \frac{U^3}{1600000}\right) \text{ ali}$$

$$s = \frac{U}{2} + \frac{U^2}{800} + \frac{U^3}{160000} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 17)$$

Kakor pa smo že pri iskanju faktorjev v enačbah 15) opustili četrti in nadaljne člene lahko brez vsake škode za natančnost rezultata, opustimo še tretji člen, zakaj če vzamemo za največji nastopajoči površinski skrček $5^0/_0$ znaša vrednost tretjega člena enačbe 17) samo $0{,}00078^0/_0$, torej niti $1/1000^0/_0$. Sedaj vzamemo v diskusijo še drugi člen in vstavimo za $U = 5^0/_0$ ter dobimo:

$$\frac{U^2}{800} = 0.03$$

Praktično vzeto bi to značilo, da bi bila dolžina 2 km kartirana za 0,6 m preveč, če opustimo drugi člen pri površinskim skrčku $5^0/_0$, ki pa le malo kedaj nastopi. Imamo torej enačbo

$$s = \frac{U}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 18)$$

ki nam pove, da je vrednost linearnega skrčka v procentih enaka polovični vrednosti površinskega skrčka, izraženega v procentih. Ako pa nastopi potreba večje natančnosti, pa se seveda upošteva še drugi člen enačbe 17 s čemer stopi natančnost našega rezultata izven vsake diskusije.

Ker nam je po odredbi katastrskega pravilnika procent površinskega skrčka že znan, lahko s pomočjo enačbe 18) ugotovimo linearni skrček, za katerega nam je vse originalne mere naše meritve skrčiti, da jo moromo vnesti neposredno v obstoječe katastrske načrte.

Enostavnejši pa je postopek s primeno linearnega koeficijenta L. Za prehod iz neskrčenega sistema v škrčeni, nam je dolžine le deliti s koeficijentom L, površine pa z $L^2$, pri prehodu iz skrčenega sistema v skrčeni pa nam je iste količine pomnožiti z L odnosno z $L^2$, da dobimo pravilne. Vsako razmotrivanje o odvisnosti linearnega in površinskega skrčka pri tem odpade in nam tudi ni potrebno zato operirati s posebnimi izrazi za procent skrčka in posebnimi za procent dodatka. Priporočljivo bi bilo zato, da bi bila v katastrskih načrtih označena tudi vrednost L katere uporaba je zlasti za našo dobo, ko se mnogo računa z računskimi stroji povsem enostavna in praktična.

---

Ing. Бранко Рудл

# Мерење и редуковање полигоних страна

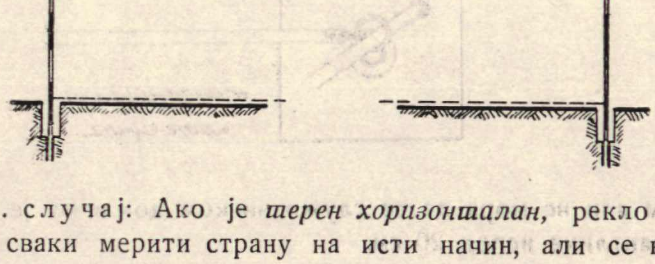
Први услов за добру израду једне катастарске општине (у техничком погледу) јесте добра полигона мрежа, то јест да су углови а нарочито стране добро измерене.

Мерење углова сматра се као лакша операција, те се препушта мање увежбаном члану групе. Тачност овиси о центрисању, хоризонтисању инструмента, центрисању значака и о нормалном виду опажача.

Мерење страна је већ индивидуално, те тражи много већу еластичност службеника.

Једна те иста страна може да буде измерена на разне начине, то овиси од облика терена и умешности онога који мери. Говор је о мерењу са челичном пантликом од 50 или 20 м.

1. слика



1. случај: Ако је *терен хоризонталан,* рекло би се да ће сваки мерити страну на исти начин, али се већ ту појављује разлика.

Није свеједно, да ли ће бити нула пантлике тачно изнад центра цеви (у вертикали) или не, према томе, најзгодније је служити се штапом за затезање и прислонити висак на нулту тачку пантљике (види слику 2.) и то тако, да се пре но што се затеже пантљика од предњег фигуранта, остави