Поштарина плаћана у готову.

Год. 16. БЕОГРАД — мај и јуни 1935. Св. 3.

ГЕОМЕТАРСКИ И ГЕОДЕТСКИ ГЛАСНИК

Орган Удружења Геометара и Геодета Краљевине Југославије

Адмирала Гепрата 68 БЕОГРАД Адмирала Гепрата 68

Уредништво и администрација Гепратова ул. 68	Власник за Гл. управу МИЛАН МРАВЉЕ н. посланик. Уредник ДИМИТРИЈЕ МИЛАЧИЋ, геометар	Излази у два месеца једанпут. Поједини број 10.— дин.

N. Abakumov

Kritika novih metoda određivanja azimuta zemaljskog objekta*)

I

Praktična astronomija daje takove jednostavne i brze metode određivanja azimuta zemaljskog objekta da bi izgledalo nema smisla tražiti nešto novo u ovoj oblasti. Međutim se u štampi pojavljuju sve nove i nove metode za riješenje ovog zadatka:

— Metoda Warda (amerika) određivanja meridijana i širine mjesta, preporučena od strane profesora Rudarske Akademije u Moskvi F. I. Vidrina.[1])

— Metoda profesora D. V. Frosta (promenjena metoda Warda).[2])

— Metoda Bardsleja (amerika), čiju ideju uzeo je profesor F. N. Krasovskij[3]) i druge.

O metodi Warda pisao sam već u Tehičkom bilitenju dru-

*) Ovaj članak je produžetak mog članka obavljenog u „Saturnu" Beograd, sv. 1 (1935) „određivanje pravca meridijana po korespondirajućim visinama zvezda".

[1]) Краткій практическій курсъ маркмейдерскаго искусства. Государственное издательство 1926 стр 81—86.

[2]) Određenje astronomskog meridijana i geografskih koordinata bez kronometra i logaritmičkog računanja. Geometarski i Geodetski Glasnik. Beograd sv. 4. 1934.

[3]) Опредѣленіе азимута изъ измѣренія горизонтальнаго угла между полярной и вспомагательной звѣздой. Изданіе Высшаго Геодезическаго Управленія В. С. Н. Х.

В. Виноградовъ. Объ опредѣленіи астрономическихъ азимутовъ направленій способомъ проф. Красовскаго безъ логаритмическихъ вычисленій. № 7 „Журн. и Геодезистъ" Іюль — 1928 годъ.

štva ruskih geometara u Jugoslaviji (1929 god. dr. 1).[4]) Govoriti o ovoj metodi u takovom obliku, u kojem je predlaže sâm Ward, ozbiljno nije moguće. Moguće je govoriti samo o ideji koju je hteo, ali nije znao iskoristiti Ward i koju koristi prof. Frost.

O metodi Krasovskog dao je kratku kritiku g-n. prof. L. A. Sopocjko u članku „Двадцатипятилѣтіе научной и педагогической дѣятельности“ профессора Ф. Н. Красовскаго.[5])

G-n. prof. Sopocjko veli: „....od strane prof. Krasovskog pronađena je do ženijaljnosti jednostavna metoda određivanja istinitog azimuta....“ Sa ovakovim zaključkom ne slaže se čak ni radnik Sovjetske Rusije. — G-n N. Bašarin u sovjetskom časopisu „Geodezist“ (br. 6. 1931 god.) piše članak: „O takozvanoj metodi Krasovskog određivanja istinitog azimuta“, u kojom on, govoreći otvoreno, okrivljuje g-na prof. Krasovskog za plagijat. Ali u isto vreme g-n N. Bašarin daje svoj zaključak o metodi Bardsleja: — „Ova metoda, štampana od Bardsleja u 1924 god., u svojem čistom obliku mnogo je jednostavnija, pogodna i točna. Ovo nijedan stručnjak astronom i geodeta ne može da poriče...“

Kaǒ približna, metoda Krasovskog postoji i u skriptama praktične astronomije g-na V. V. Tretjakova[6]) profesora na Višoj Vojnoj Geodetskoj školi Jugoslavije.

Sa akademske točke gledišta svaku novu metodu određivanja geografskih koordinata moguće je samo pozdraviti; ali što se tiče njihove praktične primjene, prije nego što se predlaže ova ili ona metoda, neophodno je potrebno najpažljivije proučiti nju baš sa praktičkog stajališta; inače moguće je načiniti lošu uslugu neizvježbanom radniku.

Naprimjer, g-n prof. Vidrin, stavivši u svome djelu: „Kratki praktični kurs markšejderskog iskustva“ točni prevod članka Warda,[7]) ovako zaključuje: „prema mnogobrojnim pokusima amerikanskih stručnjaka metoda Warda je priznata kao dovoljno točna po svojim rezultatima i sa stajališta uštede vremena i truda zaslužuje najširu primjenu za našu rudarsku praksu“. A ipak svu pogrešnost metode Warda moguće je viditi iz njegovog vlastitog primjera, koji on navodi u svome članku.

[4]) Na žalost usljed nepažljivosti korektora mali je članak pun štamparskih grešaka. Osim toga izostala je slika a na jednom mjestu čitava rečenica.

[5]) Техн. Бюллет. общ. русскихъ землемѣровъ. Февраль 1926. № 1—2 стр. 26.

[6]) Практична астрономија за примену у вишој геодезији. Издање Војног Географског Института 1933.

[7]) Engineering and Mining Journal — press; Volume 119, № 20 New-Jork May 16 — 1925, page 797—798.

II
Metoda Warda

Ward predlaže približni način za određivanje ne samo azimuta, nego i geografske širine. Bitnost njegove metode sastoji se u opažanju pri jednim te istim (ili za 12^h različnim) satnim kutevima polarnice i jedne pomoćne zvijezde. Kao pomoćnu zvijezdu Ward predlaže E cassiopei ili η ursae majoris. Rektascenzija je (α) prve pomoćne zvijezde približno jednaka rektascenzije polarnice, a kod druge se približno razlikuje za 12 sati.

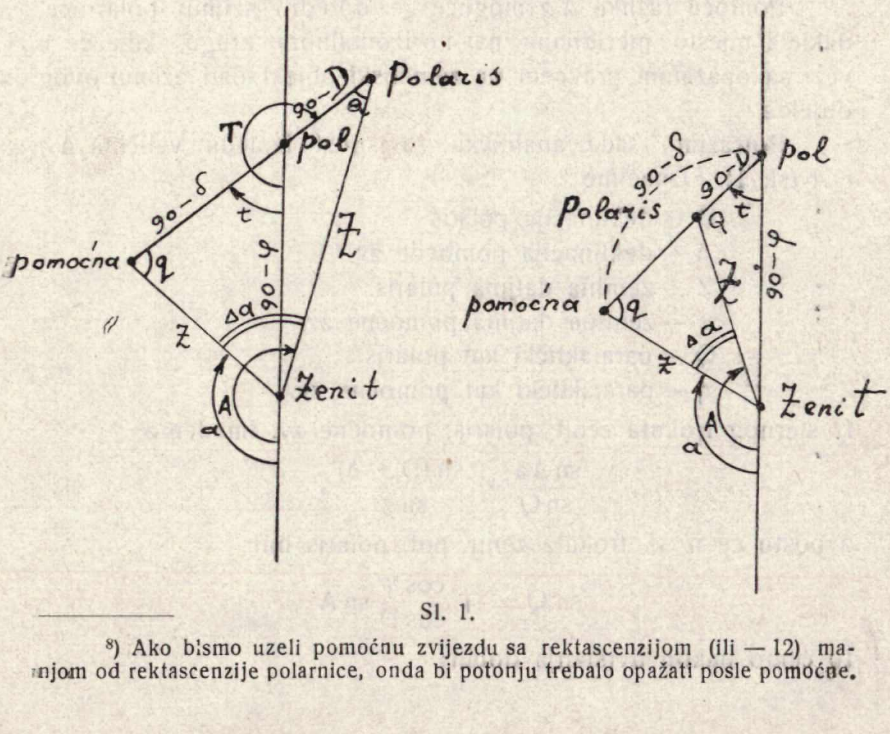
U povoljni momenat stavimo vertikalni konac durbina teodolita na polarnicu, zabilježimo ovaj momenat pomoću sata i izvršimo čitanje na horizontalnom krugu. Po isteku međuvremena, koje je jednako

$$\alpha\left(\text{pomoćne}\right) - {}^{0}_{12} - \alpha\left(\text{polarn.}\right)$$

(ovu razliku moguće je za svaki dan dobiti iz astronomskih kalendara), stavimo vertikalni konac durbina teodolita na pomoćnu zvijezdu i ponovno izvršimo čitanje horizontalnog kruga.[8])

Uzmemo li razliku čitanja pomoćne i polarne zvijezde, dobićemo razliku njihovih azimuta (sl. 1)

$$\Delta a = A - a \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$



Sl. 1.

[8]) Ako bismo uzeli pomoćnu zvijezdu sa rektascenzijom (ili — 12) manjom od rektascenzije polarnice, onda bi potonju trebalo opažati posle pomoćne.

prema a priori postavljenom uslovu, da je

$T = t$ ili $T = t \pm 180$

ovde je A — azimut polarnice

a — azimut pomoćne zv.

(azimute ćemo brojati od juga na zapad od 0^0 do 360^0))

T — satni kut polarnice

t — satni kut pomoćne zv.

U toku dana razlika Δa mijenjati će se drugačije za južne a drugačije za sjeverne zvijezde (na sl. 1 — slučaj sjevernih zvijezda).

Za južne zvijezde ova će se razlika (počam od 180^0, kada će se pomoćna zvijezda nalaziti u gornjoj kulminaciji) smanjivati do 0^0 (donja kulminacija — pri čemu će se zvijezda nalaziti pod horizontom) a zatim postaje negativnom i postupno dostiže — 180^0.

Za sjeverne zvijezde stvar će izgledati drugačije. Razlika će se Δa promeniti od 0^0 (gornja kulminacija pomoćne zvijezde) do $+$ maksimum, nakon čega se ponovno smanjuje do 0^0 (donja kulminacija pomoćne zvijezde) a zatim postaje negativna dostiže — maksimum, te se ponovno vrati na 0^0.

Već a priori moguće je očekivati, da će takove promjene Δa za sjeverne zvijezde veoma komplikovati stvar.

Pomoću razlike Δa moguće je odrediti azimut polarnice, dakle i mjesto meridijana na horizontalnom krugu, koje će u vezi sa opažanim pravcem na zemaljski objekt dati azimut ovog objekta.

Potražimo sada analitičku zavisnost između veličina Δa i A (sl. 1). Označimo

D — deklinacija polaris

δ — deklinacija pomoćne zv.

Z — zenitna daljina polaris

z — zenitna daljina pomoćne zv.

Q — paralaktički kut polaris

q — paralaktički kut pomoćne zv.

Iz sfernog trokuta zenit, polaris, pomoćne zv. imađemo

$$\frac{\operatorname{sn} \Delta a}{\operatorname{sn} Q} = \frac{\operatorname{sn} (D \pm \delta)}{\operatorname{sn} z},$$

a pošto će iz sf. trokuta zenit, pol, polaris biti

$$\operatorname{sn} Q = \mp \frac{\cos \varphi}{\cos D} \operatorname{sn} A,$$

to ćemo nakon uvrstanja dobiti:

$$\operatorname{sn} A = \mp \frac{\cos D}{\operatorname{sn}(D \pm \delta)} \frac{\operatorname{sn} z}{\cos \varphi} \operatorname{sn} \Delta a \quad . \; . \; . \; . \; (2)$$

Ovu formulu možemo transformirati, zamjenivši (sf. trokut pol, zenit, pomoćna zv.)

$$\frac{\operatorname{sn} z}{\cos \varphi} = \frac{\operatorname{sn} t}{\operatorname{sn} q}$$

Dakle:

$$\operatorname{sn} A = \mp \frac{\cos D}{\operatorname{sn}(D \pm \delta)} \frac{\operatorname{sn} t}{\operatorname{sn} q} \operatorname{sn} \Delta a \quad . \; . \; . \; . \; (3)$$

Gornji predznak odgovara slučaju

$$T = t \pm 180$$

donji — slučaju

$$t = T$$

Iz formula (2) i (3) viđimo, da je točno rešenje datog zadatka moguće samo u slučaju, ako za vrijeme opažanja pomoćne zvijezde pročitamo na vertikalnom krugu zenitnu đaljinu (visinu) ove zvijezde ili zabilježemo pomoću sata sâm momenat opažanja. U prvom slučaju nije potrebno znati korekciju sata; u drugom neophodno je potrebno nju odrediti.

Za približno rješenje ovog zadatka u zavisnosti od željene točnosti, moguće je smatrati kraće ili đuže vrijeme faktor $\frac{\cos D}{\operatorname{sn}(D \pm \delta)}$ konstantnim. Uz takov uslov možemo sastaviti tablice ili nomograme:

1) Za direktni pronalazak azimuta polarnice za argumente Δa i φ (širina mjesta).

2) Za pronalazak koeficijenta $\frac{\cos D \operatorname{sn} z}{\operatorname{sn}(D \pm \delta) \cos \varphi}$ za argumente z (zenitna daljina pomoćne zvijezde) i φ.

3) Za pronalazak istog koeficijenta za argumente t (satni kut pomoćne zvijezde) i φ.

Mi ćemo kasnije kritički promatrati sa stajališta praktične primjene i točnosti ovi približni slučajevi rješenja postavljenog zadatka, a sada se vratimo metodi Warda.

Ward je na temelju nekog svog vlastitog mišljenja zaključio da, ako dve zvijezde kulminiraju istovremeno, ali na različitim visinama (imaju jednake rektascenzije i različite deklinacije) a njihove se deklinacije ne mjenjaju, da horizontalne koordinate ovih zvijezda (zenitne daljine i azimute) praktički sačuvaju u toku dana konstantnu proporcionalnost. Na mjesto da uzmemo dvije zvijezde sa istovremenom kulminacijom, možemo uzeti dvije zvijezde, čije se kulminacije dešavaju u određeno vrijeme jedna za drugom, ako opažanje na svaku od ovih zvijezda izvršimo uzastopce sa razlikom međuvremena, jednakom razlici vremena njihovih kulminacija.

Na temelju ovakovog zaključka Ward predlaže računati azimut polarnice pomoću formule:

$$A = \mu \, \Delta a$$

pri čemu u svrhu određenja faktora

$$\mu = \frac{A}{\Delta a}$$

on računa azimute polarnice i pomoćne zvijezde ne pomoću općenitih formula

$$\sin A = \frac{\cos D}{\cos \varphi} \sin Q$$

$$\sin a = \frac{\cos \delta}{\cos \varphi} \sin q$$

nego pomoću specijalnih formula za momenat elongacije

$$\sin A = \frac{\cos D}{\cos \varphi}$$

$$\sin a = \frac{\cos \delta}{\cos \varphi}$$

Širinu Ward određuje pomoću formule

$$\varphi = H + \mu \, \Delta h$$

gde je H — visina polaris

h — visina pomoćne zv.

Faktor μ je i za širinu isti kao i za azimut.

Ward u svome članku daje ovakov primjer:

15 aprila 1926 god. oko 42° sjev. čirine opažan je alkaid (Benetnaš) u položaju gore i desno od polaris.

Dobiveno je

$$\Delta a = 10^0 \, 2' \, 30''$$

te poslije uvođenja refrakcije

$$H = 41^0 \, 14' \, 25''$$
$$h = 72 \;\; 15 \;\; 39$$
$$\Delta h = 31^0 \, 1' \, 14''$$

Pomoću faktora μ, koji je za 1926 god. jednak 0,0237, Ward dobiva

$$A = \Delta a \times \mu = 0^0 \, 14' \, 17'' \text{ (od sjev. k zapadu)}$$
$$\varphi = H + \Delta h \times \mu = 41^0 \, 56' \, 32''$$

Dakle mi imademo podatke

$$\varphi = 41^0\ 58'\ 32'$$
$$\delta = 49^0\ 40',\ 8$$
$$\alpha = 149^0\ 48'\ 13'$$

Sa ovim podacima sa formulama

$$\operatorname{sn} q = \frac{\cos\varphi}{\cos\delta}\operatorname{sn} a$$

$$\operatorname{tg}\frac{t}{2} = \frac{\cos\frac{\varphi-\delta}{2}}{\operatorname{sn}\frac{\varphi+\delta}{2}}\operatorname{cotg}\frac{a+q}{2}$$

dobićemo satni kut pomoćne zvijezde (η Ursae majoris)

$$t = 357^0\ 56'\ 38''$$

Dakle satni kut polarnice će za momenat opažanja biti:

$$T = 177^0\ 56'\ 38''$$

Sada, znajući satni kut polaris, njezinu deklinaciju

$$D = 88^0\ 54',5$$

i širinu, sračunaćemo azimut polaris po formuli

$$\operatorname{cotg} A = \operatorname{sn}\varphi \operatorname{cotg} T - \operatorname{tg} D \frac{\cos\varphi}{\operatorname{sn} T}$$

Tako smo dobili

$$A = 179^0\ 56'\ 54''$$

ili oštri azimut, brojeći od sjevera ka zapadu od

$$3'\ 6''$$

Na takov način je određenje Wardovo pogrešno za veličinu od

$$14'\ 17'' - 3'\ 6'' = 11'\ 11''$$

Gde je obećana točnost ne manja od 10″ ? i koji su to stručnjaci koji „prema mnogobrojnim pokusima“ smatraju metodu Warda dovoljno točnom?

G-n profesor Vidrin nije smio vjerovati na riječ amerikanskim stručnjacima, nego je morao prokontrolisati prednosti metode prije nego ju počne predlagati.

III

Metoda Frosta

Pređimo sada na ideju metode Warda razrađenu od g-na prof. D. V. Frosta. G-n je prof. Frost pravilno shvatio neispravnost metoda Warda i Krasovskog, ali nije dovoljno promislio ispitivanje formula i na kraju krajeva došao je do pogrešnih zaključaka.

Proučimo formulu (2). Radi skraćenja označimo

$$M = \frac{\cos D}{\operatorname{sn}(D \pm \delta)\cos\varphi} \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

pa će formula (2) preći u oblik:

$$\operatorname{sn} A = \pm M \operatorname{snz} \operatorname{sn} \Delta a \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Odredimo sada grešku, koju možemo dopustiti pri opažanju razlike Δa. Od ove će greške zavisiii točnost, sa kojom možemo mjeriti pravac na pomoćnu zvijezdu s obzirom na točnost sa kojom želimo dobiti azimut polarnice, pa prema tome i azimut zemaljskog objekta. Samo se po sebi razumije, da pravac na polarnicu moramo mjeriti što je moguće točnije.

Diferencirajmo jednadžbu (5) po A, Δa i z, — smatrajući koeficijent M konstantnom veličinom — dobićemo

$$\cos A\, d A = \mp M \cos z\, dz \operatorname{sn} \Delta a \mp M \operatorname{sn} z \cos \Delta a\, d(\Delta a).$$

Tražena će greška $d(\Delta a)$ biti jednaka

$$d(\Delta a) = \frac{\mp \cos A\, d A - M \cos z \operatorname{sn} \Delta a\, dz}{M \operatorname{sn} z \cos \Delta a} =$$

$$= \frac{\mp \cos A - M \cos z \operatorname{sn} \Delta a \dfrac{dz}{dA}}{M \operatorname{sn} z \cos \Delta a}\, d A,$$

a pošto je

$$dz = \cos\varphi \operatorname{sn} a\, dt$$

$$dA = \frac{\cos D \cos Q}{\operatorname{sn} Z}\, dt$$

to će biti

$$\frac{dz}{dA} = \frac{\cos\varphi \operatorname{sn} a \operatorname{sn} Z}{\cos D \cos Q}$$

Dakle

$$d(\Delta a) = \left(\frac{\mp \cos A}{M \operatorname{sn} z \cos \Delta a} - \operatorname{cotg} z \operatorname{tg} \Delta a \frac{\cos\varphi \operatorname{sn} a \operatorname{sn} Z}{\cos D \cos Q}\right) d A$$

Označivši

$$N = \frac{\mp \cos A}{M \operatorname{sn} z \cos \Delta a} - \operatorname{cotg} z \operatorname{tg} \Delta a \frac{\cos\varphi \operatorname{sn} a \operatorname{sn} Z}{\cos D \cos Q} \quad . \ . \quad (6)$$

dobićemo

$$d(\Delta a) = N\, d A \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Čim je veči koeficijenat N, tim grublje možemo mjeriti pravac na pomoćnu zvijezdu.

Koef. N možemo predstaviti u drugom obliku, ako uvrstimo vrijednost:

$$\frac{1}{M \operatorname{sn} z} = \mp \frac{\operatorname{sn} \Delta a}{\operatorname{sn} A}$$

i stavimo pred zagradu tg Δ a.

Dakle dobićemo:

$$N = \operatorname{tg} \Delta a \left(\operatorname{cotg} A - \operatorname{cotg} Z \frac{\cos \varphi \operatorname{sna} \operatorname{sn} Z}{\cos D \cos Q} \right)$$

a požto je

$$\frac{\operatorname{sn} Z}{\cos D} = \mp \frac{\operatorname{sn} t}{\operatorname{sn} A}$$

$$\frac{\cos \varphi}{\operatorname{sn} s} = \frac{\operatorname{sn} q}{\operatorname{sn} t}$$

biće

$$N = \frac{\operatorname{tg} \Delta a}{\operatorname{sn} A \cos Q} \left(\cos A \cos Q \pm \operatorname{snq} \cos z \operatorname{sna} \right) \quad . \quad . \quad (6)'$$

Formula (6) podesnija je od (6)', jer ona ne daje u meridijanu neodređenost.

Formulu (6)' možemo iskoristiti za određivanje satnog kuta, za koji razlika Δ a postaje maksimum (minimum $\Delta a = 0^0$, pri $t = 0^0$ ili 180^0, t. j. kada polarnicu i pomoćnu zvijezdu opažamo u meridijanu).

Radi određivanja maksimuma potrebno je koef. N, — koji ništo drugo nego derivacija Δa po A. — uzeti, da je jednak nuli. Na taj način za maksimum treba da postoji uslov

$$\mp \cos A \cos Q = \cos z \operatorname{sn} a \operatorname{sn} q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Koristeći se ovom jednadžbom lako možemo odrediti odgovarajući satni kut t. Možemo a priori očekivati da će maksimum Δ a biti blizu elongacije pomoćne zvijezde (samo sjeverne — za južne će zvijezde minimum = 0 i maksimum = 180 biti u meridijanu). Sračunaćemo po formuli za elongaciju

$$\cos t = \operatorname{tg} \varphi \operatorname{cotg} \delta$$

Satni kut t. Sada možemo za okrugle veličine t, naprimjer za intervale od 1^0, sračunati pri sadanjoj širini veličine, koje ulaze u formulu (8). Načinivši zatim razlike

$$\mp \cos A \cos Q - \cos z \operatorname{sn} a \operatorname{sn} q,$$

mi ćemo viditi da će ove razlike prelaziti iz pozitivnih u negativne ili obrnuto. Nama preostaje, da običnom interpoljacijom odredimo satni kut t, pri kojem će razlika $\mp \cos A \cos Q$ — — $\cos z \operatorname{sn} a \operatorname{sn} q$ biti jednaka nuli. Dobiveni će satni kut odgovarati maksimumu Δa.

Radi ilustracije uzimamo jedan brojni primjer.

$$\left.\begin{array}{lll} \eta \text{ Ursae majoris} & \delta = 49^0\ 37',9 \\ \text{polaris} & D = 88^0\ 56',5 \end{array}\right\} \text{epoha } 1936{,}_0 \text{ god.}$$

$$\varphi = 45^0$$

Satni kut elongacije η Ursae majoris je jednak

$$t = 31^0\ 46',6$$

t	— cos A cos Q	cos z sn a sn q	Razlika u jedinic. 4 decimala	Druga razlika
31^0	0,8618	0,8530	+ 88	
				— 51
32	0,8529	0,8492	+ 37	
				— 50
83	0,8438	0,8451	— 13	

Dakle traženi kut biće jednak

$$t_{maks} = 33^0 - \frac{13}{50} = 32^0,74$$

$$t_{maks} = 2^h\ 11^m,0$$

Smanjivši granice t za sračunavanje veličina, koje ulaze u formulu (8), naprimjer, do jedne lučne minute možemo t_{maks} dobiti veoma točno.

IV

Interesantno je izraziti satni kut $t_{maks.}$ kao funkciju širine φ i deklinacija δ i D pomoćne i polarne zvijezde.

U ovu svrhu iskoristićemo poznate općenite formule sferne trigonometrije (sl. 1)

$$-\cos A = \frac{\operatorname{sn} D \cos\varphi \pm \cos D \operatorname{sn}\varphi \cos t}{\operatorname{sn} Z}$$

$$\cos Q = \frac{\operatorname{sn}\varphi \cos D \pm \cos\varphi \operatorname{sn} D \cos t}{\operatorname{sn} Z}$$

$$\cos Z = \operatorname{sn}\varphi \operatorname{sn} D \mp \cos\varphi \cos D \cos t$$

$$\operatorname{sn} a = \frac{\cos\delta \operatorname{sn} t}{\operatorname{sn} z}$$

$$\operatorname{sn} q = \frac{\cos\varphi \operatorname{sn} t}{\operatorname{sn} z}$$

$$\cos z = \operatorname{sn}\varphi \operatorname{sn}\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t.$$

Pomoću ovih formula jednadžbu (8) možemo predstaviti u ovakovom obliku:

$$\pm \frac{(\mathrm{sn}\, D \cos\varphi \pm \cos D\, \mathrm{sn}\, \varphi \cos t)\ \ (\mathrm{sn}\, \varphi \cos D \pm \cos\varphi\, \mathrm{sn}\, D\, \mathrm{sn}\, t)}{1-(\mathrm{sn}\, \varphi\, \mathrm{sn}\, D \mp \cos\varphi \cos D \cos t)^2} =$$

$$= \frac{\cos\varphi \cos\delta\,(1-\cos^2 t)\ (\mathrm{sn}\, \varphi\, \mathrm{sn}\, \delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t)}{1-(\mathrm{sn}\, \varphi\, \mathrm{sn}\, \delta + \cos\varphi \cos\delta \cos i)^2}$$

Nakon množenja, sabiranja sličnih članova i neznatnih transformacija dobićemo:

$$\begin{aligned}
&\cos^5 t \mp \mathrm{tg}\, \varphi \frac{\mathrm{sn}\,(D \mp \delta)}{\cos D \cos\delta} \cos^4 t - 2\cos^3 t \\
&\pm \mathrm{tg}\, \varphi \left[\mathrm{tg}\, D \left(\frac{\cos 2\delta}{\cos^2\delta} + \frac{\cos 2\varphi}{\cos^2\varphi} \right) \mp \mathrm{tg}\, \delta \left(\frac{\cos 2D}{\cos^2 D} + \frac{\cos 2\varphi}{\cos^2\varphi} \right) \right] \cos^2 t \\
&\pm \left[4\, \mathrm{tg}\, D\, \mathrm{tg}\, \delta\, \mathrm{tg}^2 \varphi \pm \frac{1-\mathrm{sn}^2 \varphi\, \mathrm{sn}^2 D}{\cos^2 D \cos^2\varphi} \mp \right. \\
&\left. \mp \frac{1-\mathrm{sn}^2\varphi\, \mathrm{sn}^2\delta}{\cos^2 D \cos^2\varphi \cos^2\delta} \left(1 - \cos^2 D \frac{\cos 2\varphi}{\cos^2\varphi} \right) \right] \cos t \\
&\left. \begin{aligned}
&\mp \frac{\mathrm{tg}\, D\, \mathrm{tg}\, \varphi}{\cos^2\delta \cos^2\varphi} \left(1 - \mathrm{sn}^2\varphi\, \mathrm{sn}^2\delta \right) + \\
&+ \frac{\mathrm{tg}\, \delta\, \mathrm{tg}\, \varphi}{\cos^2 D \cos^2\varphi} \left(1 - \mathrm{sn}^2\varphi\, \mathrm{sn}^2 D \right) = 0
\end{aligned} \right\} \ldots \quad (9)
\end{aligned}$$

Gornji predznak odgovara slučaju

$$T = t \pm 180$$

donji — slučaju

$$T = t$$

Primjenimo li formulu (8) ili (9) za južne zvijezde dobićemo isto neku veličinu t. Ovaj će satni kut odgovarati $\Delta a = 90$, kada će $\mathrm{sn}\, \Delta a$ biti maksimum.

V

Da bi smo dobili pojam o točnosti, sa kojom treba određivati pravac na pomoćnu zvijezdu, sračunaćemo azimute *A*, razlike Δa i koef. *N* za različite satne kuteve za dvije zvijezde: ζ ursae majoris i ε cassiopei i za širine $\varphi = 46^0$ i $\varphi = 60^0$. U ovom će slučaju za $\varphi = 60^0$ ζ ursae majoris biti južna zvijezda.

Podaci (epoha $1936{,}_0$ god.)

Naziv svijeta	α			δ	
polaris	1^h	40^m	14^s	88^0	$57',5$
ζ ursae majoris . .	13	21	21	55	15 ,5
ε cassiopei	1	49	46	63	21 ,4

Dolje su navedene tabele sastavljene samo za satne kuteve od 0^h do 12^h, pošto će se za satne kuteve od 12^h do 24^h ponoviti isti brojevi Δa i N samo sa obrnutim predznacima i azimuti će A biti dopune na 360°.

Tabela 1

ζ ursae majoris $\varphi = 46^0$
sjeverna zvijezda

t	A	Δ a	N	prim.
0^h	180° 0',0	0° 0,'0	+138,9	
1	22,9	40 31,8	+63,0	
2	44,3	53 35,9	+17,8	
3	181 2,7	56 9,6	+0.2	maks.
$3^h\ 0^m\ 53^s$	3,0	56 9,7	0	Δ a
4^k	17,2	54 44,2	−13,2	
5	26,5	51 16,2	−37,9	
6	30,0	46 27,4	−692,6	
$6^h\ 4^m\ 19^s$	30,0	46 3,8	∞	elong. polaris
7^h	27,3	40 34,3	+66,7	
8	18,6	33 46,4	+37,5	
9	181 4,5	26 9,8	+28,8	
10	180 45,7	17 52,1	+25,0	
11	23,7	9 4,2	+23,3	
12^h	180° 0,'0	0° 0,'0	+22,8	

Tabela 2

ζ ursae majoris $\varphi = 60^0$
južna zvijezda

t	A	Δ a	N	prim.
0^h	180° 0,'0	180° 0,'0	−194,5	
1	31,4	114 2,5	−60,7	
2	181 0,8	94 19,6	−38,7	
$2^h\ 20^m\ 3^s$	9,9	90 0,0	∞—∞	maks. sn Δ a
3^h	26,4	82 43,7	−26,2	
4	46,5	73 22,8	−31,5	
5	59,7	64 46,7	−54,5	
6	182 4,9	56 17,7	−497,1	
$6^h\ 7^m\ 13^s$	5,0	55 15,8	−∞	elong. polaris
7^h	182 1,6	47 39,1	+69,7	
8	181 51,0	38 44,2	+34,6	
9	30,4	29 26,7	+24,6	
10	181 4,3	19 50,7	+20,3	
11	180 33,4	9 59,5	+17,9	
12^h	180° 0,'0	0° 0,'0	+17,8	

Tabela 3

ε cassiopeiae $\varphi = 46^0$
sjeverna zvijezda

t	A	Δ a	N	prim.
0^h	180° 0,'0	0° 0,'0	−55,4	
1	179 36,3	20 10,4	−43,3	
2	14,3	32 31,4	−24,2	
3	178 55,5	37 50,2	−10,0	
$3^h\ 50^m\ 11^s$	43,3	38 55,2	0	maks. Δ a
4^h	41,4	38 53,3	+2,2	
5	32,7	37 24,8	+24,8	
$5^h\ 55^m\ 41^s$	30,0	34 36,1	+∞	elong. polaris
6^h	30,0	34 20,3	−499,8	
7	33,5	30 8,8	−43,1	
8	42,8	25 7,1	−26,9	
9	178 57,3	19 26,1	−21,5	
10	179 15,7	13 14,9	−19,1	
11	37,1	6 42,8	−17,8	
12^h	180° 0,'0	0° 0,'0	−17,5	

Tabela 4

ε cassiopeiae $\varphi = 60^0$
sjeverna zvijezda

t	A	Δ a	N	prim.
0^h	180° 0,'0	0° 0,'0	−203,0	
1	179 26,2	57 42,1	−27,9	
$1^h\ 54^m\ 15^s$	178 58,5	62 42,5	0	maks. Δ a
2^h	55,7	62 41,8	+1,4	
3	29,6	59 58,6	+10,7	
4	9,0	55 5,8	+20,6	
5	177 58,4	49 19,5	+48,6	
$5^h\ 52^m\ 47^s$	55,0	43 47,7	+∞	elong. polaris
6^h	177 55,1	43 1,0	−378,8	
7	178 0,3	36 21,5	−43,7	
8	13,5	29 25,9	−25,1	
9	33,6	22 17,1	−18,8	
10	178 59,2	14 57,7	−16,0	
11	179 28,6	7 31,3	−14,6	
12^h	180° 0,'0	0° 0,'0	−14,2	

Ispitivauje sračunatih tablica pokazuje nam, da za svaku sjevernu zvijezdu u toku zvjezdanog dana postaje dva kratka vremenska međuprostora, kada će određivanje azimuta polarnice po razlici Δa biti nepouzdano, jer će za vrijeme onog međuprostora koeficijenat N biti blizu nuli, a po tom će se i greška A vrlo povečati. Ovi međuprostori padaju na vrijeme maksimuma Δa.

Kako se vidi iz tabele 1 pri opažanju ζ ursae majoris za 53 vremenskih sekunada do maksimuma Δa, ako želimo dobiti azimut polarnice po razlike Δa sa točnošću $\pm 10''$, moramo odrediti ovu razliku Δa sa točnošću (form. 7)

$$d\,(\Delta a) = \pm\, 0{,}2 \times 10 = \pm\, 2''$$

Osim toga će se razlike Δa u tuko pola dana ponoviti dva puta (u toku druge polovice dana one će se ponovno ponoviti, ali već sa suprotnim predznakom).

Sve ovo neophodno je potrebno uzeti u obzir pri sastavljanju tablica za određivanje azimuta polaris A po argumentima: širina mjesta φ i razlika Δa.

Treba za svaku širinu i zvijezdu pokazati vrijeme maksimuma Δa da nebi opažać pogodio opasni međuprostor. A pogoditi ovaj međuprostor vrlo je lako.

Za η ursae majoris za $\varphi = 45^0$

jedan će od ovih međuprostora biti

1 maja	oko	1^h	17^m	sredn. lokaln. vrem.[9])
1 juni	„	23	15	„ „ „
1 juli	„	21	17	„ „ „
1 avgusta	„	19	15	„ „ „

Za ζ ursae majoris $\varphi = 46^0$

1 maja	oko	1^h	2^m	sredn. lokaln. vrem.
1 juni	„	23	0	„ „ „
1 juli	„	21	2	„ „ „
1 avgusta	„	19	1	„ „ „

Za ε cassiopei $\varphi = 46^0$

1 avgusta	oko	1^h	18^m	sredn. lokaln. vrem.
1 septembra	„	23	16	„ „ „
1 oktobra	„	21	18	„ „ „

[9]) Navedeno je vrijeme uzeto za grinički meridijan (epoha 36 g.) popravku je za dužinu na svaki sat jednaka približno 10^s i za naša ispitivanja ne igra nikakovu ulogu.

Za ε cassiopei $\varphi = 60^0$

1 septembra oko $1^h\ 11^m$ sredn. lokaln. vrem.
1 oktobra „ 23 14 „ „ „

Kako vidimo opasni momenti padaju na vrijeme, koje je inače dosta zgodno za određivanje azimuta. Htjeli ne htjeli moramo doći do jednog zabavnog zaključka — Ispitivana metoda ima svrhu eliminisati određenje vremena, koje iz nepoznatog razloga plaši pronalazače novih metoda. Međutim barem grubo znanje vremena, pri primjeni ove metode, neophodno je potrebno. Ne treba zaboraviti činjenicu, da, ako je nama poznato vrijeme do jedne minute točno, to opažajući polarnu zvijezdu pri satnom kutu 4 sata, t. j. za 2 sata do elongacije, pri $\varphi = 46^0$ odredićemo azimut polarnice sa točnosti

$$d\,A = \pm \frac{\cos D \cos Q}{\operatorname{sn} Z}\,dt = \pm\ 12'',$$

a pri satnom kutu 5 sati, t. j. za 1 sat do elongacije — sa točnosti $\pm\ 6''$. Blizu pak elongacije možemo pogrešiti u jednu ili drugu stranu za 15 minuta, a ipak ćemo pri $\varphi = 46^0$, dobiti azimut polarnice na točnost $\pm\ 10''$.

Smatram da će sa takovom točnosti vrijeme uvijek biti poznato. Dakle ako iskoristimo tablicu azimuta polarnice, koje se daje za svaku godinu u Conn. des temps po argumentima satni kut i širina, dobićemo mjesto meridijana na horizontalnom krugu bez naročitih računa pomoću običnog sabiranja i oduzimanja, ako ćemo se, naravno, zadovoljiti sa točnosti koju nam mogu pružiti ranije sračunate tablice, o kojima ćemo govoriti kasnije.

Pri opažanju polarnice blizu elongacije mi smo vezani za određeno vrijeme. Zar neće biti jednostavnije, ako već ne možemo izbjeći određenje vremena, prije opažanja polarnice izmjeriti visinu kakove god sjajne poznate zvijezde, ne blizu meridijana i zabilježiti momenat mjerenja pomoću džepnog sata. Zabilježivši pomoću istog sata momenat stavljenje vertikalnog konca na polarnicu za vrijeme određenja njezinog azimuta, mi ćemo imati podatke za točno sračunavanje (u koliko to dopušta točnost instrumenata) azimuta polarnice čak i u meridijanu. Naravno, pri ovome se predpostavlja upotreba astronomskog kalendara; ali zar i ispitivana metoda ne zahtjeva ovu upotrebu radi određenja razlika rektascenzija polarnice i pomoćne zvijezde plus ranije sračunate tablice ili nomograme, koji već u sebi, kako ćemo viditi kasnije, sadrže veoma znatne pogreške.

Moguće je izbjeći određenja vremena, ako se odreknemo sjevernih zvijezda. Južne zvijezde nemaju opasnog međuprostora, kako se to vidi iz tabele 2 (neodređenost pri maksimum sn Δ a ne smeta, pošto se tablice sastavljaju ne po sinusima Δ a, nego po samim kutevima Δ a). Ali se u ovom slučaju moramo odreći, čak i pri srjednim širinama, zvijezda velikog medvjeda, koje još može da uhvati u durbin teodolita neizvježbani opažač. Uzevši malo poznatu pomoćnu zvijezdu sa velikom vjerovatnošću možemo očekivati da će opažač stavljajući durbin na oko pogrešiti i uzeti neku drugu zvijezdu. Osim toga južne zvijezde zalaze, dakle je vrijeme opažanja ograničeno.

Odstraniti neodređenost vezanu za opasni međuprostor moguće je, kako je to sasvim ispravno opazio g-n prof. Frost, ako u momenat opažanja pomoćne zvijezde pročitamo na vertikalnom krugu zenitnu daljinu (visinu) ove zvijezde, a zatim sračunamo azimut polarnice pomoću formule (2). Ali, ako imamo već zenitnu daljinu pomoćne zvijezde, lako ćemo sračunati korekciju sata, dakle će čitanje na horizontatnom krugu pri opažanju pomoćne zvijezde biti suvišno.

Dakle primjena tablica za određenje azimuta polarnice, sastavljenih po argumentima Δa i φ, stvar je, koja ni izdaleka nije jednostavna. Ove tablice u nekim momentima mogu zavesti u zabunu neizvježbanog opažača.

Pređimo sada ka drugoj vrsti tablica za određenje koeficijenta $\frac{\cos D \operatorname{sn} z}{\operatorname{sn}(D \pm \delta) \cos \varphi}$ po argumentima z i φ.

Takove su tablice bolje od gore navedenih, pošto one ne sadržavaju u sebi nikakovih iznenađenja i mogu biti iskorišćene u toku čitave noći. Ali u ovom slučaju ostaju na snazi primjedbe o suvišnosti čitanja na horizontalnom krugu pri opažanju pomoćne zvijezde i osim toga ove tablice, kao i tablice sastavljene po argumentima Δa i φ za direktno određenje azimuta polarnice, sadrže u sebi greške; na određivanje ovih grešaka mi sada i pređimo.

VI

Tablične greške

Sastavljati tablice ima smisla, kada će ove biti upotrebive barem u toku jedne godine. Da bismo dobili pojam, kako će uticati promjena deklinacija polarnice i pomoćne zvijezde u toku godine dana na azimut polarnice diferencirajmo jednadžbu (2) po A, D i δ; pa ćemo dobiti:

$$d A = \pm \frac{\operatorname{sn} z \operatorname{sn} \Delta a}{\cos \varphi \cos A \operatorname{sn}(D \pm \delta)} \left[\operatorname{sn} D \, d D + \cos D \operatorname{cotg}(D \pm \delta) \, d(D \pm \delta) \right]$$

Uvrstivši značenje $\operatorname{sn} \Delta a$ iz jednadžbe (2) i nakon skraćenja dobićemo:

$$d D = \mp \operatorname{tg} A \operatorname{tg} D \, d D \mp \operatorname{tg} A \operatorname{cotg}(D \pm \delta) \, d(D \pm \delta) \quad . \ . \ (10)$$

Iz ove jednadžbe (10) vidimo da će greška u azimutu polarnice zavisiti u glavnom od greške deklinacije ove zvijezde i da će za datu širinu maksimum dA biti za vrijeme elongacije polarnice, t. j. u najbolji momenat za određenje azimuta. Sa povećavanjem širine greška će se povećavati.

(Nastaviće se)

Ing. **Милан Дражић**
доцент универзитета

Парцелација — деоба

Деоба неке катастарске парцеле на ситније делове назива се у пракси парцелацијом. Да би се парцелација могла извршити потребно је имати план парцеле која треба да се дели и размеру по којој треба делити дотичну парцелу. У пракси парцелација се јавља у малом обиму код свих наследних, женидбених, удадбених, и продајних трансакција а у великом обиму код деобе аграрног земљишта, комасација, деобе пашњака (пашњачке задруге, земљишне заједнице итд.). Док је код првих размера по којој треба делити изражена обично разломком ½, ⅓, ¼ и слично, код ових других је изражена одређеном површином у хектарима или јутрима или у економској вредности замљишта код комасације.

Парцелација се може извршити графички или рачунски. Графички начин се још и може употребити код нових планова, док код старих планова са великим усухом није ни мало сигуран, пошто усух није једнак у свима правцима.

У овом саставу изложићу рачунски начин парцелисања, који сам применио код деобе аграрног земљишта у реону вршачког аграрног уреда.