

Инж. Лав Сопцко, професор.

### Чехословачка основна (закладна) катастарска триангулациона мрежа

Као што се може видети из чланка г. инж. Свечникова у нашем часопису\*), при постојећем темпу рада на стављању триангулационе мреже за нови катастарски премер, може се очекивати да ће се цео теренски рад завршити у 1937 год.

У вези с тим се ставља на дневни ред питање о изједначењу катастарског поступка за све делове уједињене отаџбине, као и увођење јединих катастарских правилника за све техничке радове око катастра. А то на првом месту захтева за целу државу, како у смислу непрекидне везе, тако и у смислу јединства, јединих система пројекција, изједначења координата и јединства мера дужина (укидање хватске јединице и прелаз на јединицу метричку).

Пошто решавање овог питања стоји у тесној вези са постојећом триангулационом мрежом у крајевима, који су били под Аустро-Угарском, то је за нас од великог и практичног интереса да упознамо шта су преузеле државе, наследнице бивше Аустро-Угарске, у смислу искоришћавања триангулационих мрежа, постојећих на њиховим територијама у катастарске сврхе.

Од ових држава тај је проблем потпуно решила Чехословачка Република, која већ од 1927 год. располаже за целу државу јединственом основном (I-ог реда) катастарском триангулационом мрежом.

За то би смо хтели да упознамо наше читаоце са резултатима постигнутим при стварању те јединствене катастарске триангулационе мреже, од наших чехословачких колега.

\*

Узрок, због којег су Чехословаци покренули питање о јединственој основној мрежи, лежао је у томе, што су катастарске мреже бивше Аустро-Угарске Империје веома разнолике и по свом постанку и по својој тачности. Најстарије од њих, постављене пре 100 година, не одговарају тачности савременог катастра. Осим тога координате тих старих мрежа:

\*) „Геометарски и Геодетски Гласник“ св. 3. стр. 107—115 1934 год.

израчунате су у пројекцијама, које су математички неодређене.\*)

Таквих система пројекција у Чехословачкој постоје три: једна за Чешку провинцију (Бохемија) са почетком у тачци I реда „Густерберг“ у Горњој Аустрији; друга за Моравску провинцију са почетком код торња цркве „Св. Стефан“ у Бечу, и трећа за стару маџарску катастарску мрежу са почетком у Будимпешти.

Пројекције са математичком основом постојале су две, једна са почетном тачком „Пшов“ у Прусској за провинцију Хључинско (Шлеска), била је Золднерова пројекција; друга за источни део [Словачке провинције и Подкарпатску Русију, са почетном тачком у Будимпешти, то је пројекција стереографска, која је у задње време пред рат почела да се замењује пројекцијом на ваљак, предложеном од г. Фашинга.

Математичка произвољност старих пројекција изазивала је јаке деформације дужина сразмерно са удаљеношћу одговарајућих делова мреже од почетног меридијана и онемогућавала просту трансформацију координата тачака у другу, строго математичку пројекцију. У исто време је веза катастарских мерења у граничним областима суседних пројекција била немогућа.

Према изјави инж. Кржвака, који је сам радио на аустријској триангулацији, стабилизација старих тачака вршена је много после опсервирања и зато садашњи положај ових, кад се оне могу наћи, не одговарају, више или мање, њиховим координатама.

Потпуно је индентична ситуација код нас у Словенији, Далмацији, Босни и Херцеговини, где постоје три независна и математички неодређена система пројекција и где је рад на постављању и рачунању триангулације ишао истим правцем и на исти начин\* као у Чехословачкој.

Према тек добивеном оригиналном елаборату за стару маџарску катастарску триангулацију од Румуније, која обухвата Хрватску и Словенију од пре рата, са почетном тачком код торња Иванићког манастира по свему изгледа да је изражена у произвољној пројекцији. Коначни закључак може

---

\*) Види чланак Ing. J. Křivák'a — Československá základní síť trigonometrických bodů, její geodetické zaklady a zobrazení. „Zeměměřičský Věstník“. 1928. číslo 8. Str. 149—167.



се донети тек после темељног проучавања овог обилног елабората.\*)

Ствар није била боља ни у оним пределима, где је постојала маџарска математичка пројекција (стереографска), пошто према податцима инж. Кржвака, мреже, прорачунате у тој пројекцији, полазиле су од старих тачака, чије су старе координате само прерачунате на нову пројекцију.

Због свих наведених околности, Чехословаци су одлучили да поставе нову основну мрежу, потпуно независну од старих и представљену у тачној математичкој пројекцији.

Ради уштеде у трошковима и у времену било је одлучено\*\*) да се искористи у том циљу првокласна триангулациона мрежа, израђена од Бечког Војно-Географског Института, чије су изједначене географске координате публиковане у књизи „Die Ergebnisse der Triangulierungen des k. u. k. Militär-Geographischen Institutes in Wien, I и II део.

Веома темељно испитивање, које је канцеларија за триангулацију Чехословачког Министарства финансија под вођством инж. Ј. Кржвака извела на делу те мреже који долази у обзир, довело је до веома важних закључака и тачно одредило правац, којим је требало ићи при изграђивању основне катастарске мреже. Резултати тог испитивања су објављени у чланку инж. Ј. Кржвака, наведеном у претходној примедби.

Претпоставка, да је првокласна мрежа Бечког Института израђена, и ако не беспрекорно, а оно у сваком случају са тачношћу, којом се могу похвалити најбоље геодетске установе у Европи, није се стварно потврдила у делу мреже, коју су испитивали Чехословаци.

Пре свега сам начин изједначења те мреже а за потребе земљишног премеравања није био, како се може видети из предговора публикације „Die Ergebnisse“, потпуно строг, а базирао се на једном емпиричком начину.

У чему се састојао тај „емпиричан начин“ из публикације се не види. Како пише г. Кржвак, упућен донекле у

\*) Ми се надамо да ћемо се у засебном чланку ближе позабавити особинама аустријских и маџарских триангулација, постојећих на територији наше државе.

\*\*) Види Ing. J. Křvák. Volba směru, rozměru a polohy nově základní trigonometrické sítě Československé republiky na Besselově zemském elipsoidu. Чланак у часопису „Zprávy veřejné služby technické“, 1927. бр. 21, стр. 632—637.

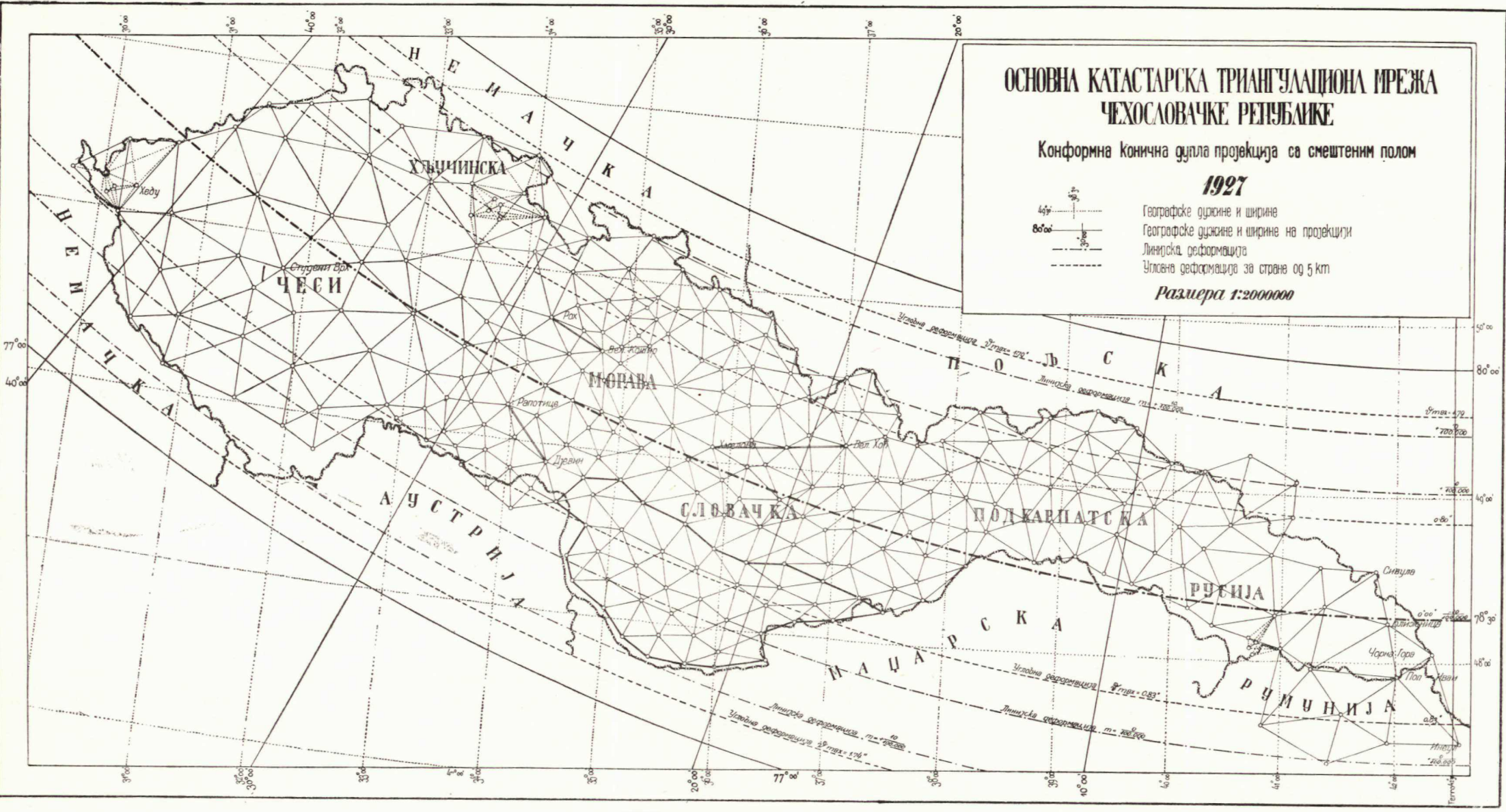
# ОСНОВНА КАТАСТАРСКА ТРИАНГУЛАЦИОНА МРЕЖА ЧЕХОСЛОВАЧКЕ РЕПУБЛИКЕ

Конформна конична дупла пројекција са смештеним полом

**1927**

- 44<sup>h</sup> — Географске дужине и ширине
- 86<sup>00</sup> — Географске дужине и ширине на пројекцији
- Линеарна деформација
- Угловна деформација за стране од 5 km

Размера 1:2000000





детаље рада Бечког Института, „стварно стање геодетске основе триангулације у Аустрији, више или мање, чувало се за себе и било је познато само појединцима“.

Нема горег од тога, него кад једна научна ауторитативна установа, као што је Бечки Војно-Географски Институт, чији се резултати рада примају за потпуно тачне, наравно у границама човечје могућности, изгуби у публикацијама својих радова научну објективност.

На жалост није пример Бечког Института усамљен и многи извештаји за неке међународне Конгресе удешавају се тако, да се најслабије тачке рада прикривају или испуштају.

У сваком случају, Чехословаци су открили да у испитиваном делу мреже постоје отступања која нису у сагласности са публикованим изравнатим подацима.

Тако су стране *Рајошице—Дјевин* и *Рох—Вељки Косирж*, везане једна за другу са два централна система од шест троуглова свака, дале различите дужине, ако их прорачунамо с једне стране директно из географских координата, с друге, из самостално изравнатих централних система, који се базирају на стране *Амброжњи—Рајошице* и *Вељки Косирж—Брдо*, (види карту) добивене разлике су:

$$\begin{aligned} &+ 1,^m60 \text{ за страну } \textit{Рајошице—Дјевин} \\ &\text{и} + 2,^m28 \text{ за страну } \textit{Рох—Вељки Косирж}. \end{aligned}$$

С обзиром на несигурност мреже Бечког Института Чехословаци су одлучили да је искористе на следећи начин:

*Прво* — поунити све празнине, које су постојале у мрежи, а нарочито ону у центру Моравске.

*Друго* — извршити опсервирање на свим новим тачкама и на оним старим, где би то требало или услед допуњања мреже, или ради контроле.

Овако састављену мрежу сматрати као једну целину за целу државу. Она је обухватила 237 триангулационих тачака, од којих су 107 биле потпуно индентичне са тачкама Бечког Института, а осталих 130 тачака или су потпуно нове или су успостављене на приближно истим местима, где су биле старе тачке (види карту).

Сачувана су стара опсервирања на 42 тачке у Чешкој провинцији и на 22 тачке у Поткарпатској Русији.

*Треће* — изједначити целу мрежу према строгом начину најмањих квадрата.

То је изведено само с том изнимком, да је југозападни део мреже у Словачкој, чија је опсервација била завршена тек крајем 1926, са 11 везних и 31 новом тачком била излучена из општег изједначења, да би се убрзао рад. Излучени део је био изравнат самостално са прикључком на изравнату мрежу.

Главно изједначење обухватило је 237 тачака, 1266 обостраних праваца, 397 троуглова, што је дало 559 нормалних-корелатних-једначина.

Заједничко решење таквог огромног броја нормалних једначина са одређивањем 1266 непознатих поправака захтева при употреби Гаусовог логаритма, вишегодишњег рачунског\*) рада, јер онемогућује поделу посла између неколико самосталних група.

Пошто је рад на стварању опште основне катастарске мреже био за Чехословачку веома хитан, то је руковалац рачунских радова инж. Ј. Кржвак предложио нови начин решавања нормалних једначина поступним приближавањима са поделом на самосталне групе\*\*).

Тај начин решавања у толико је убрзао рад, да је целокупно изједначење било изведено у току једне године! Нормалне једначине су биле подељене на 70 група.

Рачунање корелатних вредности било је поновљено 92 пута.

Тачност рачунања види се из тога да су нормалне једначине задовољене са максималним отступањем од  $\pm 0,00009$ ; исто отступање у поправкама појединих праваца достиже  $\pm 0,00002$ , а отступање у логаритмима страна троуглова не превазилази  $\mp 0,000\ 000\ 001$ .

Излучени део мреже (на карти он је уоквирен дебелим линијама) био је изравнат накнадно са 87 нормалних једначина.

\*) Према прорачуну инж. Свечникова у нашем часопису (1934 св. 3, стр. 110) за решавање 320 условних једначина по начину најмањих квадрата потребно је 11 година.

\*\*) Основе свог начина инж. Ј. Кржвак је објавио у часопису „Zprávy veřejné služby technické и то у бројевима за 1923 г., бр. 15, чланак „Zjednodušení řešení normálních rovnic, jež vznikly při nezávislém měřovém vyrovnání jednoduchých triangulačních obrazců bez přepon, a byli-li všechny směry oboustranně měřeny.“ и за 1927 г., бр. 10 чланак „Řešení normálních rovnic připojováním nebo spojováním.“



Према изједначењу средња квадратна грешка за један правац у основном изравнању износи  $\pm 0,81$  а у допунском —  $\pm 0,88$ .

У задње време, нарочито у Русији, интерес ка упрошћавању и убрзавању рачунских радњи при решавању многобројних нормалних једначина, много је порастао.

И начин, предложен од инж. Кржвака, заслужује да о њему буду обавештени и шири кругови.

*Четврто* — оријентисати и наместити на тело, изабрато за упоређење са земљином куглом (елипсоид Беселову), целокупну основну мрежу на најтачнији начин.

Пошто наша браћа Чехословаци нису хтели да предузимају специјалне радње, потребне за решавање тог проблема, као што су мерење основица, астрономска опажања, гравиметричка мерења, а у вези са тим и понављање угловних опажања на свима тачкама мреже, што би одуговлачило стварање основе за катастар и захтевало доста великих материјалних издатака, — они су одлучили да нађу највероватније решење на основу старих података Бечког Географског Института.

И тај су задатак они извршили на следећи начин.

На основу изравнатих праваца и, дакле углова, и полазећи од азимута и дужине стране у мрежи Шмелова — Вел. Хоћ Бечког Института (види карту) биле су прорачунате стране и азимути свих троуглова изравнате основне мреже а помоћу њих равноугле координате у пројекцији изабратој за катастарска снимања.

С друге стране географске координате свих идентификованих тачака које улазе у нову мрежу и припадају истодобно мрежи Бечког Географског Института, њих 107 по броју, биле су претворене у правоугле координате изабрате пројекције.

За пројекцију је примљена дупла конусна пројекција с прелазом од Беселовог елипсоида на куглу са премештеним полом за угао од  $30,28813975$  у равни мердијана са дужином  $\lambda = 42,5$  од Фера а у правцу Чехословачке републике; са кугле тачке се пројектују на конус чија се оса поклапа са помереном осом кугле. Конус сече куглу на два места под тим условом, да деформација дужина у пројекцији према одговарајућим вредностима на кугли не превазилази  $1:10.000$ . Координатни почетак на развијеној коничкој површини (у

равни пројекције) изабрат је тако, да се цела држава налази у првом квадранту или да свака њена тачка има позитивне координате. Том услову одговара тачка, која лежи на меридијану са дужином  $\lambda = 42^{\circ}30'$  на отстојању 138.414,550 m. од паралеле са ширином  $\varphi = 47^{\circ}30'$ .

Чехословаци су усвојили аустриски систем правоуглих координата, где је позитивна апсцисна оса управљена према југу, а позитивна ординатна оса према западу, а азимут се читају од правца на југ преко запада, севера и истока, т. ј претстављају, дакле, т. з. „јужне кутове“ (види карту.) Узгред буди речено да у избору позитивних делова апсцисних и ординатних оса у системима правоуглих координата постоје доста разлика у различитим државама. Док се код нас оне поклапају са правцима за осу  $x$  — на север, за осу  $y$  — на исток; у Аустрији и Маџарској — као што је приказано горе; а у Француској — оса  $x$  иде на исток, а оса  $y$  — на север.

Требло би да се Међународна Федерација Геометара у првом реду заузме, да у целом цивилизованом свету буде примљен јединствен систем правоуглих координата, што ће много упростити читање геодетских расправа.

За сваку истоветну тачку у упоређеним мрежама добивена два пара координата била су искоришћена, и то на шест различитих начина, ради проналажења највероватнијег положаја мреже на земаљском елипсоиду. Ово је постигнуто путем мале измене у оријентацији мреже, у њеној размери и у малом померању изабратог координатног почетка а под условом да се не би геометријски облик какве изједначене мреже променио и да би збир квадрата заосталих координатних разлика за идентичне тачке двеју мрежа био најмањи.

Сваки начин се разликовао од другог групом изабратом за упоређење идентичних тачака. Тако су у прву групу узете свих 107 тачака. заједничких за обе мреже; за другу 42 тачке западног дела државе, које се налазе у Чехословачкој провинцији; за трећу 30 тачака централног дела државе; за четврту 22 тачке на истоку, у Подкарпатској Русији; за пету 12 тачака које припадају граничном полигону Словачке, и најзад, за шесту 9 тачака граничног полигона у Моравској.

Помоћу заосталих координатних разлика била су прорачуната квадратна отступања за апсцисе  $m_x$ , за ординате  $m_y$  и



укупно линеарно отступање тачака  $m_s$ . Добивене резултате приказује следећа таблица:

Г Р У П Е	У МЕТРИМА		
	$m_y$	$m_x$	$m_s$
	±	±	±
I група . . . . .	1,5954	2,5288	2,9900
II " . . . . .	0,1460	0,1469	0,2071
III " . . . . .	0,5591	0,5368	0,7751
IV " . . . . .	0,4527	0,4697	0,6524
V " . . . . .	0,5805	4,1466	4,1871

Из ове таблице се види да најмања отступања даје II група, према којој је била фиксирана нова основна мрежа на помоћној кугли, иначе на Беселовом елипсоиду.

Природно је, да у изабратом положају мреже само 42 тачке II групе имају мале разлике између дефинитивних координата ( $X_k, Y_k$ ) и координата ( $X_b, Y_b$ ) одговарајућих изравнавању Бечког Института; у осталим крајевима, нарочито за Подкарпатску Русију, ове разлике достижу осетне вредности. Тако за граничне источне тачке (в. карту) имамо (у метрима):

И М Е Т А Ч К Е	$Y_k - Y_b$	$L_k - L_b$
Сивула . . . . .	- 0,1353	+ 17,6741
Ближница . . . . .	+ 0,8765	+ 16,6959
Чорна хора . . . . .	+ 1,7153	+ 16,8813
Нон Иван . . . . .	+ 1,6593	+ 16,2380
Инсул . . . . .	- 3,4415	+ 16,4324

Ове осетне разлике у апсцисама Инж. Кржвак тумачи да су проузроковане погрешном оријентацијом дела мреже Бечког Института у Подкарпатској Русији и окретом мог дела према једном центру, чији би се највероватнији положај могао одредити према вредностима ( $Y_k - Y_b$ ) и ( $X_k - X_b$ ).

Ради контроле, биле су прорачунате помоћу базисних мрежа а из страна нове мреже дужине три основице, које се налазе у мрежи и измерене од стране Бечког Института, и то у Ческој око Хеби, у Хључинској око Јозефова и југоисточном делу Поткарпатске Русије (в. карту). Добили су следеће разлике:

Зв основицу код Хеби	+ 10,79 <sup>m</sup> /m	на 1 km или релат. гр. од 1:100,000
" " " Јозефова	- 1,07 <sup>m</sup> /m	" 1 km " " " " 1:1000,000
" " у Подкар. Русији	- 15,32 <sup>m</sup> /m	" 1 km " " " " 1:67.000

Инж. Кржвак у свом чланку\*) о тим разликама пише овако :

„Да неби читалац, на основу горе наведеног, посумњао у тачност мерења на војној или новој триангулацији где се средња отступања, која се односе на истоветне групе индентичних тачака, готово поклапају, он може видети из даљег, да су горња отступања пре постала од скретања једних делова војне мреже према другима но од деформације страна троуглова.“

Ово објашњење нас не може задовољити, јер само окретање једног дела мреже према другој ма да мења узајамно од спајања између тачака које се налазе у различитим деловима мреже не може утицати на дужине страна троуглова, који припадају једном те истом делу мреже, што је случај са испитаним основицама.

Много би логичније било објаснити то релативно отступање у дужинама ових трију упоређених основица тиме, да није компарирање мерећих прибора, искоришћених за мерење свих основица, било изведено а у сва три случаја са истом тачношћу.

(Наставиће се)

## До које тачности може аерофотографија да задовољава Катастарско снимање

Уредништво у жељи да упозна своје читаоце са питањима фотограметрије, у колико се односе на практичну примену у катастарским циљевима, отвара овим рубрику у којој ће се трудити, да изнесе мишљења меродавних као покушаје извршене у разним земљама.

У овом преводу износи се мишљење Г. О. V. Gruber-а из Јене (Немачка) једног од најпознатијих немачких стручњака по питањима фотограметрије. Узгред буди речено, да је г. Грубер први применио терестричку фотограметрију у нашој земљи и то 1914 год. у Јужној Србији ради проширења же-

\*) Zpr. ver. služ. techn. 1927, бр. 21 стр. 636.