вољно густа са просечним отстојањем од 600 м. Укупан број тачака на површини атара од 1929 год. (око 5200 ha) био је 146 од којих 107 општинских (предратних и послератних) а остало државних тачака.

Тригонометријска мрежа одређена било од општинских било од државних органа није била оне прецизности као што смо споменули за стару београдску тризнгулацију али је била далеко испод прописане тачности за тачке 3 и 4 реда т. ј. разлика између опажаног и рачунатог правца код тачака 3 реда била је далеко од дозвољене т. ј. од 15" „а код 4 реда од 25".

(Наставиће се)

Univ. prof. ing. D. Frost

Određenje astronomskog meridijana i geografskih koordinata bez kronometra i logaritmičkog računanja.

I ako imamo ceo niz različitih metoda za određenje astronomskog meridijana i geografskih koordinata ipak se pojavljuju nove metode, koje u praktične svrhe, a naročito kod određenja u više točaka, imaju neku prednost zbog svoje jednostavnosti i brzoga izračunavanja, kao n. pr. pomoću raznih tabela Perzinsa, Wirtza, Albrechta itd.

K takim metodama pripadaju također načini određenja meridijana iz opažanja dviju zvezda i to polarnice i još koje druge pomoćne zvezde kroz određeni interval vremena.

I. *Određenje astronomskog meridijana.*

God. 1925 amerikanski rudarski inženjer Howard R. Ward u časopisu „Enginering and Mining Journal Press" (Vol. 119 No. 20) publicirao je članak „Ward method of meridian and Latitude Determination", u kome predlaže određenje astronomskog meridijana i geografske širine iz opažanja polarnice i pomoćne zvezde kroz interval vremena, koji je jednak razlici rektascenzija ovih zvezda.

Za određenje azimuta A polarnice on je dao sledeću formulu:

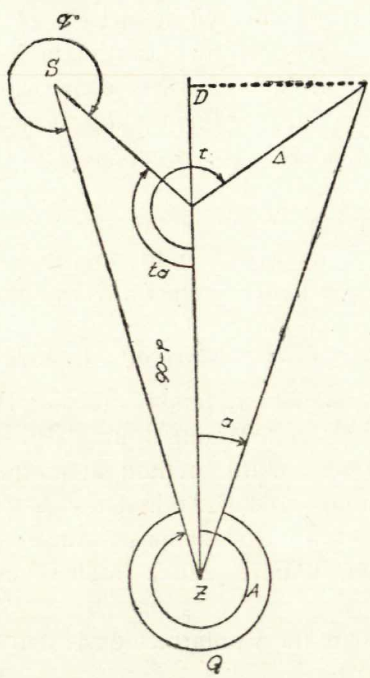
$$A = K\varphi\,(A - A_1) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

gđe je A azimut polarnice A_1 azimut pomoćne zvezde, $k\varphi$ koeficijent, koji je konstantan za određene zvezde, geografsku širinu i godinu opažanja. Kao pomoćne zvezde Ward je uzimao η Ursae Majoris ili ε Cassiopciae. Za koeficijent $k\varphi$ Ward daje za 1926 god. sledeću tabelu (Tabela I.)

Tabela I.

Geog. širina	Cassiopeiae	Ursae Majoris	Geog širina	Cassiopeiae	Ursae Majoris
41	0.04126	0 02 94	45	0 04077	0.02280
42	0.04114	0.02370	46	0 04062	0.02229
43	0 04102	0 02344	47	0 04046	0 02189
44	0.04090	0 023ı5	48	0 04028	0 02124

Skoro istovremeno sa spomenutim člankom Warda pojavila se brošura ruskog profesora F. N. Krasovskog „Određenje azimuta iz merenja horizontalnog kuta među polarnicom i pomoćnom zvezdom“, u kojem autor opaža polarnicu i pomoćnu zvezdu u istom (teoretično) vremenu i daje za određenje azimuta polarnice *a* sledeće formule (Sl. 1):



Sl. 1.

$$A = a + Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

$$\frac{\cos \varphi}{\cos \sigma_A} = k, \ \sin q = k \sin A \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

$$\frac{\sin \frac{\sigma_A + \varphi}{2}}{\cos \frac{\sigma_A - \varphi}{2}} = k_1, \ \operatorname{ctg} \frac{t_A}{2} = - k_1 \operatorname{tg} \frac{A + q}{2} \quad . \quad . \quad (4)$$

$$\Theta = \alpha_A + t_A = \alpha + t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

$$\operatorname{tg} a = \frac{- \triangle' \sin 1' \sin t}{\sin (90^0 - \varphi - \triangle \cos t)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Gde su α_A rekscenzija pomoćne zvezde, σ_A deklinacija, t_A časovni kut, A azimut; α rektascenzija polarnice, σ deklinacija, t časovni kut, a azimut; φ geografska širina, Θ zvezdano vreme, Q horizontalni kut među zvezdama, q paralaktični kut kod pomoćne zvezde.

Prof. Krasovski rešava jednačbe 2—6 iz dviju ili triju aproksimacija.

Prof. V. Vinogradov u ruskom časopisu „Geodezist“ za 1926 u članku „O određenju astronomskih azimuta pravaca po metodi prof. Krasovskoga bez logaritmičkih računa“ sastavlja po formuli

$$\operatorname{tg} A = \operatorname{tg} t \cos N \operatorname{cosec} (\varphi - N) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

gde je

$$\operatorname{tg} N = \operatorname{tg} \sigma \sec t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

tabele i nomograme, iz kojih se određuje azimut polarnice u funkciji horizontalnog kuta među polarnicom i pomoćnom zvezdom. Kao pomoćne zvezde prof. Vinogradov uzima ζ Ursae Majoris (Micar) i σ Cassiopeiae.

Tabela 2 predstavlja za 1927 god. azimute polarnice za njezin zapadni položaj prema ζ Ursae Majoris.

Tabela II.

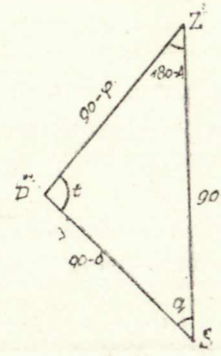
φ	A-A	0	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
44°—48°	—	—	—	—	—	—	0°19'0	0°21'7	0°24'3	0°26'9	0°29'5
	10°	0°32'1	0°34'6	0°37'1	0°39'6	0°42'1	0°44'5	0°46'9	0°49'3	0°51'7	0°54'1
	20°	0°54'4	0°58'7	1°00'9	1°03'0	1°05'1	1°07'2	1₀09'3	1°11'2	1°13'1	1°14'9
	30°	1°16'6	1°18'5	1°20'2	1°21'7	1°23'1	1°24'4	1°25'7	1°26'8	1°27'8	1°28'7
	40°	1°29'5	1°30'2	1°30'6	1°30'8	1°30'9	1°30'7	1°30'2	1°29'5	1°28'4	1°26'9
	50°	1°24'8	1°32'1	1°18'1	—	—	—	—	—	|	—

Metoda Warda je uopšte nepravilna, kao što je to dokazao prof. N. R. Abakumov u svom članku „O metodi Warda određenja azimuta i geografske širine mesta" (Tehnički buliten 1929). Kao što ćemo videti kasnije, metodu Warda možemo upotrebiti tek za približno određenje meridijana samo kod malih horizontalnih kuteva među danim zvezdama.

Metoda prof. Krasovskoga zahteva mnogo računa, ako upotrebljavamo njegove približne formule (3—7) ili računanja naročitih tabela i nomograma, kao što to radi prof. Vinogradov. Iz takih tabela, koje su sastavljene u intervalima kroz svakih 4^0 geografske širine i svaki stupanj horizontalnog kuta, određujemo azimut polarnice putem interpoliranja, što razume se ne može biti tačno.

Osnovna pogreška Warda i Krasovskega sastoji se u tome, da ne uzimaju u obzir, da jednom te istom horizontalnom kutu odgovaraju različni azimuti polarnice, kao što ćemo to pokazati kasnije.

Cilj našeg članka je odrediti točnu matematičku odvisnost azimuta polarnice A od horizontalnog kuta među pravcima na polarnicu i pomoćnu zvezdu ($A - A_1$), koje opažamo u takom intervalu vremena, da bi bili njihovi časovni kutevi jednaki.



Sl 2.

Ako su rektascenzije naših zvezda približno jednake, uzmemo $t_1 = t$ ili što je isto $s_1 - \alpha_1 = s - \alpha$ te opažamo te zvezde jednu za drugom u intervalu vremena, koji je jednak $s_1 - s = \alpha_1 - \alpha$. Ako se pak razlikuje rektascenzija pomoćne zvezde prema rektascenziji polarnice približno za 12 h ili 180^0, uzmemo $t_1 = t \mp 12\,h = t \mp 180^0$. U takom slučaju

$$\sin t_1 = -\sin t \quad \text{i} \quad \cos t_1 = -\cos t$$

Ako napišemo kod ovih uveta t. j. kod $t_1 = t$ odnosno $t_1 = t \mp 12$ h poznatu formulu (sl. 2) za azimut polarnice i pomoćne zvezde dobićemo:

$$\operatorname{ctg} A \sin t = \sin \varphi \cos t - \cos \varphi \operatorname{tg} \sigma \quad . \quad . \quad (9)$$

$$\operatorname{ctg} A_1 \sin t = \sin \varphi \cos t \mp \cos \varphi \operatorname{tg} \sigma_1 \quad . \quad . \quad (10)$$

gde je A azimut polarnice A_1 azimut pomoćne zvezde, σ deklinacija polarnice, σ_1 deklinacija pomoćne zvezde, t časovni kut, φ geografska širina.

Ako oduzmemo od jednačbe 10 jednačbu 9 dobićemo:

$$(\operatorname{ctg} A_1 - \operatorname{ctg} A) \sin t = \frac{\sin (A - A_1)}{\sin A \sin A_1} \sin t = \cos \varphi (\operatorname{tg} \sigma \mp \operatorname{tg} \sigma_1)$$

$$\sin A = \frac{\cos \sigma}{\sin (\sigma \mp \sigma_1)} \cdot \frac{\cos \sigma_1 \sin t}{\cos \varphi \sin A_1} \sin (A - A_1)$$

ili

$$\sin A = \frac{\cos \sigma}{\sin (\sigma \mp \sigma_1)} \frac{\cos h}{\cos \varphi} \sin (A - A_1) \quad . \quad (11)$$

Gde (sl. 2) za visinu pomoćne zvezde imamo:

$$\cos h = \frac{\cos \sigma_1}{\sin A_1} \sin t \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

U formuli 11 uzmemo izraz $\sin (\sigma - \sigma_1)$, ako su rektascensije naših zvezda približno jednake, odnosno izraz $\sin (\sigma + \sigma_1)$, ako je razlika odgovarajućih rektascenzija jednaka približno 12 h.

Formula 11 kaže, da je azimut A polarnice određena funkcija horizontalnog kuta $A - A_1$, među našim zvezdama t. j.

$$\sin A = f \sin (A - A_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Ako je taj horizontalni kut mali, možemo približno uzeti

$$A = K\varphi (A - A_1)$$

t. j. dobićemo formulu Warda.

Koeficijente f, $K\varphi$ i azimut polarnice, koji odčitamo od severa k zapadu ili istoku možemo unapred odrediti za odgovarajuće svezde, geografsku širinu i horizontalne kuteve, kako na tabeli III, koju smo izračunali za geogiafsku širinu 46^0 (Ljubljana(i zvezdu ζ Ursae Majoris.

Tabela III potvrđuje, da je koeficijent $K\varphi$ Warda približno konstantan samo za horizontalne kuteve do 8^0—10^0.

Tabela III.

Horizon. kut $A - A_1$	$f = \dfrac{\sin A}{\sin (A - A_1)}$	$K\varphi = \dfrac{A}{A - A_1}$	A azimut polarnice od severa ka zapadu ili istoku
1^0	0.044 344	0.044 350	0°044 350
2^0	0.044 331	0.044 322	0.088 643
3^0	0 044 314	0.044 293	0 132 879
4^0	0 044 310	0.044 276	0.177 114
5^0	0.044 303	0.044 247	0.221 235
6^0	0.044 290	0.044 216	0.265 299
7^0	0.044 247	0.044 137	0.308 962
8^0	0.044 226	0.044 085	0.352 682
9^0	0.044 210	0.044 031	0.396 287
10^0	0.044 171	0.043 949	0.439 491
11^0	0.044 138	0.043 871	0.482 581
12^0	0.044 113	0.043 796	0.525 556
13^0	0.044 065	0.043 689	0.567 958
14^0	0.044 010	0.043 576	0.610 073
15^0	0.043 955	0.043 456	0.651 845
16^0	0.043 898	0 043 333	0.693 330
17^0	0.043 840	0 043 204	0.734 471
18^0	0.043 771	0.043 057	0.775 040
19^0	0.043 700	0.042 905	0.815 207
20^0	0.043 616	0.042 704	0 854 801
21^0	0.043 530	0.042 565	0.893 880
22^0	0.043 426	0.042 370	0.932 156
23^0	0.043 322	0.042 170	0.969 917
24^0	0.043 224	0.041 974	1.007 391
25^0	0.043 101	0.041 748	1.403 720
26^0	0.042 972	0.041 516	1.079 417
27^0	0.042 844	0.041 279	1.114 542
28^0	0.042 689	0.041 012	1.148 349
29^0	0 042 524	0.040 734	1 181 297
30^0	0.042 356	0 040 449	1.213 499
31^0	0.042 168	0.040 143	1.244 441
32^0	0.041 980	0.039 834	1.274 696
33^0	0.041 746	0.039 477	1.302 773
34^0	0·041 499	0.039 108	1.329 704
35^0	0 041 255	0.038 739	1.355 890
36^0	0.040 984	0.038 343	1.380 357
37^0	0.040 698	0 037 931	1 403 449
38^0	0.040 366	0.037 474	1.424 020
39^0	0.040 028	0.037 009	1.443 387
40^0	0.039 662	0 036 520	1.460 806
41^0	0.039 274	0.036 009	1.476 392
42^0	0.038 832	0.035 449	1.488 883
43^0	0.038 374	0.034 874	1.499 598
44^0	0.037 862	0.034 251	1.507 047
45^0	0.037 336	0.033 617	1.512 774
46^0	0 036 754	0.032 933	1.514 955
47^0	0 036 118	0.032 203	1.513 580
48^0	0.035 419	0 031 420	1.508 193
49^0	0 034 656	0.030 585	1.498 682
50^0	0.033 622	0.029 516	1.475 819

Kod računanja takih tabela treba uzeti u obzir, da jednom te istom horizontalnom kutu odgovaraju dva koeficijenta i dva azimuta polarnice.

Mereni horizontalni kut očividno biće tim veći, čim je veći azimut pomoćne zvezde A_1. Maksimum poslednjeg naćićemo, ako prvu variablu jednačbe 10 defirenciramo po t i stavimo jednaku 0 t. j.

$$d\,A = \frac{-\sin\varphi + \cos t \cos\varphi \operatorname{tg}\sigma}{\sin^2 t} \sin^2 A \, dt = o$$

od tuda dobijemo, da je

$$\cos t = \operatorname{tg}\varphi \operatorname{ctg}\sigma \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

za geografsku širinu $\varphi = 45^0$ imamo za zvezdu ζ Ursae Majoris $t = 46^0\,07'$.

Od donje kulminacije ζ Ursae Majoris do ovoga njezinog časovnog kuta horizontalni kut raste, doseže svoj maksimum i posle opet pada do nule u gornjoj kulminaciji. Zbog toga u granicama časovnog kuta ζ Ursae Majoris od 0^0 do $46^0\,07'$ i od $46^0\,07'$ do 180^0 dobićemo sve vrednosti horizontalnog kuta od 0^0 do njegovog maksimuma.

Ovaj fakat, kojeg Ward i Krasovki ne uzimaju u obzir je od velike važnosti i za nas je nezgodan, jer za jedan te isti po veličini horizontalni kut dobijemo dva različita koeficijenta i dva azimuta polarnice te bez podataka o približnom časovnom kutu ili vremenu neznamo, koji koeficijent bi trebali uzeti ili koji odgovarajući azimut polarnice. Ignorisanje ovog fakta može nas dovesti do grube pogreške. Potrebno je dakle približno odrediti vreme, u koje treba uzeti taj ili onaj koeficijent odnosno azimut. Pošto je promena horizontalnog kuta od $t = 0$ do t odgovavarajućeg maksimuma ovog kuta je veća, nego u perijodi od t max do $t = 180^0$, biće tačnost određenja azimuta u prvoj perijodi približno 3 puta manja od tačnosti u drugoj periodi. Zbog toga je bolje da opažamo zvezde u drugoj periodi. Jednostavnije je uzeti takve zvezde, koje se zbog male deklinacije skrivaju za horizont do momenta svoje elongacije. Neugodnost takvih zvezda sastoji se u tome, da ih uvek ne vidimo.

Ako nećemo ograničiti vremena opažanja, moramo izračunati tabele na tri takve zvezde, od kojih mora biti gotovo uvek jedna, druga ili treća od njih vidna.

Ako opažamo zvezde pod napred navedenim uvjetom t. j. kad je $t_1 = t$ ili $t_1 = t \pm 180^0$, crta, koja veže zvezde, prolazi uvek kroz pol. Zbog toga, ako uzmemo zvezde približno na jednoj te istoj visini, biće ova njihova visina jednaka geografskoj širini t. j. $h = \varphi$ i tada mesto form. 11 imamo

$$\sin A = \frac{\cos \sigma}{\sin (\sigma \mp \sigma_1)} \cdot \sin (A - A_1) \quad . \; . \; . \quad (15)$$

gde je koeficijent $f_1 = \frac{\cos \sigma}{\sin (\sigma \mp \sigma_1)}$ konstantan. Za zvezdu ς Ursae Majoris za god. 1934. $f_1 = 0.031\,377$.

Za određenje vremena kada se zvezda nalazi na visini pola moramo u formulu 33 uzeti $h = \varphi$ t. j.

$$\sin h = \sin \varphi = \sin \varphi \sin \sigma_1 + \cos \varphi \cos \sigma_1 \cos t$$

$$\cos t = \frac{\sin \varphi (1 - \sin \sigma_1)}{\cos \varphi \cos \sigma_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (16)$$

U našem slučaju za $\varphi = 45^0$, $\sigma_1 = 55^0\,16'$ imamo $t^0 = 71^0\,46'$ te $t^h = 4^h\,47^m$.

Mesto formule 11 možemo uzeti drugu. Ako uzmemo formulu

$$\sin A = \frac{\cos \sigma}{\cos h} \sin t \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (17)$$

za polaznicu i pomoćnu zvezdu pod uvjetom jednakog časovnog kuta te razdelimo jednu jednaćinu sa drugom dobićemo:

$$\operatorname{tg} \frac{A + A_1}{2} = \frac{\cos \sigma \cos h_1 \pm \cos \sigma_1 \cos h}{\cos \sigma \cos h_1 \mp \cos \sigma_1 \cos h} \operatorname{tg} \frac{A - A_1}{2} \quad (18)$$

Uzmemo ovde u brojniku i nazivniku razlomka gornji znak, ako su rektascenzije zvezda približno jednake, te donji znak, ako je njihova razlika približno jednaka 12^h.

Ako opet opažamo zvezde kod približno jednakih visina iz formule 18 imamo

$$\operatorname{tg} \frac{A + A_1}{2} = \operatorname{tg} \frac{\sigma \pm \sigma_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\sigma \mp \sigma_1}{2} \operatorname{tg} \frac{A - A_1}{2} \; . \quad (19)$$

Sastavljanje tabele III po formuli 11 je jednostavnije, nego tabela Vinogradova, jer mesto dve tabele za svaku zvezdu trebamo samo jednu. Prividna ugodnost metode prof. Krasovskega da je nepotrebno određenje intervala vremena ne uništuje zbog pogreške od neistovremenog opažanja zvezda.

Za određenje vremenskog intervala među opažanjem zvezda nas potpuno zadovoljava običan sat ili što je još bolje sekundomer.

Ako osim horizontalnog kuta $A - A_1$ merimo još visinu pomoćne zvezde h, tada formulu 11 možemo napisati u sledećem obliku.

$$\sin A = f \cos h \sin (A - A_1) \quad . \; . \; . \; . \quad (20)$$

gde je koeficijent

$$f = \frac{\cos \sigma}{\sin (\sigma \mp \sigma_1)} \; \frac{1}{\cos \varphi} = f_1 \, f_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (21)$$

konstantan za dano vreme, dane zvezde i geografsku širinu mesta.

Za određivanje astronomskog meridijana po formuli 20 moramo dakle ovaj koeficijent f pomnožiti sa cos visine pomoćne zvezde i sa sin horizontalnog kuta među pravcima na vizirane zvezde, te iz tako izračunatog sin azimuta polarnice odredimo konačno sam azimut polarnice A. Za olakšanje računa pomoću tabela sin i cos, možemo upotrebiti sledeću formulu:

$$2 \cos h . \sin (A - A_1) = \sin (A - A_1 + h) - \sin (A - A_1 - h) \quad (22)$$

za 1934 god. imamo za različite zvezde sledeće koeficijente (tabela IV).

Tabela IV

Br.	Zvezda	Koeficijent $f_1 = \frac{\cos \sigma}{\sin (\sigma \mp \sigma_1)}$	df_1	Interval vremena medj opažanjima
42	Andromedae β	0.022744		$-33^m\ 3^s - (33^s.742 - 3^s.357).\ n$
48	Cassiopeiae σ	0.037732	$279.10^{-7}\ n$	$-17^m\ 36^s - (33^s.742 - 3^s.915).\ n$
63	Cassiopeiae ε	0.042406	$316.10^{-7}\ n$	$-10^m\ 32^s - (33^s.742 - 4^s.303).\ n$
497	Ursae Major. ζ	0.031695	$-244\ 10^{-7}\ n$	$-17^m\ 49^s - (33^s.742 - 2^s.418).\ n$
498	Virginis α	0.018805		$-17^m\ 22^s - (33^s.742 - 3^s.159).\ n$
509	Ursae Major. γ	0.029250		$-5^m\ 52^s - (33^s.742 - 2^s.366).\ n$

Koeficijent f_2 jednak sec φ dobijemo iz tabele V

Tabela V

Geograf. širina	41	42	43	44	45	46	47
Koeficijent	1.325012	1.345632	1.367227	1.390163	1.414313	1.439557	1.466280

Da odredimo sveukupnu moguću pogrešku azimuta polarnice, koji smo odredili po form. 11 diferenciramo formulu 20 te dobijemo

$$dA = \frac{1}{\cos A}\left[\begin{matrix}\cos h \ \sin(A - A_1)\, df - f \ \sin h \ \sin(A - A_1) \\ dh + f \cos h \ \cos(A - A_1)\ d(A - A_1)\end{matrix}\right]$$

ili

$$dA = \operatorname{tg} A \left[\frac{df}{f} - \operatorname{tgh} dh + \operatorname{ctg}(A - A_1)\ d(A - A_1)\right] \quad . \quad (23)$$

otkuda vidimo da će biti pogreška određena astronomskog meridijana tim manja čim je:

1. manji azimut A, zbog čega i određujemo azimut polarnice;
2. manja visina pomoćne zvezde h;
3 veći horizontalni kut $A - A_1$;
4. veći koeiicijent f

Ako nije potrebna naročita tačnost, možemo smatrati koeficijent f_1 kao konstantan u toku od više godina. Za veću tačnost gore navedenog koeficijenta moramo još dodati određene popravke df_1, koje dobijemo za odgovarajuće zvezde, ako diferencframo koeficijent f_1 (21) t j.

$$df_1 = n\,(a d\sigma + b d\sigma_1) \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (24)$$

gde je n broj godina, koje su protekle među vremenom opažanja i godinom, za koju je bio određen konficijent f_1, $d\sigma$ i $d\sigma_1$ su godišnje promene deklimacije polarnice i pomoćne zvezde te konačno

$$a = \frac{\cos \sigma_1}{206\,265 \sin^2(\sigma \mp \sigma_1)}; \qquad b = \mp \frac{\cos(\sigma \pm \sigma_1) \cos \sigma}{206\,265 \sin^2(\sigma \mp \sigma_1)} \quad (25)$$

gde uzmemo kod dvojnog znaka gornji, ako su rektascenzije naših zvezda približno jednake i donji znak, ako je razlika rektascenzija približno jednaka 12^h.

Ako uzmemo zvezdu ς Ursae Majoris i geografsku širinu $\varphi = 46^0$, dobićemo za povratak df izraz

$$df = -\ 244.10,^{-7}\ n$$

Dopustnu pogrešku koeficijenta f odredimo, ako diferenciramo formulu 20 t. j.

$$df = \frac{\cos A}{\cos h \ \sin(A - A_1)} \ \frac{dA}{206\ 265} \quad . \ . \ . \quad (26)$$

otkuda vidimo, da je dopustna pogreška f tim veća, čim je veća visina pomoćne zvezde h i čim je manji horizontalni kut $A - A_1$. Ako uzmemo $h = 45^0$ i $A - A_1 = 45^0$ $\cos A = 1$ i $dA = 10''$, dobijemo za df vrednost

$$df = \frac{2.\ 10''}{206\ 265} = \sim 0.000\ 1$$

Iz toga vidimo da je dopustna pogreška koeficijentna f mnogo veća, nego što je faktično. Naravno da možemo koeficijent f izračunati za svaki stupanj geografske širine na primer za Jugoslaviju za širine $41^0—47^0$. Ako pak imamo kaku drugu širinu, možemo približno uzeti koeficijent za bližnji celi stupanj širine ili izračunati popravak, koji dobijemo, ako diferenciramo koeficijent f_2

$$df_2 = \frac{\sin\varphi}{\cos^2\varphi}\, d\varphi \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (27)$$

gde je $d\varphi$ razlika među širinom, za koju poznamo koeficijent f i širinom mesta opažanja. Ako pa potrebujemo osobito tačne rezultate, moramo izračunati koeficijent f po formuli 21, u koju postavimo vrednost φ i vrednost $\sigma : \sigma_1$ za dan opažanja, koje uzmemo iz astronomskog kalendara za danu godinu.

Za određenje intervala vremena među opažanjima polarnice i pomoćne zvezde moramo uzeti razliku rektascenzija pomoćne zvezde i polarnice. Ako je rektascenzija pomoćne zvezde veća od 12^h oduzmemo od nje 12^h. Ako je ova razlika pozitivna, opažamo najprije polarnicu; u suprotnom slučaju viziramo najprije na pomoćnu zvezdu. Tabela IV daje ove intervale vremena.

Ovi vremenski intervali moraju biti izračunani za svaku godinu po formuli

$$\triangle s = \alpha_1 - \alpha + (\sigma\alpha_1 - \sigma\alpha)\, n \quad . \ . \ . \ . \quad (28)$$

gde je $\triangle s$ interval vremena među opažanjima zvezda, $\alpha_1 - \alpha$ razlika rektascenzija ovih zvezda za danu godinu, n broj godina koje su protekle godine, za koju poznajemo α i godina opažanja te konačno $\sigma\alpha_1 - \sigma\alpha$ razlika među godišnjim promenama rektascenzija polarnice i pomoćne zvezde. Na pr. za zvezdu ς Ursae Majoris imamo za $\triangle s$ izraz

$$\triangle s = 17^m\, 49^s - 31^s.324\, n$$

gde je n interval vremena među 1934 god. i godinom opažanja.

Kako smo već pokazali, koeficijent f po formuli 21 možemo izračunati sa potrebnom tačnošću. Zbog toga pogreška određenja astronomskog meridijana odvisna je od

1. pravilnosti merenja kuta među fiksnim objektom i pravom na polarnicu,

2. tačnosti merenja horizontalnog kuta među pravcima na polarnicu i pomoćnu zvezdu,

3. pogreške visine pomoćne zvezde,

4. pravilnosti intervala vremena među viziranjima na polarnicu i pomoćnu zvezdu.

Ad. 1. Pravilnost određenja meridijana kod svake metode zavisi prije svega od tačnosti merenja kuta među pravcima na stalnu tačku i na polarnicu. Zbog toga ovaj kut je potrebno meriti uvek u dva položaja durbina teodolita, kod čega viziramo na polarnicu (ili na pomoćnu zvezdu) za nekoliko minuta do i posle momenta, koji uzmemo za početak potrebnog intervala vremena među opažanjima zvezda

Ad. 2. Da odredimo s kakvom tačnošću moramo meriti horizontalni kut među zvezdama, diferenciramo formulu 20 t. j.

$$\cos A \, dA = f \cos h \cos (A - A_1) \, d (A - A_1)$$

ili

$$d (A - A_1) = \frac{\cos A \, dA}{f \cos h \cos (A - A_1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

otkuda vidimo da pogreška horizontalnog kuta može biti tim veća, čim je

a. manji koeficijent f

b veći kut h i $A - A_1$.

Ako uzmemo koeficijent za ς Ursae Majoris $f = 0.045$ i položimo da je $\cos A = 1$, $dA = 10''$ $\cos 4 = 1$ $\cos (A - A_1) = 1$ dobićemo $d \, (A - A_1) = \frac{10''}{0.045} = 3'7$. Ako pa opažamo ς Arsae Majoris na visini 60^0, imamo $d \, (A - A_1) = 7'4$

Ad. 3. Da odredimo sada kaka mora biti tačna visina zvezde diferenciramo formulu 20 po h te dobijemo.

$$dh = \frac{- \cos A \, d \, A}{f \sin h \sin (A - A_1)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

otkuda vidimo da pogreška određenja visine pomoćne zvezde može biti tim veća čim je

a. manji koeficijent f,

b manji kutevi h i $A - A_1$

Pošto horizontalni kut obično neće biti veći od 60^0 te visinu pomoćne zvezde nije preporučljivo uzimati previše visoku, položimo u formuli 30 $h = 60^0$ i $A - A_1 = 60^0$ te dobijemo dopustnu pogrešku u visini pomoćne zvezde kod tačnosti azimuta polarnice u $10''$

$$dh = \frac{4.10''}{0.045.3} = 4'56''$$

Faktično biće dopustna pogreška visine zvezde veća, jer je kod visine $h = 60^0$ horizontalni kut manji od 60^0.

Pogledajmo sada kakvu pogrešku možemo očekivati u horizontalnom kutu te u visini zvezde.

Pogreška merenja horizontalnog kuta je srazmerno mala i zbog toga ovaj kut možemo izmeriti samo u jednom položaju durbina. Druga pogreška horizontalnog kuta zavisi od nepravilno uzetog intervala vremena među opažanjima naših zvezda ili sa drugim rečima od nepravilnog časovnog kuta pomoćne zvezde. Pošto je pogreška horizontalnog kuta jednaka pogreški azimuta pomoćne zvezde imamo

$$d\,(A - A_1) = d\,A_1 = \frac{\sin\varphi + \cos\upsilon\,\mathrm{tg}\,\sigma_1 \cot}{\sin^2 t}\sin^2 A_1\,dt$$

$$d\,(A - A_1) = \frac{\cos\varphi\,(\mathrm{tg}\,\sigma_1 \cos t - \mathrm{tg}\,\varphi)\cos\sigma_1}{\cos^2 h}\,dt. \quad . \quad . \quad (31)$$

pogreška horizontalnog kuta usled nepravilnog časovnog kuta biće jednaka 0 kad je $\mathrm{cotg} = \mathrm{tg}\,\varphi\,\mathrm{tg}\,\sigma_1$ t j. u trenutku elongacije zvezde. Ova pogreška raste sa visinom pomoćne zvezde i zbog toga nije preporučljivo uzimati zvezde u većoj visini. Ako uzmemo visinu $h = 60^0$ dobijemo iz formule 13 za zvezdu ς Ursae Majoris izraz $\cos t = 0.71$ i zbog toga iz formule 29 imamo $d\,(A - A_1) = 0.022\ dt$. Ako učinimo kod određenja interavala vremena pogrešku $dt = 1^m = 15'$ dobijamo iz formule 31 pogrešku horizontalnog kuta $d\,(A - A_1)$ 20", t. j. manju od dopustne pogreške.

Ad 3. Pogreška visinskog kuta pomoćne zvezde odvisna je od

a. pogreške merenja,

b. uticaja refrakcije,

c. nepravilnosti određenja intervala vremena među opažanjima.

Ad. 3. Ako horizontiramo tačno teodolit i viziramo na zvezde kod srednjih visina; pogreška merenja visinskog kuta neće biti suviše velika.

Ad b. Kod tačnog određenja azimuta moramo visinu pomoćne zvezde ispraviti na refrakciju.

Ad c. Za određenje pogreške od nepravilno uzetog intervala vremena diferenciramo form. 34 imamo

$$dh = \mp \frac{\cos\varphi\cos\sigma_1\sin t}{\cos h}\,dt \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

Iz ove formule vidimo, da visina zvezde mora biti što manja, ako želimo tačne rezultate.

Ako uzmemo za zvezdu ς Ursae Majoris, kao kod horizontalnog kuta, $h = 60^0$ $t = 90^0$ i $\varphi = 45^0$ dobićemo $dh = 0.8\, dt$ Ako odredimo interval vremena sa tačnošću do $10^s = 150''$ dobićemo pogrešku $dh = 0.8 \,.\, 150'' = 2'$. U istini je ova pogreška manja

Prednost predlagane metode određenja astronomskog meridijana prema metodama Warda Krasovskog i Krasovski — Vinogradova sastoji se u sledećem:

1.) Određenje astronomskog meridijana možemo izvršiti u svaku dobu godine i svako vreme jasne noći:

2) Nisu potrebne opširne tabele;

3.) Možemo uzeti različne zvezde, za što kod metode Krasovskog — Vinogradova je potrebno računanje tabela, koje važe za ograničeno vreme;

4.) Moguće je istovremeno određenje geografskih koordinata;

5.) Omogućena je kontrola pomoću formule 18;

6.) Računanje se vrši bez logaritama pomoću tabela naravnih sin i cos.

II. Određenje geografskih koordinata.

Kako smo već kazali predlaganu metodu određenja astronomskog meridijana je moguće združiti sa određenjem geografskih koordinata, u koju svrhu moramo osim visine pomoćne zvezde izmeriti još visinu polarnice.

1. Određenje geografske širine.

Ako napišemo formulu za polarnicu i pomoćnu zvezdu pod uvjetom jednakih časovnih kuteva, dobićemo jednačne

$$\sin h = \sin \varphi \sin \sigma = \cos \varphi \cos \sigma \cos t \quad . \; . \quad (33)$$

$$\sin h_1 = \sin \varphi \sin \sigma_1 \mp \cos \varphi \cos \sigma_1 \cos t \quad . \; . \quad (34)$$

Ako pomnožimo prvo formulu 33 s $\cos \sigma_1$ i drugu s $\cos \sigma$ te iz prvog rezultata oduzmemo drugi, dobićemo

$$\sin \varphi = \frac{\sin h \cos \sigma_1 \mp \sin h_1 \cos \sigma}{\sin (\sigma \mp \sigma_1)} \quad . \; . \; . \; . \quad (35)$$

gde uzmemo kod dvojnog znaka gornji, ako su rektascenzije približno jednake i donji znak, ako se one razlikuju približno za $12.^h$ Određenje geografske širine po form. 35 bez logaritama možemo izvršiti po jednačbi

$$\sin h \cos \sigma = \sin (h = \sigma) + \sin (h - \sigma) \quad . \; . \quad (36)$$

koeficijent po fo $= \frac{1}{\sin(\sigma \mp \sigma_1)}$ je konstantan za danu zvezdu i godinu. Form. 35 možemo napisati drugčije, naime

$$\sin\varphi = \frac{\cos\sigma}{\sin(\sigma \pm \sigma_1)}(\sin h \pm \sin h_1) + \frac{\cos\sigma_1 - \cos\sigma}{\sin(\sigma \pm \sigma_1)}\sin h$$

$$\sin\varphi = \frac{\sin(\sigma \pm \sigma_1)}{\cos\sigma}(\sin h \pm \sin h_1) = \frac{\sin\frac{\sigma \mp \sigma_1}{2}}{\sin\frac{\sigma \pm \sigma_1}{2}}\sin h \quad (37)$$

pošto se deklinacija polarnice σ malo razlikuje od 90^0, približno je

$$\sin\varphi = \frac{\cos\sigma}{\sin(\sigma \pm \sigma_1)}(\sin h \pm \sin h_1) + \sin h\,. \quad (38)$$

ta formula nas podseća na Wardovu formulu $\varphi = k(h - h_1) + h$ (39) koja može da bude dopustna samo kod malih vrednosti φ, h, i h_1.

2. Određenje geografske dužine.

Za određenje geografske dužine moramo poznati krajevno vreme odnosno časovni kut kakve zvezde. Ako pomnožimo prvo jednačbu 33 s $\sin\sigma_1$ i drugu s $\sin\sigma$ te oduzmemo od drugog rezultata prvi dobićemo jednačbu

$$\cos = \mp \frac{\sin h^1 \sin\sigma - \sin h_1 \sin\sigma_1}{\cos\varphi \sin(\sigma \pm \sigma_1)} \quad . \; . \; . \; . \quad (40)$$

gde je kod dvojnog znaka opet uzmemo gornji, ako su rektascenzije naših zvezda približno jednake, i donji, ako se one razlikuju približno za $12.^h$ Brojnik formule 40 jednostavnije izračunamo po formuli

$$2 \sin h \sin\sigma = \cos(h + \sigma) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (41)$$

Ako usporedimo predlaganu metodu sa znanim klasičnim metodama, mora se uzeti u obzir da je ova metoda namenjena prije svega za neprecizno određenje meridijana i geografskih koordinata, osobito tamo, gde je potrebno n. pr. kod proučavanja zem. magnetizma vršiti takva merenja u više tačaka i gde ne možemo kontrolirati našeg merenja.

Iako imamo iz klasičnih metoda određenja meridijana sa jenostavnom metodom korespondirujućih zvezdnih visina ali ova metoda ima taj nedostatak, da zahteva dosta vremena za opažanje. Pošto je promena visine zvezde blizu meridijana vrlo mala, pogreška određenja u tom slučaju i meridijana i vremena može biti suviše velika. Zbog toga ne smemo opažati zvezde u neposrednoj blizini meridijana i to 20 do 30 min pred in po meridijanu Kod toga dakle opažanje samo kod jednog položaja durbina zahteva najmanje 40—60 min. Osim toga, ako opažanje zvezde u drugom njezinom položaju nije moguće n. pr. zbog magle ili oblaka, dano opažanje uopšte otpade, doćim kod predlagane metode u sličnom primeru izgubimo samo nekoliko minuta i možemo opažati zvezdu u drugom vremenu.

Geom. **Bruno Ungarov**

Katastar u ranijoj pokrajini Dalmaciji.

(Nastavak)

Održavunje i revizija katastra do osnivanja zemljišnika

Dalmacija je u vremenu po završenoj izmjeri bila podjeljena u četiri politička okruga, sa sjedištima u Zadru, Splitu, Dubrovniku i Kotoru. Saobrazno ovoj podjeli bila su osnovana i četiri ureda za održavanje katastra u suglasju sa faktičnim stanjem, čija su sjedišta takodjer bila u pomenutim centrima. Svakom od ovih ureda bio je dodijeljen po jedan geometar sa još po nekim činovnikom kojima je bila dužnost konstatovati i provadjati sve promjene koje bi nastale u području njihova okruga. Ako ovomu dodamo nerazumijevanje vlasnika, za ovu tada mladu ustanovu, možemo zamisliti što je sve mogao uraditi ovaj jedan geometar na tako velikom teritorju. Vršile su se samo one promjene koje su bile najbliže sjedištima i za koje su se same stranke interesovale ili su pak geometru — ako je bio vrijedan — bile uzgred kod kakovih drugih radnja. Sa ovakom organizacijom evidencije dalmatinski katastar tek što je bio osnovan prepušten je samome sebi i tako osudjen na propast.

Sve je to ostalo tako dok god. 1896. nije donesen zakon o uredjenju zemljarine.[19]) Cilj ovoga zakona bio je, da na teritoriju cijele austrijske monarhije zavede jedoobrazno ocijenjivanje čistog katastarskog prihoda pojedinog zemljišta, na kojeg se imade razrezati zemljarinski porez, te da u pokrajinama u kojima postoje još kakovi drugi oblici, ovim zakonom prestanu postojati. Za ostvarenje svega onoga što je ovaj zakon predvidjao, neophodno je bilo potrebna jedna temeljna revizija cijelokupnog katastarskog

---

[19]) Zakon od 23 maja 1869 o uredjenju zemljarine.