Поштарина плаћена у готову.

Год. 14. Београд, новембар и децембар 1933. Св. 6.

ГЕОМЕТАРСКИ И ГЕОДЕТСКИ ГЛАСНИК

Орган Удружења Геометара и Геодета Краљевине Југославије

Сарајевска ул. 5 БЕОГРАД. Сарајевска ул. 5.

Уредништво и администрација Сарајевска ул. 5	Власник за Гл. управу **Милан Мравље** нар. посланик. Уредник **Димитрије Милачић** геометар	Излази у два месеца једанпут. Поједини број 10 дин.

Ing. A. S. Milošević.

Najcelishodnija razdeoba težina kuteva u bazihnoj mreži.

— Nastavak izrprošlog broja —

III) *Srčunavanje razdeobe zadate sume težina [p] na pojedine kuteve (pravce) bazisne mreže da pri tom osnovna strana bude odredjena s maksimalnom težinom.*

Kada se log. osnovne strane a odredi sa max. težinom istovremeno je odredjena i sama strana a s max težiuom. Stoga ćemo samo prvu (max P_{loga}) istraživati.

Iz form. 46 vidi se da su prenosni koef. $\pi_1, \pi_2, \pi_3 \ldots$ funkcije težina $p_1, p_2, p_3 \ldots$, a pošto su koef. $p_1, p_2, p_3 \ldots$ po form. 25 funkcije prenosnih koeficienata, to znači da su isti $(p_1, p_2, p_3 \ldots)$ funkcije funkija težina. Prema tome vidimo da je P_{ioga} i direktna i indirektna funkcija težina p, jer je po form. 48:

$$P_{loga} = \frac{1}{\left[\frac{ff}{p}\right]}$$

To znači, kada je zadata konstatna suma težina $[p]$ = konst., da će se *pri raznim kombinacijama razdeobe sume* [p] *na pojedine kuteve dobijati i različite vrednosti za težinu log. strane a* (*za* P_{loga}). Sada nastaje pitanje: za koju se razdeobu sume $[p]$ dobije max težina logstrane a (max P_{loga})? Na ovo pitanje odgovorio je Schreiber sledećim stavom:

„Ako u triangulaciji, koja se hoće izjednačiti po uslovnim opažanjima, treba da se jedna strana odredi s najvećom mogućom težinom pri konstatnoj sumi [p] težina p_1, p_2, p_3 . . . izmerenih kuteva l_1, l_2, l_3 . . ., u tom slučaju izmedju svih mogučih razdeoba težina p_1, p_2, p_3 . . . postoji samo jedna, u kojoj upravo toliko težina p se javlja, koliko iznosi broj neophodnih kuteva (ili pravaca) za odredjenje te strane, a sve ostale težinc otpadaju" (Jordan op. cit. s. 161).

Ovaj stav može se iskazati sledećim primerom (nalazi se na istom mestu).

„Postoje n nezavisnih merenja l_1, l_2, l_3 . . . l_n s težinama p_1, p_2, p_3 . . . . p_n. Ova merenja stoje u sledećem odnosu prema nepoznatoj veličini x, koju želimo da odredimo merenjem:

$$a_1 x - l_1 = 0$$
$$a_2 x - l_2 = 0$$
$$\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots$$
$$a_n x - l_n = 0.$$ Izjednačenjem po metodi najmanjih kvadrata dobije se za x:

$$x = \frac{[p\,a\,l]}{[p\,a\,a]},$$ gde je težina za x:

$$P = [p\,a\,a] = p_1 a_1^2 + p_2 a_2^2 + p_3 a_3^2 + \ldots\ldots + p_n a_n^2.$$

Ako se traži da je P maksimalno u odnosu na težine p kao i težinsku razdeobu pri konstantnoj sumi [p], žakliučuje se bez daljnjega da će P biti najveće, kada se od svih koeficienata a_1, a_2, a_3 . . . a_n izabere najveći, kome se dodeli suma težina [p], a sve ostale težine stave jednake nuli. Ako je npr. a_1 najveći koeficienat, onda je:

$$P_{max} = [p]\, a_1^2$$

Dakle treba da se izvrši samo ono merenje l, koje daje najpovolniji način za odredjenje veličine x, a sva ostala l ne meriti [razume se da ovo ne važi za slučaj, ako se radi otstranjenja jednostranih grešaka (einseitiger Fehler) ipak ostala l takodje izmere]. Tada bi samo nastojali da težine ovih ostalih merenja budu što manje, da bi P bilo što veće.

Nas interesuje težina *loga*, koja je izražena form. 48:

$$P_{loga} = \frac{1}{\left[\frac{ff}{p}\right]}$$

Iz ove form. vidi se da će max vrednost za P_{loga} biti kada je suma $\left[\frac{ff}{p}\right]$ minimalna. Ova suma pak biće manja u koliko se većim koeficientima $p_1, p_2, p_3 \ldots$ dodele veće težine $p_1, p_2, p_3 \ldots$ iż zadate sume [p]. Dakle u koliko je neki od ovih koeficienata f veći u toliko mu treba dodeliti veću težinu p iz zadate sume [p], pa će se na taj način dobiti i veća težina *log* strane P_{loga}. Ipak nismo u stanju da á priori nadjemo razdeobu kod koje če biti max P_{loga}. No ako nismo u stanju da ovo odmah postignemo, našli smo put kojim treba ići: *opažanim veličinama $l_1, l_2, l_3 \ldots$ čiji su koeficlent $f_1, f_2, f_3 \ldots$ u form.* 26 *treba dodeljivati težine $p_1, p_2, p_3 \ldots$ u toliko veće u koliko su koeficienti f veći i na taj način će se dobiti veća težina P_{loga} nego ona što se dobije кada su težine p za sve opažane veličine l jednake.* Sračunavanje razdeobe zadate sume težina [p] na pojedine kuteve (pravce) mogli bi izvršiti po svakoj formuli koja odgovara gornjem uslovu da se p dobije u toliko veće u koliko je odgovarajući koeficienat f veći. Radi jednostavnosti razdeoba se vrši po pravilu podele:

$$p_i = \frac{[p]}{[\pm f]} \cdot (\pm f_i) \quad 54$$

pri čemu, razume se, usimaju se apsolutne vrednosti koeficienata f.

Ako se formiraju normalne jednačine prenosnih koeficienata s jednakim težinama kuteva ($p'_1 = p'_2 = p'_3 = \ldots\ldots = 1$) form. 17 i iz njih sračunaju ti koeficienti, pa zatim po form. 26 sračunaju koeficienti $f_1, f_2, f_3 \ldots$ koristeći pravilo podele, dobije se razdeoba težina kuteva u drugoj aprakinaciji:

$p''_1, p''_2, p''_3 \ldots$. Nastavi li se isti rad, samo, razame se, koristeći form. 46 za sračunavanje prenosnih koef., dobiće se razdeoba u trećoj apraksinaciji:

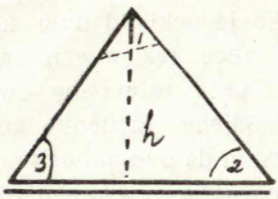
$p'''_1\ p'''_2\ p'''_3 \ldots\ldots$, zatim u četvrtoj:

$p^{IV}_1, p^{IV}_2, p^{IV}_3 \ldots$ i t. d.

Ako istovremeno sračunavamo i težinu P_{loga} u pojedjnim apraksimacijama, videćemo da će ta težina sve više rasti, tako da se konačno dobije i tražena maksimalna težina max P_{loga}.

Da bi ovo bilo očigledno, u citiranoj knjizi Jordan-a izradjen je sledeći primer.

Sve dosadašnje izvodjenje važi ne samo za stranu triangulacije, već u opšte za svaki elemenat trokuta, koji je pretstavljen kao funkkija kuteva $l_1, l_2, l_3 \ldots$, tj. važi i za visinu. U pom. primeru posmatramo kako se menja težina logaritma visine trokuta čiji su kutevi:



$$l_1 = 34^\circ$$
$$l_2 = 68^\circ$$
$$l_3 = 78^\circ$$
$$[l] = 180^\circ$$

U ovom slučaju postaji samo jedno prekobrojno opažanje, tj. može se formirati samo jedna uslovna jednačina:

$$v_1 + v_2 + v_3 + w = o \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{a}$$

Visina *h* izražena je funkcijom:

$$h = b\,\frac{\sin l_2 \,.\, \sin l_3}{\sin l_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{a_1}$$

U ovom primeru interesuje nas samo da vidimo kako se menja težina logaritma visine *h*, a ne i njena prava veličina (P_{logh}) kada je logaritam visine izražen Brigg-ovim logaritmima. Stoga možemo smatrati da je ista izražena prirodnim logaritmima, te mesto funkcije za diferenciju logaritma strane form. 36, možemo upotrebiti form. 37. Obzirom na form. $\mathbf{a_1}$ po form. 37 je:

$$F = -F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3 \quad \ldots\ldots \quad \mathbf{b}$$

gde je:

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= \text{stg}\, l_1 = \text{stg}\, 34^\circ = 1{,}483 \\ F_2 &= \text{stg}\, l_2 = \text{stg}\, 68^\circ = 0{,}404 \\ F_3 &= \text{stg}\, l_3 = \text{stg}\, 78^\circ = 0{,}313 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad \mathbf{c}$$

Pošto postoji samo jedna uslovna jednačina **a**, to ima i samo jedna normalna jednačina, te po form. 46 imamo:

$$\left[\frac{a\,a}{p}\right]\pi + \left[\frac{a\,F}{p}\right] = 0 \text{ ili:}$$

$$\pi = -\frac{\left[\frac{a\,F}{p}\right]}{\left[\frac{a\,a}{p}\right]} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{d}$$

Koeficiente *f* sračunavamo po formi. 25 i obzirom na formu $\mathbf{a_1}$:

$$\left.\begin{array}{l} f_1 = F_1 + a_1 \pi \\ f_2 = F_2 + a_2 \pi \\ f_3 = F_3 + a_3 \pi \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{e}$$

Najzad se sračuna razdeoba težina po pravilu podele:

$$\left.\begin{array}{l} p_1 = \dfrac{[p]}{[+f]}\ (\pm f_1) \\ p_2 = \dfrac{[p]}{[\pm f]}\ (\pm f_2) \\ p_3 = \dfrac{[p]}{[\pm f]}\ (\pm f_3) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{f}$$

Težina P_{Logh} dobije se po formi. **48**:

$$P_{Logh} = \frac{1}{\left[\frac{ff}{p}\right]} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{g}$$

Kontrola se može izvršiti po form. **49'**

$$\left[\frac{ff}{p}\right] = \left[\frac{FF}{p}\right] + \left[\frac{aF}{p}\right] \pi \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \mathbf{h}$$

Valja primetiti da u form. **d** i **h** algebarski znak za F u sumi $\left[\frac{aF}{p}\right]$, kao i u form. **b** i **e**, je pozitivan ili negativan prema tome da li se odgovarajući kut nalazi u broitelju ili imeniteljù form. 9 (odnosno ovde a_1) ako je isti manji od 90°, obrnuti su pak znaci ako je veći od 90°. Isto važi i za sumu $\left[\frac{FF}{p}\right]$ ali tu znak nema značaja pošto se F javlja u kvadratu. Ovo je jasno iz samog izvodjenja form. 28 i 25 još od form. 10 i 11.

Iz form. **a** vidimo da je:

$a_1 = a_2 = a_3 = 1$, stoga po form. **b**, **c** i **d** i obzirom na to da je za prvu aproksimaciju:

$p'_1 = p'_2 = p'_3 = 1$ dobijemo:

$$\pi = -\frac{\frac{1,483}{1} + \frac{0,404}{1} + \frac{0,213}{1}}{\frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1}} = \frac{1,483 - 0,44 - 0,113}{3} =$$

$$= \frac{0,866}{3} = 0,289;\ \pi = +\ 0,289$$

Po form. e dobijamo:

$f_1 = -\ 1,473 + 0,289 = -\ 1,194$	$\frac{f^2_1}{p'_1} = 1,4256$	$(\pm f_1) = 1,149$
$f_2 = \ \ 0,404 + 0,289 = \ \ 0,693$	$\frac{f^2_2}{p'_2} = 0,4802$	$(\pm f_2) = 0,693$
$f_3 = \ \ 0,213 + 0,289 = \ \ 0,502$	$\frac{f^2_3}{p'_3} = 0,2520$	$(\pm f_3) = 0,502$
$[\pm f] = 2,389$	$\left[\frac{ff}{p'}\right] = 2,158$	

$$\left[\frac{FF}{p'}\right] = \frac{F_1^2}{p'_1} + \frac{F_2^2}{p'_2} + \frac{F_3^2}{p'_3} = \frac{\overline{1,483}^2}{1} + \frac{\overline{0,404}^2}{1} + \frac{\overline{0,213}^2}{1} =$$

$$= 2,1993 + 0,1632 + 0,0454 = \underline{2,408}$$

$$\left[\frac{aF}{p'}\right] = \frac{-F_1}{p'_1} + \frac{F_2}{p'_2} + \frac{F_3}{p'_3} = -\frac{1,493}{1} + \frac{0,404}{1} + \frac{0,213}{1} = -\ 0,866$$

$$\pi = +\ 0,283$$

$$\left[\frac{aF}{p'}\right] = -\ 0,250$$

$$\left[\frac{FF}{p'}\right] = +\ 2,408$$

$$\frac{1}{P_{logh}} = \left[\frac{FF}{p'}\right] + \left[\frac{aF}{p'}\right]\pi = \underline{\underline{+\ 2,158}} = \left[\frac{ff}{p'}\right]$$

Neka je zadato npr. $\underline{\underline{[p] = 3}}$, tada je po form. f:

$p''_1 = \frac{3}{2,389} \cdot 1,149 = 1,50$	$p''_1 = 1,50$
$p''_2 = \frac{3}{2,389} \cdot 0,693 = 0,87$	$p''_2 = 0,87$
$p''_3 = \frac{3}{2,388} \cdot 0,502 = 0,63$	$p''_3 = 0,63$
$[p] = 3,00$	

Kao što vidimo u drugoj apraksimaciji p''_1 se povećava, a p''_2 i p''_3 se smanjuju u odnosn na prvu aproksimaciju težine p'.

Tako je sračunata sledeća tabela.[1]) (Obeležavanja veličina

Aproks.	0	0,5	1	2	3	4	5	6	7
$\left[\frac{ff}{p}\right]$	4,291	2,995	2,158	1,716	1,439	1,285	1,213	1,190	1,187

zadržana su iz našeg izvodjenja, stoga se razlikuju od onih u knjizi).

Aproks.	p_1	p_2	p_3	[p]	π	f_1	f_2	f_3	$\frac{1}{P_{loga}}=\left[\frac{ff}{p}\right]$
0	0,o	1,5	1,5	3,0	1,483	0,000	1,887	1,696	5,292
0,5	0.5	1,0	1,5	3,0	0,660	— 0,823	1,064	0,873	2,995
1	1,00	1,00	1,00	3.00	0,289	— 1,194	+ 0,693	+ 0,502	2,158
2	1,50	0,87	0,63	3,00	0,059	— 1,424	+ 0,463	+ 0,272	1,715
3	1,979	0,643	0,378	3,000	— 0,0940	— 1,577	+ 0,310	+ 0,119	1,443
4	2 358	0,564	0,178	3,000	— 0,1756	— 1,659	+ 0,228	+ 0,037	1,287
5	2,586	0 356	0,056	3,000	— 0,2072	- 1,690	+ 0,197	+ 0,006	1,214
6	2,679	0 312	0.009	3,000	— 0,2128	— 1,696	+ 0,191	+ 0,000	1,191
7	2,696	0,304	0,000	3,000	— 0,2130	— 1,696	+ 0,191	+ 0.000	1,187

Iz ove tabele vidimo da težine p_2 i p_3 u pojedinim aproksimacijama sukcesivno opadaju, a težine p_1 i P_{logh} rastu. U poslednjoj aproks. je:

$$p_3 = 0 \text{ i } \max P_{logh} = \frac{1}{1,187},$$ čime je očigledno dokazana ispravnost Schreiber-ovog stava ka ovom primeru.

U apraksimacijama 0,5 i 0 uzeta su razdeobe težina proizvoljno da bi jasnije bilo pokazano, kako se težina P_{logh} smanjuje kada se smanjujd p_1, odnosno uvećava p_2 i kada se za p_3 uzme jedua relativno velika vrednost.

U nultoj aproksimaciji uzeto je $p_1 = o$, a u poslednjoj sračunato $p_3 = o$. Kada se ove vrednosti zamene u form. d dobio bi se neodredjeni izraz za prenosni koef. $\pi = \frac{\infty}{\infty}$. Ovo se izbegava kada se form. d transformira:

[1]) Citirana tabela je delimično s malim pogreškama sračunata, tako da $\left[\frac{ff}{p}\right]$ u pojedinim apraksimacijama opada sledećim redom.

$$\pi = -\frac{\left[\frac{af}{p}\right]}{\left[\frac{aa}{p}\right]} = -\frac{-\frac{F_1}{p_1}+\frac{F_2}{p_2}+\frac{F_3}{p_3}}{\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_3}} = \frac{p_2p_3F_1-p_1p_3F_2-p_1p_2F_3}{p_1\,p_3+p_1\,p_3+p_1\,p_2}$$

$$a_1 = a_2 = a_3 = 1$$

za $p_1 = o$ dobije se $\pi = F_1$, a po form. **e** je $f_1 = o$

„ $p_3 = o$ „ „ $\pi = -F_3$, a po form. je $f_3 = o$, što se i iz tabele vidi. S ovim veličinama za *p* i *f* (za $p_1 = o$, $f_1 = o$ i $p_3 = o$, $f_3 = o$) u form. **g** javlja se neodredjeni izraz $\frac{o}{o}$. Ova se neodredjenost otklanja pomoću form. **h**. Iz form. **g**, **h** i **d** je:

$$\frac{1}{P_{Logh}} = \left[\frac{FF}{p}\right] + \left[\frac{aF}{p}\right]\pi = \left[\frac{FF}{p}\right] - \left[\frac{aF}{aa}\right]^2$$

Pošto je $a_1 = a_2 = a_3 = 1$, vodeći računa o znaku za *F* i smenjujući $F_i = c_i$ dobijemo:

$$\frac{1}{P_{logh}} = \frac{c_1^2}{p_1}+\frac{c_2^2}{p_2}+\frac{c_3^2}{p_3} - \frac{1}{\left[\frac{1}{p}\right]}\left(-\frac{c_1}{p_1}+\frac{c_2}{p_2}+\frac{c_3}{p_3}\right)^2 \text{ a iz}$$

ove formule jednostavnim algebarskim transformacijama dobije se:

$$\frac{1}{P_{Log\,h}} = \frac{p_1\,(c_2-c_3)^2 + p_2\,(c_1+c_3)^2 + p_3\,(c_1+c_2)^2}{p_1\,p_2 + p_1\,p_3 + p_2\,p_3}$$

U nultoj aproks. ($p_1 = 0$) dobije se:

$$\frac{1}{P_{Log\,h}} = \frac{(c_1+c_2)^2}{p_3} + \frac{(c_1+c_2)^2}{p_2}$$

U poslednjoj aproks. ($p_3 = 0$) dobije se:

$$\left(\frac{1}{P_{Log\,h}}\right)_{min.} = \frac{1}{P_{max}} = \frac{(c_2-c_3)^2}{p_2} + \frac{c_1+c_3)^2}{p_1}$$

U nastavku, iza ovog primera, u op. cit. Jordan-a izveden je strogim matematičkim putem metoda za sračunavanje max P_{logh} primenom Schreiber-ovog stava. No na kraju ovog izvoda napomenuto je da je ipak bolje primeniti metod sukcesivnih aproksimacija, koji je upotreblju pri malopredjašnjem primeru za sračunavanje max P_{Logh}. Nepotrebnost primene strogog metoda videćemo još jednom u donjem izlaganju.

Ovim bi bilo završeno proučavanje za odredjivanje najcelishodnije razdeobe težina kada je zadata suma [p]. Nameće se ipak jedno pitanje: da li je uputno sa stanovišta prakse primeniti u celosti Schreiber-ov stav?

Na ovo pitanje može se odgovoriti kada se razmotri kakve sve posledice nastaju primenom tog stava.

Primenom Schreiber-ovog stava u celosti nastaju sledeće posledice:

1). Otpadaju sva prekobrojna opažanja, odnosno onemogućuje se izjednačuje mreže; i

2). Mogućno je sračunati samo težinu logaritma strane P_{loga}, a ne i srednje ostupanje M_{loga}, odnosno M_a, jer se ne mogu sračunati popravke v (form. 50, 52 i 39.)

Kriterijum za ocenu sa kolikom je tačnošću (H) odredjen *loga*, odnosno sama strana a je srednje ostupanje (M):

$H = \frac{1}{M}$ Isto tako za ocenu tačnosti za kojom je strana odredjena, svrsishodno je relativno srednje ostupanje:

$\frac{M_a}{a}$ Medjutim, obzirom na drugu posledicu, ove veličine nismo u stanju da sračunamo, a to je nesumnjivo jedan veliki nedostatak ove primene.

Obzirom na 1.) posledicu dolazimo do kontradikcije u koju upola Schreiper-ov stav u odnosu na Gauss-ov metod izjednačenja, metod najmanjih kvadrata: ovaj stav izveden je upravo iz tog metoda, medjutim kada se on (stav) u potpunosti primani, isključuje izjednačenje, isključuje vlastitu osnovu na kojoj je sazdan.

U geodetskim i atrsonomskim merenjima Gauss-ov metod zjednačenja dao je upravo sjajne rezultate. Setimo se samo koliku je senzaciju učinila u naučničkim krugovima prva primena ove metode: na pronalaženje planetoida Ceres-a. Uopšte danas je van svake diskusije da metod najmanjih kvadrata ne treba izbegavati, već naprotiv valja nastojati primeniti ga, kad god je to praktično moguće.

Iz ovog izlaganja zaključuje se da kod bazisne mreže ne treba odbacivati prekobrojna opažanja, odnosno ne treba Schreiber-ov stav u celosti primenjivati. Ali se pritom ne može zaključiti ni to da ga treba u celosti odbaciti.

Napred je citirana opaska u op. cit. Jordan-a da radi otstranjenja jednostranih grešaka ipak prekobrojna opažanja ne treba odbaciti. I njih treba zadržati, samo, razume se, nastojati da im težine p budu što manje da bi težina P_{loga} bila što veća. Ovo se postiže kada se sa aproksimacijama ne ide do kraja, naime ne ide dotle da prekobrojna opažanja otpadnu, već se prethodno ustanovi *minmalna težina min p* i čim se ona javi ma samo za jedan kut, prestati s dajlim aproksimacijama. Ako se za jedinicu težins p uzme jedno opažanje kuta, tada se može uzeti da je min $p = 1$. Bolje je ipak, držeći se geodetskog principa da svako merenje treba izvršiti s kontrolom, uzeti $min\, p = 2$.

Ovako postupajući ne dobije se sa strogo matemat čkog stanovišta max P_{loga}. Ali se ipak dobije težina P_{loga} znatno veća nego li bi bila ona, koju bi dopili kada bi izjednačenje mreže izvršili s jednakim težinama p pri istoj sumi ležina [p]. Stoga se može na ovaj način (uvodjenjem min p) dobivena težina P_{loga} nazvati *praktična max* P_{loga}.

Napomena: Iz napred citirane tabele vidi se da u pojedinim aproksimacijama manjem kutu l_1 koeficienat p_1 raste i obrnuto većem kutu l_3 koef. p_3 opada, odnosno da se težina p_1 uvećava. a p_3 smanjuje. Iz ovoga bi se moglo zaključiti da to isto važi i kod bazisne mreže. Medjutim to ne stoji. U bazisnoj mreži ne postoji nikakav pravilan odnos izmedju veličine kuta (l_i) i njemu odgovarajućeg koef. (f_i). Ovo je stoga što se osnovna strana ne sračunava, iz svih kuteva mreže, već samo iz svezujućih, odnosno što medjnprostorni kutevi, kao i oni koji se nalaze u trokutima kroz koje se ne prolazi pri sračunavanju osnovne strane, — ne ulaze u račun strane (form. 9). Drugi razlog je što se jedan isti kut može javiti dva i više puta (kao suma s drugim kutem) i to i u broitelju kao i u imenitelju form. 9, što sve zavisi od toga kroz koje se trokute prodje pri sračunavanju osnovne strane Medjutim kod citiranog primera je visina funkcije svih kuteva trokuta i to svaki se javlja samo jedanput.

Ovim su proučena sva pitanja u vezi s postavljenim zadatkom o najcelishodnijoj razdeobi zadate sume težina [p] na pojedine kuteve u bazisnoj mreži. Može se samo još ukratko izložiti tok rada.

IV Rezime

Kada se za izvesnu glavnu trigonometrisku mrežu želi da razvije bazisna mreža pod uslovom da se osnovna strana a odredi s maksimalnom težinom (max P_{loga}) pri konstatnoj sumi težina kuteva ([p] = konst.), tok rada je sledeći:

1) Nakon što je izvršeno rekognosciranje terena, izvršen izbor oblika bazisne mreže i obeležavanje tačaka, — izmere se

kutevi približno (do na $0^{\circ},1$ ili $1'$, bez obzira na redukciju i centrisanje pravaca),[1])

2). Izvrši se izbor nezavisnih uslova i formiraju uslovne jednačive iz približnih merenja (pri tom nije potrebno sračunavati ostupanja *w*, pošto ista nisu potrebna u normalnim jednačinama prenosnih koef.) form. 20 kao i funkciju za $\triangle$ *loga* form. 36.

3). Iz uslovnih jednačina formiraju se normalne jednačine prenosnih koeficienata u prvoj aproksimaciji ($p_1 = p_2 = p_3 = \ldots = 1$) form. 17. Pritom je uputno dopisati funkciju:

$[aF]\,\pi_1 + [bF]\,\pi_2 + [cF]\,\pi_3 + \ldots\ldots + [FF]$ slično kao u form. 35' da bi kasnije imali kontrolu po form. 34.

4). Izvrši se redukcija normalnih jednačina i sračunaju prenosni koef. Uputno je pritom izvršiti kontrolu prenosnih koef. u nereduciranim normalnim jednačinama.

5). Pomoću pren. koef. sračunaju se koeficienti *f* form. 25. Tada se može izvršiti kontrola po form. 34 i 28.

6). Proporcionalno koeficientima *f*, po pravilu podele, sračuna se razdeoba zadate sume težina *[p]* na pojedine kuteve u drugoj aproksimaciji form. 54.

7). Koristeći sračunate težine *p* u drugoj aproks. rad se dalje obavlja kao pod 3), 4), 5) i 6) samo, razume se, upotrebljavaju se odgovarajuće formule za nejednake težine *p*, form. 46, 49' i 49'' Na taj način dobili bi razdeobu težina u trećoj aproks.

Daljim ponavljanjm sračunavaju se razdeobe u četvrtoj aproksimaciji, petoj i t. d. Aproksimacije bi ponavljali sve dotle dok ne bi, ma samo za jedan kut, dobili minimalnu težinu (*min p*). Ovako bi morali raditi, medjutim još pri sračunavanju razdeobe težina u drugoj aproksimaciji obično se pojavljuju tako mali koeficienti *f* za neke kuteve, pa se za odgovarajuće težine *p* dobiju veličine daleko manje od usvojenog *min p*. Tada za ove kuteve valja uzeti *p min*, a ostatak od sume [p] razdeli se na

---

[1]) Obzirom na terenske teškoće, nikada se ne može postići idealan oblik mreže (rombičan, s oštrim kutevimn min $33^{0},5$; pravokutni trokuti s min. kut. 27^{0} i dr.), već se uvek čine izvesna ostupanja da bi se izbegla skupa krčenja vizura ili neotklonjive prepreke. Ova ostupanja mogu se sada, kada se osnovna strana odredjuje s max težinom, dozvoliti u večim granicama.

ostale kuteve proporcionalno koeficientima f. Redovno, dakle, reše se samo jedanput normalne jednačine prenosnih koeficienata i odmah se dobije i tražena razdeoba zadate sume težina [p].

8). Kada je odredjena tražena razdeoba zadate sume [p], izmere se kutevi obzirom na pripadajuće težine. S ovim veličinama zadatak se svodi na izjednačenje mreže po uslovnim opažanjima sa zadatim nejednakim težinama kuteva, a to je jedan opštepoznati geodetski zadatak.

Dobra strana ovog načina odredjivanja osnovne strane jeste u tome što se ona tako odredi znatno tačnije, nego što bi bila odredjena da su težine za sve kuteve jednake. Loša pak strana je što se prethodno moro sračunati najcelishodnija razdeoba zadate sume težina [p] na pojedine kuteve. Ova loša osobina gubi potpuno svoj značaj kada se uzme u obzir da se najcelishodnija razdeoba [p] dpbije već nakon sračunavanja koeficienata f u drugoj aproksimaciji, tj. ista se dobije već nakon jednokratnog formiranja i rešenja normalnih jednačina prenosnih koeficienata.

Za ovaj rad koristio sam op. cit. Jordan-a i predavanja iz *Državne izmere* gosp. N. Avakumova, profesora Tehničkog fakulteta Univerziteta u Zagrebu.

Napomena. — U prošlim brojevima potkralo se nekoliko štamparskih grešaka, koje se daju lako ispraviti po smislu. Ispravićemo samo važnije greške.

Na strani 136, 2 red ododzo stoji =, treba izostaviti =

„	„	„ 1	„	„	„ $[aa]\{\pi_1 + \ldots$	treba	$[aa] = \{\pi_1 + \ldots$
„	„	146	4	„ odogo	„ $\pi_3\,\pi_3^{2''}$	„	π_3^2
„	„	174	11	„ odozdo	„ $x = \text{tog}$	„	$x - \log$
„	„	185	12	„ odozgo	„ $\frac{M_b}{b} +$	„	$\frac{M_b}{b} =$

U formulama: **45, 46, 48, 49, 49,′ 49,″ 51** i **52** treba da se za sve izraze velika zagrada { } zameni srednjom [ ] (za sumu), koju štamparija nije imala.

K r a j.