$$- [bb\cdot 1] \left\{\pi_2^2 + 2\,\frac{[bc.1]}{[bb\cdot 1]}\,\pi_2\,\pi_3 + \frac{[bc\cdot 1]^2}{[bb\cdot 1]^2}\,\pi_3^2\right\} - \left\{[cc.1] - \right.$$

$$\left. - \frac{[bc.1]\,[bc.1]}{[bb.1]}\right\}\pi_3^2 =$$

$$\varphi = -\left[\,[aa]\left\{\pi_1 + \frac{[ab]}{[aa]}\,\pi_2 + \frac{[ac]}{[aa]}\,\pi_3\right\}^2 + [bb\cdot 1]\left\{\pi_2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{[bc\cdot 1]}{[bb\cdot 1]}\,\pi_3\right\}^2 + [cc\cdot 2]\,\pi_3\,\pi_3^{2\prime\prime}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 29$$

Za norm. jedn. pren, koef., form. 17, reducirane normalne jednačine su:

$$\begin{aligned}
[aa]\,\pi_1 + [ab]\,\pi_2 + [ac]\,\pi_3 + \ldots\ldots + [aF] &= 0\\
[bb\cdot 1]\,\pi_2 + [bc\cdot 1]\,\pi_3 + \ldots\ldots + [bF\cdot 1] &= 0\\
[cc.2]\,\pi_3 + \ldots\ldots + [cF.2] &= 0\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots&\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots&
\end{aligned}$$

ili

$$\left.\begin{aligned}
\pi_1 + \frac{[ab]}{[aa]}\,\pi_2 + \frac{[ac]}{[aa]}\,\pi_3 + \ldots\ldots + \frac{[aF]}{[aa]} &= 0\\
\pi_2 + \frac{[bc\cdot 1]}{[bb\cdot 1]}\,\pi_3 + \ldots\ldots + \frac{[bF\cdot 1]}{[bb\cdot 1]} &= 0\\
\pi_3 + \ldots\ldots + \frac{[cF\cdot 2]}{[cc\cdot 2]} &= 0\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots&\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots&
\end{aligned}\right\} \ldots 30$$

— Nastaviće se —

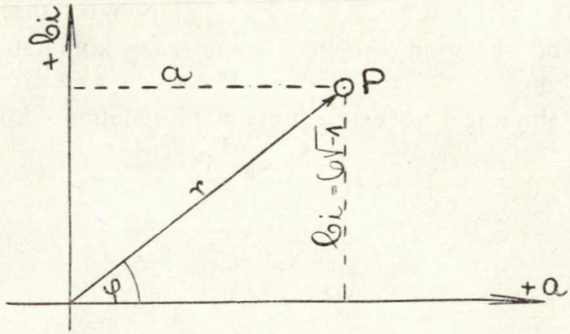
Geom. **Rudolf Mlinar,** Stara Pazova.

Vektori, njihov značaj i njihova primena u geodeziji

Nije mi namera, da ovde potanko izložim svu disciplinu računanja sa vektorima, nego bih želeo, da ukratko prikažem, koliko je jednostavna ova metoda i time da zainteresujem cenj. čitaoce za ovu metodu računanja, koja nije još razgranjena, ali ipak obećava u budućnosti velik razvitak.

Za našu svrhu su najvažniji vektori u ravni, pa stoga neću se osvrtati na vektore u prostoru.

Pogledajmo ovu sliku:



U našoj slici je P geometrijsko mesto za kompleksni broj $a + bi$.

Pošto je

$$a = r \cdot \cos \varphi$$
$$b = r \cdot \sin \varphi$$

to je

$$a + bi = r (\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

izraz, koji pretstavlja jedan vektor u ravni.

Ako osim toga za označavanje jednog vektora usvojimo velika latinska slova, onda možemo napisati

$$R = r (\cos \varphi + i \sin \varphi) = r\varphi$$

a to su sve izrazi, koji nam pretstavljaju jedan vektor, čija je apsolutna vrednost (r) u jedinicama za merenje dužina i čiji je pravac $= \varphi$.

Vektori su dakle veličine, koje pored svoje apsolutne vrednosti, imaju svoj određeni pravac (nagib prema nultom pravcu).

Za pretstavu jednog vektora, pridržavaćamo se Gausovih kompleksnih brojeva, a Hamiltonski oblik ćemo isključiti.

Da bi dobili jednu površnu orijentaciju, mi ćemo ukratko preći sve četiri računske operacije sa vektorima, a s tim da ćemo poslije, kod pojedinih slučajeva, ući u pojedinosti same računske operacije.

A. SABIRANJE.

Sabiranje vektora odgovara t. zv. geometrijskom sabiranju. Stavimo:

$$A + B = C$$

ili

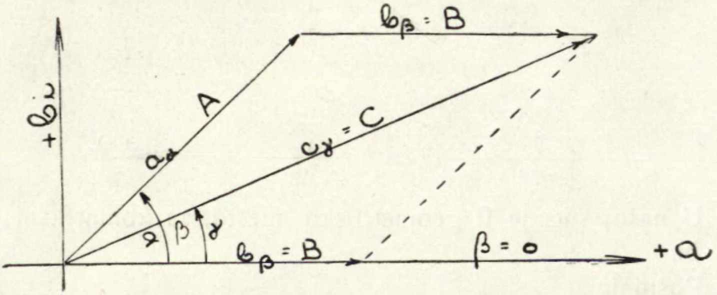
$$a_\alpha + b_\beta = c_\gamma$$

Sabirajmo jedan proizvoljan broj vektora na pr.

$$A + B + C + D + E = Z \text{ (poligon sila)}$$

Kao kod skalarnih veličina i ovde važi komutativni i asocijativni zakon.

Ovo sabiranje možemo pretstaviti jednom slikom, na pr.



za $A + B = C$ ili $a_\alpha + b_\beta = c_\gamma$.

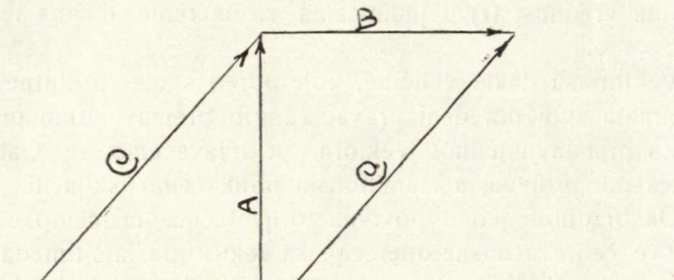
Ovo je u stvari paralelogram sila, gde je C rezultantom sila $A + B$.

B. ODUZIMANJE

Ako je $A + B = C$ onda je i

$$A = C - B$$

Stavimo li vektor $-B$ jednako B', onda dobivamo $A = C + B'$ gde je vektor $B' = B \pm 180 = b_\beta \pm 180$.



C. MNOŽENJE

Množenje skalarnih veličina sa vektorima, sleduje običnim zakonima algebre. Ovde važe asocijativni, komutativni i distributivni zakon.

Proizvod, čiji su faktori sami vekfori, malo je komplikovaniji.

Ako stavimo $A \cdot B = C$, gde je

$$A = a\,(\cos\alpha + i\sin\alpha)$$
$$B = b\,(\cos\beta + i\sin\beta)$$
$$C = c\,(\cos\gamma + i\sin\gamma),\ \text{onda je}$$

$$A\,.\,B = a\,b\,(\cos\alpha + i\,\mathit{siu}\,\alpha)\,(\cos\beta + i\sin\beta)$$
$$= a\,b\,(\underset{+}{\cos\alpha\,.\,\cos\beta} + \underset{-}{i^2\sin\alpha\sin\beta} + \underset{+}{\cos\beta\; i\sin\alpha} + \underset{+}{i\sin\beta\cos\alpha})$$
$$A\,.\,B = a\,b\,[\cos(\alpha+\beta) + i\sin(\alpha+\beta)] = c\,(\cos\gamma + i\sin\gamma) = C$$

tako da možemo napisati

$$A \cdot B = a_{\alpha}\,.\,b_{\beta} = a\,.\,b_{\alpha+\beta} = c_{\gamma}$$

D. DELENJE

Analogno pod C će biti

$$A : B = a_{\alpha} : b_{\beta} = \left(\frac{a}{b}\right)_{\alpha+\beta}$$

Osim toga unećemo još neke nove oznake. Tako će biti:

$$A_{\beta} = a_{\alpha+\beta}$$
$$\bar{A} = a_{-\alpha} = a\,(\cos\alpha - i\sin\alpha)$$
$$i\,A = A_{90} = a_{\alpha+90}$$
$$A = a \cdot 1_{\alpha}\ \ \text{gde je}\ 1_{\alpha} = \text{vektorna jedinica}$$
$$|A| = a = a_0\ \ \text{dužina vektora (absalutna vrednost)}$$
$$\|A\|\ \text{pravac vektora}\ A_{\pm 180} = -A$$

Ovako smo površno prešli četiri glavne računske operacije sa vektorima i mi ćemo u idućem broju da se pozabavimo pitanjem rastavljanja vektora na njegove komponente, nakon čega ćemo preći na primenu vektorne metode na razne fundamentalne slučajeve u geometriji.

Mi ćemo videti lakoću i veliku preglednost, sa kojom se ova metoda probija kroz razne zadaće, čije analitično rešenje zahvata dosta dugotrajno okolišavanje. Pogotovo kod izravnanja po metodi najmanje sume kvadrata i kod izravnanja poligonih vlakova pruža nam ova metoda vrlo spretna, a što je glavno, kratka i pregledna rešenja, tako da bi se ona mogla nazvati matematičkom stenografijom.

Za rešavanje naših zadataka nama ništa druge ne treba, osim jednog linearnog merila i jednog transportera. Uveren sam kod toga, da će mnogi od cenj. čitaoca posmatrati ovu manipulaciju sa izvesnim nepoverenjem, jer se zna, da je manipulacija sa takovim instrumentima kao što su transporter i linearno merilo, spojena sa neželjenim odstupanjima u njenim rezultatima. Ipak, mi ćemo videti, da je i pored svega toga ova metoda i brža i ekonomičnija, naročito kod izravnanja trougla u triangulaciji i izravnanja poligonih vlakova i da ona pruža sasvim savremene rezultate.

Ali — da bi rešavanje pojedinih zadataka ispalo još modernije i elegantnije, mi se možemo poslužiti jednim t. zv. vektornim instrumentom, koji nas sasvim oslobođava crteža i time omogućuje jedno čisto mehanično a i mnogo tačnije rešenje.

(Nastaviće se.)

П. М. Д.

Организација одржавања Катастра.

Закон о реорганизацији финансијске струке од 8. марта 1929. године, предвиђа као подручне органе Оделења катастра и државних добара: Отсеке при финансијским дирекцијама и Кат. управе. Правилник о раду и надлежности отсека за катастар и државна добра финансијских дирекција и о раду и надлежности кат. управе, као и решења где ће се основати Кат. управа доноси Мин. финансија. На територији целе државе досада су основане 103. Кат. управе са седиштем у Љубљани, Новом Месту, Крању, Кочевју, Кршком, Цељу, Словенграду, Марибору, Птују, Мурској Собати, Загребу, Вараждину, Сиску, Карловцу, Огулину, Сењу, Госпићу, Бјеловару, Копривници, Сплиту, Хвару, Макарској, Книну, Сињу, Шибенику, Преко, Бенковцу, Бања Луци, Пријeдору, Јајцу, Кључу, Бос. Петровцу, Бос. Крупа, Бос. Новом, Гломачу, Тешњу, Прњавору, Бос. Градишкој, Осијеку, Слов. Пожеги. Вировитици, Нашицама, Винковцима, Пакрацу, Шиду, Брчком, Деревенти, Градачци, Новом Саду, Сомбору, Суботици, Сенти, Вел. Бечкереку, Бос. Паланки, Панчеву, Вршцу, Земуну, Сремској Митровици, Бијелини, Сарајеву, Фочи, Рагатици, Вишеграду, Сребрерници, Зворнику, Тулзи, Маглају, Мостару, Зеници Високој, Рагатици, Травнику, Бугојну, Љубушкама, Дувну, Коњицу, Невесињу, Билећу, Столцу, Требињу, Дубровнику, Катору и Санском мосту. На територији новог премера основане су следеће Кат. управе: у Београду, Скопљу, Битољу, Струмици, Пећи, Смедереву, Вел. Градишту, Боготићу, За-