Поштарина плаћена у готову.

Год. 14. Београд, мај и јуни 1933. Св. ~~2~~. 3

ГЕОМЕТАРСКИ И ГЕОДЕТСКИ ГЛАСНИК

Орган Удружења Геометара и Геодета Краљевине Југославије

Сарајевска ул. 5. БЕОГРАД. Сарајевска ул. 5.

Уредништво и администрација Сарајевска ул. 5	Власник за Гл. управу **Милан Мравље** нар. посланик. Уредник **Димитрије Милачић** геометар	Излази у два месеца једанпут. Поједини број 10 дин.

Ing. **A S. Milošević**

Najcelishodnija razdeoba težina kuteva u bazisnoj mreži.

Shodno odredbi čl. 7 „Pravila za svetosavske nagrade Nj. Vel. Kralja" stavlja se da je ovaj rad nagradjen tom nagradom kao svetosavski temat na Tehničkom fakultetu univerziteta u Zagrebu o Sv. Savi 1932 god. Oštampaće se u nešto skraćenom obimu.

Bazisna mreža je slobodna trigonometriska mreža i kao takva, obzirom na vrstu opažanja, izjednačuje se po uslovnim opažanjima. Obzirom na metodu, izjednačenje se može izvršiti po metodi najmanjih kvadrata ili po kojoj od približnih, obzirom pak na težine kuteva (ili pravaca), izjednačenje se može izvršiti s jednakim težinama ili nejednakim ali zadatim.

Sve su ovo manje ili više poznati geodetski zadaci. No može se postaviti jedan manje poznat, vrlo interesantan zadatak. Naime: izjednačiti bazisnu mrežu tako, da rad oko opserviranja, odnosno suma težina *[p]* kuteva (pravaca), bude isti kao i kada bi se izjednačenje izvršilo s jednakim težinama kuteva (pravaca), ali pod uslovom da se osnovna strana odredi s maksimalnom težinom. Izjednačenje bazisne mreže na ovaj način upravo je primena hedonističkog ekonomskog principa (s minimumom napona postići maksimum uspeha), principa kojim se čovek prvenstveno rukovodi u svim svojim radovima.

Ovaj zadatak za triangulaciju u opšte nema smisla, jer neme smisla određivati jednu stranu tačnije od druge. Za triangulaciju uopšte ima značaja sličan zadatak: zadata je suma težina kuteva (pravaca), a želi se da se sve tačke odrede s maksimalnom pozicionom težinom (s max. težinom koordinata). Međutim prvi zadatak nalazi upravo idealnu primenu pri izjednačenju bazisne mreže. Kod bazisne mreže najvažnije je, da se osnovna strana odredi sa što većom tačnoćšu, jer se pomoću nje sračunava glavna triangulaciju, radi koje je bazisna mreža i razvijena. Za tačke bazisne mreže težine koordinata su mnogo manjeg značaja. Naime imaju značaja samo u toliko u koliko će ove tačke, eventualno, biti upotrebljene za određivanje tačaka uvrštene mreže, — što ima za bazisnu mrežu sekundarni značaj. Glavna svrha je njeno određenje osnovne strane i, razume se, svrha je tim bolje postignuta u koliko je osnovna strana tačnije određena.

Zadatak, o kome je reč, nije samo teoretski interesantan. U modernoj geodetskoj praksi on nalazi potpuno opravdanu primenu kod bazisnih mreža za triangulacije višeg reda, odnosno za gradske triangulacije. Schreiber, pri izjednačenju Göittingen-ške bazisne mreźe, zainteresovao se ovim zadatkom otkrio *stav o najcelishodnijoj razdeobi težina kuteva (pravaca)*, koji je *nazvan Schreiber-ovim stavom*. Po ovom stavu se rešava postavljeni zadatak. Svoj rad o tome objavio je Schreiber u časopisu „Zeitschrift für Vermessungskunde“ 1882 god. Novi dokaz ovog stava objavio je Runge na istom mestu 1888—1890 g. Ranije, 1886 g., izdao je Bruns po istom predmetu raspravu „Jedan zadatak iz računa izjednačenja“ (Jordan: Handbuch der Vermessungskunde 1920, sv. I, str. 161 i 168). *)

Bit postavljenog zadatka sastoji se u tome, da se odredi raadeoba zadate sume težina *[p]* kuteva (pravaca) na pojedine kuteve (pravce), a da ta razdeoba ispunjava uslov o maksimalnoj težini osnovne strane. Kada se ova razdeoba odredi, zadatak se svodi na izjednačenje po uslovnim opažanjima s nejednakim težinama kuteva (pravaca), a to je jedan opštepoznati geodetski zadatak. Za određenje ove razdeobe dotrebno je proučiti:

I. Određivanje težine logaritma strane triangulacije kada su kutevl (pravci) jednakih težina.

1) *Težina linearne funkcije direktno opažanih veličina.*

Za izjednačenu linearnu funkciju:

---

*) I Krüger po istom predmetu izdao je jednu knjigu.

$$F = f_0 + f_1 l_1 + f_2 l_2 + f_3 l_3 + \ldots \quad 1$$

u kojoj su:

a) argumenti $l_1, l_2, l_3, \ldots$; direktno opažane veličine težina $p_1, p_2, p_3, \ldots$

b) koeficienti $f_1, f_2, f_3, \ldots$ nezavisni od opažanih veličina i

c) član f_0 nezavisan član (konstanta); — za ovu funkciju F dobije se *srednje ostupanje* M_F iz opšte formule za srednje ostupanje direktno opažanih veličina:

$$M_F = \pm \sqrt{\left(\frac{\vartheta F}{\vartheta l_1} m_1\right)^2 + \left(\frac{\vartheta F}{\vartheta l_2} m_2\right)^2 + \left(\frac{\vartheta F}{\vartheta l_3} m_3\right)^2 + \ldots} \quad 2$$

gde su $m_1, m_2, m_3 \ldots$ sreonja ostupanja direktno opažauih veličina $l_1, l_2, l_3 \ldots$

Iz form. 1 dobije se:

$$\frac{\vartheta F}{\vartheta l_1} = f_1, \quad \frac{\vartheta F}{\vartheta l_2} = f_2, \quad \frac{\vartheta F}{\vartheta l_3} = f_3, \ldots$$ i smenom ovih vrednost u form. 2 dobije se:

$$M_F = \pm \sqrt{(m_1 f_1)^2 + (m_2 f_2)^2 + (m_3 f_3)^2 + \ldots} \quad 3$$

Za direktno opažane veličine je:

$$m_1^2 = \frac{m_o^2}{p_1}; \; m_2^2 = \frac{m_o^2}{p_2}; \; m_3^2 = \frac{m_o^2}{p_3}; \ldots \; \text{i} \; M^2_F = \frac{m_o^2}{P_F} \quad 4$$

gde je:

m_o *srednje ostupanje jedinice težine, a*

P_F *težina funkcije F*

Kvadriranjem form. 3, smenom 4 u 3 i skraćivanjem sa m_o^2 dobije se:

$$\frac{1}{P_F} = \frac{f_1^2}{p_1} + \frac{f_2^2}{p_2} + \frac{f_3^2}{p_3} + \ldots = \left[\frac{ff}{p}\right] \; \text{ili} \; P_F = \frac{1}{\left[\frac{ff}{p}\right]} \quad 5$$

Ako su u 1 *veličine* $l_1, l_2, l_3 \ldots$ *opažane s istom tačnošću,* tada je:

$$p_1 = p_2 = p_3 = \ldots = 1, \text{ te stoga i:}$$

$$P_F = \frac{1}{[ff]}, \text{ gde je } [ff] = f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + \ldots \quad 6$$

2) *Logaritam strane triangulacije loga kao linearna funkcija izmerenih kuteva (pravaca).*

Strana a triangulacije sračunava se iz bazisa (ili osnovne strane) b i odgovarajućih *izjednačenih* svezujaćih kuteva x_1, x_2, x_3 po formuli oblika:

$$a = b \frac{\sin x_1 \quad \sin x_2 \quad \sin x_3}{\sin x_{i+1} \; \sin x_{i+2} \; \sin x_{i+3}} \quad \ldots\ldots \quad 7$$

Za izjednačene kuteve x_1, x_2, x_3 ...., merenjem su dobivene veličine l_1, l_2, l_3 .... t. j. tek pomoću korekcija v_1, v_2, v_3 .... dobiveni su izjednačeni kutevi:

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = l_1 + v_1 \\ x_2 = l_2 + v_2 \\ x_3 = l_3 + v_3 \\ \ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 8$$

Zamenom form. 8 u 7 dobije se:

$$a = b \frac{\sin(l_1 + v_1)\sin(l_2 + v_2)\sin(l_3 + v_3)}{\sin(l_{i+1} + v_{i+1})\sin(l_{i+2} + v_{i+2})\sin(l_{i+3} + v_{i+3})} \quad . \quad 9$$

Stranu a triangulacije nemoguće je za praktično računanje pretstaviti u obliku linearne funkcije od opažanih kuteva l_1, l_2, l_3, te stoga se ne može po form. 5 dobiti težina P_a strane a. Međutim logaritam strane a moguće je pretstaviti u tom obliku, odnosno po form. 5 sračunati $P_{\log a}$. Logaritmujmo stoga form. 9:

$$\log a = \log b + \log\sin(l_1 + v_1) + \log\sin(l_2 + v_2) + \ldots \quad 10$$

Da bi se $\log a$ izrazio kao lineerna funkcija opažanih kuteva $l_1, l_2, l_3 \ldots$ potrebno je isti prvo izraziti kao linearnu funkciju korekcija $v_1, v_2, v_3 \ldots$ Ovo se postiže primenom Taylor-ovog reda:

$$f(l + v) = f(l) + \frac{f'(l)}{1!} v^1 + \frac{f''(l)}{2!} v^2 + \frac{f'''(l)}{3!} v^3 + \ldots\ldots$$

Pošto su korekcije v male veličine, svi članovi od druge potencije pa nadalje zanemaruju se. Tada je:

$$f(l_i + v_i) = \mathrm{Log}_n \sin(l_i + v_i) = \mathrm{Log}_n \sin l_i + \frac{\cos l_i}{\sin l_i} v.$$

zrazimo u ovoj formuli korekcije u lučnim sekundama $\left(\operatorname{arc} v = \frac{v''}{\rho''} \approx v'' \sin 1''\right)$ i pretvorimo prirodne logaritme u Brigg-ove ($\mathrm{Log}_n\, y = \mathrm{Mod.}\, \log y$), tada je;

$$\log\sin(l_i + v_i) = \log\sin l_i + \mathrm{Mod.}\sin 1'' \cdot \mathrm{ctg.}\, l_i \cdot v_i \quad 11$$

Obeležimo:

$F'_i = \mathrm{Mod.}\ \sin\ 1''.\ \mathrm{ctg}\ l_i$. Ova veličina F'_i nije ništa drugo do prirast logaritma sinusa za kut l_i pri promeni samog kuta za $1''$. O tome se lako uveriti:

$$\log \sin (l_i + 1'') - \log \sin l_i = \log \frac{\sin (l_i + 1'')}{\sin l_i} =$$

$$= \log \frac{\sin l_i \cos 1'' + \cos l_i \sin 1''}{\sin l_i} = \log (\cos 1'' + \operatorname{ctg} l_i \sin 1'')$$

Za sračunavanje veličine F'_i dovoljno je tačno uzeti $\cos 1'' = 1$, te je:
$\log \sin (l_i + 1'') - \log \sin l_i = \log (1 + \operatorname{ctg} l_i \sin 1'')$. Razvijanjem desne strane u red:

$\mathrm{Log}_n (1 + y) = y - \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \ldots\ldots$, zanemarivanjem članova od druge potencije pa na dalje i izrazivši funkciju Brigg-ovim logaritmima dobija se:
$\log \sin (l_i + 1'') - \log \sin l_i = \mathrm{Mod.} \sin 1''. \operatorname{ctg} l_i$, t. j. ista vrednost kao i za F'_i:

$$F'_i = \log \sin (l_i + 1'') - \log \sin l_i = \mathrm{Mod.} \sin 1''. \operatorname{ctg} l_i.$$

Iz toga se zaključuje da veličinu F'_i ne treba računati, već prosto iz logaritamskih tablica uzeti prirast logaritma sinusa kuta li (rubrika „partes proportionales“) pri promeni samog kuta za 1″. Ovo je ispravno samo do izvesne granice. Ova granica je za izjednačenje s logaritamskim tablicama na pr. sa 7 decimala $l_i > 3^0$, odnosno ža kuteve $l_i < 3^0$ mora se prirast F'_i sračunati iz izvedene formule. Izražen u jedinicama sedmog decimalnog mesta, ovaj prirast sračunava se po form.:

$$F_i = 10^7 \,\mathrm{Mod} \cdot \sin 1'' \cdot \operatorname{ctg} l_i \quad \ldots\ldots \quad 12$$

10^7		7.—
Mod ...	×	9.637 784
sin 1″ ...	×	4.685 575
F_i		1.32 336

$$F_i = [1.32\,336] \operatorname{ctg} l_i \quad \ldots\ldots \quad 12'$$

Zamenom form. 12 u 11 dobije se:

$$\log \sin (l_i + v_i) \equiv \log l_i + F_i v_i \quad \ldots \quad 12''$$

a zamenom ove form. 12″ u 10 dobije se konačno:

$\log a = \log b + \log \sin l_1 + F_1 v_1 + \log \sin l_2 + F_2 v_2 + \ldots$ ili

$$\log a = \log b + [\log \sin l] + F_1 v_1 + F_2 v_2 + F_3 v_3 + \ldots \quad 13$$

Formulom 13 izražen je *loga* kao linearna funkcija korekcija v.

Da bi se konačno *loga* izrazio kao linearna funkcija opažanih kuteva, potrebno je prethodno isti izraziti u obliku linearne funkcije nezavisnih članova (konstonata) w_1, w_2, w_3 . . . uslovnih jednačina. To se postiže ptimenom prenosnih koeficienata.

Korekcije v_1, v_2, v_3 . . . . sračunavaju se, pri izjednačenju mreže po uslovnim opažanjima, iz korekcionih jednačina:

$$\left.\begin{array}{l} v_1 = k_1\, a_1 + k_2\, b_1 + k_3\, c_1 + \dots \\ v_2 = k_1\, a_2 + k_2\, b_2 + k_3\, c_2 + \dots \\ v_3 = k_1\, a_3 + k_2\, b_3 + k_3\, c_3 + \dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{array}\right\} \dots\dots 14$$

gde su:

k_1, k_2, k_3 . . korelate, a veličine a_1, a_2, a_3 . .; b_1, b_2, b_3 . .; c_1, c_2, c_3 . . .; . . . koeficienti uslovnih jednačina.

Zamenem form. **14** u **13** dobije se:

$$\begin{aligned} \log a = \log b + [\log \sin l] &+ F_1\,(k_1\, a_1 + k_2\, b_1 + k_3\, c_1 + \dots) + \\ &+ F_2\,(k_1\, a_2 + k_2\, b_2 + k_3\, c_2 + \dots) + \\ &+ F_3\,(k_1\, a_3 + k_2\, b_3 + k_3\, c_3 + \dots) + \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots \ \text{ili} \end{aligned}$$

$$\log a = \log b + [\log \sin l] + k_1\,[aF] + k_2\,[bF] + k_3\,[cF] + \quad 15$$

Da bi form. **15** doveli konačno na oblik form. **1** potrebno je eliminirati korelate, jer su one zavisne od opažanih veličina. Ostale veličine u form. **15**: prirasti F i koeficienti uslovnih jednačina nezavisni su od opažanih veličina već zavise samo od oblika mreže i izbora nezavisnih uslova. Eliminiranje korelata izvršuje se:

a) kada se normalne jednačine korelata:

$$\left.\begin{array}{ll|c|} A) & [aa]\, k_1 + [ab]\, k_2 + [ac]\, k_3 + \dots + w_1 = o & \pi_1 \\ B) & [ab]\, k_1 + [bb]\, k_2 + [bc]\, k_3 + \dots + w_2 = o & \pi_2 \\ C) & [ac]\, k_1 + [bc]\, k_2 + [cc]\, k_3 + \dots + w_3 = o & \pi_3 \\ & \dots\dots\dots\dots\dots\dots & \\ & \dots\dots\dots\dots\dots\dots & \end{array}\right\} .\ 16$$

pomnože prenosnim koeficientima (Übertragungs koefficienten) π_1, π_2, π_3 . . . i

b) kada se ovi prenosni koeficienti odrede pod uslovom:

$$\left.\begin{array}{l} A)\ [aa]\,\pi_1 + [ab]\,\pi_2 + [ac]\,\pi_3 + \ldots + [aF] = o \\ B)\ [ab]\,\pi_1 + [bb]\,\pi_2 + [ac]\,\pi_3 + \ldots + [bF] = o \\ C)\ [ac]\,\pi_1 + [bc]\,\pi_2 + [cc]\,\pi_3 + \ldots + [cF] = o \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \ldots \quad 17$$

— Nastaviće se —

Spisal: prof. ing. Leo Novak

Zeissove tovarne v Jeni

Vsi trije problemi se nanašajo na propustnost stekla za žarka toda vsak v drugi smeri. Prvi problem se tiče produkcije posebne vrste stekel, ki so v še večji meri kot dosadanja brezbarvna in ki naj propuščajo vse žarka barvnega spektra v enaki meri. Običajno kronovo steklo je namreč vedno nekoliko zelenkasto, flintovo steklo da rumenkosto in prvotni izdelki jenske steklarne so kazali še vedno sledove te barvnosti v večji meri, nego je bilo to za posamezne namene žaželjeno. Z ozirom na to, je steklarna začela izdelovati topnine specialnih borosilikatnih in baritnih stekel, ki so v najvišlji meri brezbarvna. V drugi vrsti se je posrečila sestava stekel, ki imajo napram kratkovalovnim žarkom (pod 390 m.m), ki leže že izven vidnega spektra. takozvanim ultravioletnim žarkom posebne lastnosti. Dosedanje vrste stekel so te žarke močno absorbirale, nove vrste jih pa v veliki meri propuščajo; vsled tega so te vrste stekel za mnoge namene, n. pr. za fotografijo, stopile v konkurenco z dosedaj uporabljenimi kristali: kremenjakom in jedavcem, napram katerim imajo ne glede na ceno-marsikatere prednosti. Tretji problem se je tikal stekel, ki naj imajo baš v nasprotni smeri izrazite lastnosti, namreč barvnih stekel popolnoma določenoga karaktera. Barvna stekla so stara znana stvar in obstaja jih cela vrsta; toda v tem primeru so se iskala specialna stekla, ki naj iz spektra izločijo posamezne distrikte in sicer eno steklo en, drugo drug distrikt i t. d. Te vrste stekel: novi rdeči filter, jensko rumeno steklo, modro uviol-steklo i t. d. so ne glede na druge namene — velikega pomena za fotografijo v naravnih barvah.

* * *

Posestne razmere. Skoro 30 leta, t. j. od leta 1846. do leta 1875., je bil Carl Zeiss kot ustanovitelj optičnih delavnic njihov