Год. 10. - Београд, Јануар, Фебруар и Март 1930. - Св. 1.

ГЕОМЕТАРСКИ ГЛАСНИК

ОРГАН УДРУЖЕЊА ГЕОМЕТАРА КРАЉ. ЈУГОСЛАВИЈЕ

Косанчићев Венац 39. БЕОГРАД. Косанчићев Венац 39.

Geod. **Stjepan Horvat,**
pristav tehničkog fakulteta u Zagrebu

Preračunavanje koordinata u Gauss-Krüger-ovoj projekciji.

Kako su usled srazmerno vrlo velikih deformacija za Jugoslaviju odabrana tri konformna sistema Gauss-Krüger-ove projekcije, biće i dosta veliki broj tačaka u blizini dodirnog pojasa izmedju dva sistema, koje će se morati predstaviti pravckutnim kordinatama u oba sistema. Nikako nije svejedno, kakav se način odabere za preračunavanje ovih tačaka iz jednog u drugi sistem. Usled srazmerno velike dužine dodirnih pojaseva biće i veliki broj ovakovih tačaka, pa prema tome i znatno veliki posao oko njihovog preračunavanja.

Jednostavne formule za preračunavanje, koje bi općenito vredile nije moguće postaviti radi t. zv. lokalnih deformacija. Pod ovim lokalnim deformacijama treba razumevati zapravo razliku deformacija oba sistema.

Zadatak bi se dakako mogao rešiti i t. zv. direktnim preračunavanjem t. j. da se pomoću pravokutnih ravnih koordinata izračunaju geografske, a iz ovih pravokutne koordinate u drugom sistemu. No ovaj način, kao vrlo dug i kompliciran mora se odbaciti.

I ako je govor o konformnim projekcijama, ne može se ipak za ciljeve triangulacije općenito smatrati, da ravni smerni kutevi nisu deformirani. Geodetska linija. kao najkraće rastojanje na elipsoidu, ne projicira se kao najkraće rastojanje u ravnini t. j. kao pravac, nego se projicira kao krivulja, koju u prvoj aproksimaciji možemo smatrati kao krivulju II stepena. Medjutim za praktične ciljeve triangulacije mi trebamo pravce i stoga projicirani smerni kutevi moraju biti popravljeni sa malenim korekcijama, koje su poznate kao redukcije smera. Stoga možemo ove malene redukcije uzeti kao lokalne deformacije smera. Ove su redukcije ovisne ne samo o udaljenosti od ishodišnog meridijana, nego i o smeštaju vizure obzirom na veličine smernog kuta.

Mnogo veće deformacije imaju dužinu. No i jedne i druge deformacije dadu se tačno odrediti, ako su poznati elementi, od kojih njihov prirast ovisi.

Iz gore rečenog lako će se razabrati, da prilikom preračunavanja koordinata moramo uzeti u račun i ove deformacije, ako želimo, da naš račun bude toliko tačan, da bude osigurana tačnost rezultata do odredjene decimale samih koordinata. Jasno je da će od same veličine dimenzija ovisiti i tačnost računa, odnosno tačnost odredjenja ovih lokalnih deformacija.

Dva koordinatna sistema ne će biti medjusobno paralelna, nego će zatvarati kut, koji će se od mesta do mesta menjati. Ova promena kuta nastaje radi toga, što oba sistema ne leže u istoj ravnini. Kut, što će ga zatvarati dva sistema, biće u glavnom jednak apsolutnoj sumi meridijanskih konvergencija oba sistema. Da je tako videćemo iz daljih izvoda.

Ako bi oba koordinatna sistema ležala u istoj ravnini, vredile li ove formule za transformaciju:

$$\left.\begin{aligned} y' &= b + x'' \sin \varepsilon + y'' \cos \varepsilon \\ x' &= a + x'' \cos \varepsilon - y'' \sin \varepsilon \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (1)$$

Ovde bi a, b i kut ε predstavljale konstante za preračunavanje iz jednog u drugi sistem. Medjutim, kako se ovde radi o velikim dimenzijama, biće za praktične potrebe zgodnije ove formule:

$$\left.\begin{aligned} (y'_2 - y'_1) &= (y''_2 - y''_1) \cos \varepsilon + (x''_2 - x''_1) \sin \varepsilon \\ (x'_2 - x'_1) &= (x''_2 - x''_1) \cos \varepsilon - (y''_2 - y''_1) \sin \varepsilon \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (2)$$

Kod drugih jednačina predpostavlja se, da je tačka P_1 zadana u oba sistema. Ove formule vredile bi, ako bi kut zaokreta ε bio konstantan i linearne deformacije bile u oba sistema iste. Kako to nije slučaj, moraćemo u jednačine pod (2) uvrstiti i deformacije, pa ćemo na taj način dobiti ove jednačine:

$$\left.\begin{aligned} (y'_2 - y'_1) &= (y''_2 - y''_1)\, \sigma_{1\cdot 2} \cos \varepsilon_{1\cdot 2} + (x''_2 - x''_1)\, \sigma_{1\cdot 2} \sin \varepsilon_{1\cdot 2} \\ (x'_2 - x'_1) &= (x''_2 - x''_1)\, \sigma_{1\cdot 2} \cos \varepsilon_{1\cdot 2} - (y''_2 - y''_1)\, \sigma_{1\cdot 2} \sin \varepsilon_{1\cdot 2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (3)$$

Za logarmitički račun možemo pisati i ovakove formule:

$$\left.\begin{aligned}(y'_2-y'_1) &= \sigma_{1\cdot2}\,(y''_2-y''_1)\,\frac{\sin\,(t''_{1\cdot2}+\varepsilon_{12})}{\sin\,t''_{1\cdot2}}\\ (x'_2-x'_1) &= \sigma_{1\cdot2}\,(x''_2-x''_1)\,\frac{\cos\,(t''_{1\cdot2}+\varepsilon_{12})}{\cos\,t''_{12}}\end{aligned}\right\}\;.\;.\;.\;.\;.\;(4)$$

Isporedjenjem jednačina (3) i (4) može se lako dokazati, da su ove strogo identične.

U gornjim jednačinama predstavljaju veličine σ_{12} i ε_{12} lokalne deformacije, i to:

$$\log\,\sigma_{1\cdot2} = \log\,\sigma'_{12} - \log\,\sigma''_{12}$$

$$\varepsilon_{1\cdot2} = t'_{12} - t''_{12}$$

gde je log σ redukcija stranice, a t smerni ravni kutevi u jednom i u drugom sistemu.

Ove lokalne deformacije nisu konstantne veličine, nego se od mesta do mesta menjanju. Biće stoga potrebno odrediti formule za njihovo odredjenje, a zatim te formule svesti na takav oblik, koji će omogućiti što lakše praktično računanje. Kako ćemo kasnije videti, kut zaokreta jednog sistema prema drugom sastoji se od dva razna elementa, od kojih jedan predstavlja relativnu konstantu, t. j. za jcdno te isto stajalište je za sve vizure konstantan, dok se drugi menja već prema položaju i dužini pojedinih vizura. Prvi član, koji je ujedno i glavni član, nazvaćemo lokalna orijentacija. Drugi predstavlja apsolutnu sumu redukcija smera u jednom i drugom sistemu.

Azimut geodetske linije, kako je poznato, možemo odrediti po ovoj relaciji:

$$\left.\begin{aligned}\alpha' &= \delta' + \gamma'\\ \alpha'' &= \delta'' + \gamma''\end{aligned}\right\}\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(5)$$

Kako se radi o konformnim sistemima, moraju oba azimuta biti medjusobno jednaka. U gornjoj jednačini označuje δ zakrivljeni smerni kut, a γ — meridijansku konvergenciju.

Izmedju ravnih i zakrivljenih kuteva postoji ovaj odnos:

$$t_{1\cdot2} = \sigma_{1\cdot2} - \delta_{1\cdot2}\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(6)$$

δ predstavlja redukciu smera, dakle u prvoj aproksimaciji:

$$\delta_{1\cdot2} = \frac{\rho''}{6\,p^2}\,(x_2-x_1)\,(2y_1+y_2)$$

Obzirom na jednačine (5) i (6) možemo za ravne smerne kuteve pisati ovakove formule.

$$\left.\begin{aligned} t'_{1\cdot2} &= \alpha'_{1\cdot2} - \gamma'_1 - \delta'_{1\cdot2} \\ t''_{1\cdot2} &= \alpha''_{1\cdot2} - \gamma''_1 - \delta''_{1\cdot2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (7)$$

Prema tome kut zaokreta biće jednak:

$$\varepsilon_{1\cdot2} = (\gamma''_1 - \gamma'_1) + (\delta''_{1\cdot2} - \delta'_{1\cdot2}) \quad \ldots . (8)$$

Prvi član ovoga izraza — $(\gamma''_1 - \gamma'_1)$ — biće za isto stajalište konstantna veličina; on predstavlja diferenciju meridijanskih konvergencija. Kako smo ranije rekli, ovu diferenciju nazivaćemo u buduće lokalnom orijentacijom. Ukupno izraz za $\varepsilon_{1\cdot2}$ nazivaćemo lokalnom deformacijom smera.

Kada su ovako razloženi temeljni pojmovi, možemo preći na odredjivanja pojedinih članova.

Određivanje lokalne orijentacije.

Za meridijansku konvergenciju u Gauss-Krüger-ovoj projekciji imademo ovakovu formulu:

$$\gamma = l \sin\varphi + \frac{l^3}{3\rho^2} \sin\varphi \cos^2\varphi \,(1 + 3\eta^2) + \frac{l^5}{15\rho^4} \sin\varphi \cos^4\varphi \,(2 - t^2) \quad (9)$$

Ovde označava φ geografsku širinu tačke, l diferenciju geografskih dužina, računajući ishodišni meridijan kao nul-meridijan $\eta^2 = e'^2 \cos^2\varphi$, gde je e'^2 jedan od ekscentriciteta zemaljske elipse, $t = \operatorname{tg}\varphi$ i ρ modul za pretvaranje analitičke u kutnu meru.

U oba koordinatna sistema glasiće formula za meridijansku konvergenciju:

$$\left.\begin{aligned} \gamma' &= l' \sin\varphi + \frac{l'^3}{3\rho^2} \sin\varphi \cos^2\rho \,(1 + 3\eta^2) + \\ &\quad + \frac{l'^5}{15^4\rho} \sin\varphi \cos^4\varphi \,(2 - t^2) \\ \gamma'' &= l'' \sin\varphi + \frac{l''^3}{3\rho^2} \sin\varphi \cos\varphi \,(1 + 3\eta^2) + \\ &\quad + \frac{l''^5}{15\rho^4} \sin\varphi \cos^4\varphi \,(2 - t^2) \end{aligned}\right\} \quad \ldots (10)$$

Kako se ovde radi o jednoj te istoj tački, biće i geografske pozicije tačke φ i λ iste. Usled toga biće $l' = \lambda - \lambda'_o$ i $l'' = \lambda - \lambda''_o$, gde λ'_o i λ''_o predstavljaju geografske dužine ishodišnih meridijana.

Diferencijom jednačina pod (10) dobićemo za lokalnu orijentaciju sledeću vrednost:

$$\delta'' - \delta' = \sin\varphi\,(l'' - l'), + \frac{\sin\varphi\,\cos^2\varphi}{3\,\rho^2}\,(1 + 3\,\eta^3)\,(l''^3 - l'^3) +$$

$$+ \frac{\sin\varphi\,\cos^4\varphi}{15\,\rho^4}\,(2 - t^2), (l''^5 - l'^5), \ldots (11)$$

Obzirom na gore rečeno, biće:

$$l'' - l' = \lambda'_o - \lambda''_o = \triangle\lambda \quad \ldots \quad (12)$$

t. j. konstantna veličina. Za naše koordinatne sisteme iznosi ona 3°.

Sada ćemo transformirati ostale članove kako sledi:

$$l''^3 - l'^3 = (l'' - l')\,(l''^2 + l''\,l' + l'^2) =$$
$$= \triangle\lambda\,[3\lambda^2 - 3\lambda\,(\lambda'_o + \lambda''_o) + \lambda'^2_o + \lambda'_o\lambda''_o + \lambda''^2_o]$$

Radi kraćeg izražavanja uvešćemo još i ovu oznaku:

$$\left.\begin{aligned} \lambda'_o + \lambda''_o &= 2\lambda s \\ \lambda'_o - \lambda''_o &= \triangle\lambda \end{aligned}\right\} \ldots (13)$$

Odavde dobijamo, da je
$$\left.\begin{aligned} \lambda'_o &= \lambda s + \frac{1}{2}\,\triangle\lambda \\ \lambda''_o &= \lambda s - \frac{1}{2}\,\triangle\lambda \end{aligned}\right\} \ldots (14)$$

(Nastaviće se)

H. Dieck.

Испитивање способности за звање геометра

(Преведено из 5 свеске 42. годишта „Allgemeine Vermesssungsnachrichten").

Код премеравења земљишта изналазе се стално нове методе снимања терена, израде и умножавања планова, начина рачунања површина, како би се квантитативно и квалитативно повисили резултати рада. Геодетски инструменти непрестано се усавршавају. Не преза се ни пред каквим трудом да се добије најбољи материјал. Само у једној тачци нисмо се потрудили, да можемо унапред разликовати добар материјал од рђавога. Под тим се подразумева оно што је најважније при раду, сам радни човек. Спретан чиновник — геометар постизава згодним диспозицијама, налажењем добрих метода и сигурношћу рада јамачно двоструко и троструко више од онога који је врло неспретан, али који би можда могао да добро делује у другом звању. Поврх тога можда радови потоњега још садрже нетачности и грешке.

Шта је меродавно за једнога младића и његове родитеље код избора звања? Абитуријенат упоређује у првом