

Иван Свишчев
професор Универзитета
у Београду.

Изједначење ланца троуглова међу заданим странама триангулације, којој су одређене координате тачака.

— Наставак —

III.

Пример. Дате су правоугле координате тачака А, В, С, и D и измерени су углови троуглова I, II, III, IV, V, VI, VII и VIII (слика 2).

	У	Х
А	23516,14	609937,63
В	22591,45	609745,56
С	26691,98	606475,10
D	26614,57	607386,51

Измерени углови и грешке у сваком троуглу унети су у таблицу 1 (ступац 3). Види страну 152.

У овакој триангулацији треба да се задовоље следећи услови :

8 угловних услова (за збир углова у сваком троуглу), 1 услов страна (базисни) и 3 полигона услова, т.ј. у свему 12 услова. Саставивши за свих 12 услова условне једначине можемо их решити на начин најмањих квадрата и наћи тражене поправке за измерене углове троуглова. Такво решење треба доста времена, које се код већег броја троуглова још и повећава.

Да би се олакшало горе споменуто решење, може се поступати на следећи начин :

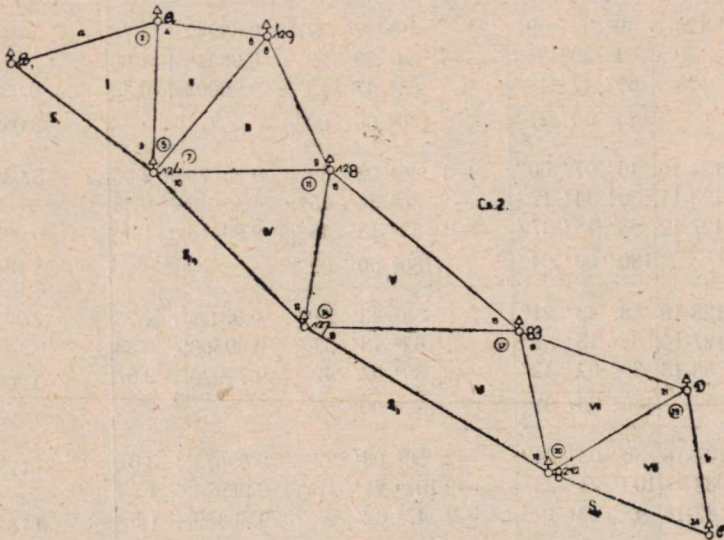
1) Спочетка се задовољи 8 угловних условних једначина а затим 2.) остале 4 условне једначине страна и полигона.

Задовољење угловних условних једначина (за збир углова у троуглима) са применом начина најмањих квадрата ради се веома просто : грешка свакога троугла раздели се једнако на сва три угла у троуглу.

Кад се задовољи на споменути начин првих 8 услова, т.ј. кад се нађу прве поправке за измерене углове троуглова, уводе се ове поправке у измерене углове, а остале се 4 условне једначине састављају са поправљеним угловима троуглова.

Решење 4 последњих условних једначина треба да се изведе тако, да се не наруше задовољавања првих 8 услова. Због тога је потребно, да се после састављања 4 условних једначина уведу накнадни услови, о којима ниже говоримо.

Када се раздели одступање свакога троугла једнако на сва три угла, добијамо прве поправке. Уврстивши њих у измерене углове, добијамо поправљене углове троуглова, с којима ћемо даље оперисати (табл. 1, ступац 4—5).



Састављање осталих четирију условних једначина почињемо постепено како је приказано на стр. 111.—112.

1.) За влук узмемо $\triangle B - \triangle 124 - \triangle 127 - \triangle 82 - \triangle C$

2. Из датих координата тачака израчунамо по формулама (1) нагибе v_A^B и v_C^D и дужине страна a и b , који износе

$$v_A^B = 258^\circ 15' 57'' \quad \log a = 2.97517$$

$$v_C^D = 355^\circ 08' 42'' \quad \log b = 2.96128$$

Рачунање страна

	Угао	Измерени углови	Љве попр.	Поправљени углови	lgsin	Δ lgsin	
1	2	3	4	5	6	7	8
I	A-2	72° 08' 05"	-1	72° 08' 04"	9.97853	+ 0.66	2.97517
	B-1	53° 50' 59"	0	53° 50' 59"	9.90713	+ 1.50	
	124-3	54° 00' 57"	0	54° 00' 57"	9.90805	+ 1.50	0.09195
		180° 00' 01"		180° 00' 00"			3.06712
II	A-4	84° 06' 46"	+ 5	84° 06' 51"	9.99771	+ 0.33	2.97425
	124-5	37° 52' 25"	+ 4	37° 52' 29"	9.78813	+ 2.67	
	129-6	58° 00' 37"	+ 4	58° 00' 40"	9.92847	+ 1.33	0.07153
		179° 59' 47"		180° 00' 00"			3.04578
III	124-7	49° 42' 59"	-7	49° 42' 49"	9.88242	+ 1.78	3.04349
	129-8	64° 29' 36"	-7	64° 29' 29"	9.95546	+ 1.00	
	128-9	65° 47' 49"	-7	65° 47' 42"	9.96003	+ 0.83	0.03997
		180° 00' 21"		180° 00' 00"			3.08346
IV	124-10	46° 07' 00"	-1	46° 06' 59"	9.85779	+ 2.06	3.03892
	128-11	80° 34' 17"	-2	80° 34' 15"	9.99409	+ 0.33	
	127-12	53° 18' 47"	-1	53° 18' 46"	9.90413	+ 1.55	0.09587
		180° 00' 04"		180° 00' 00"			3.13479
V	128-13	58° 43' 21"	0	58° 43' 21"	9.93179	+ 1.28	2.99258
	127-14	82° 13' 58"	-1	82° 13' 57"	9.99600	+ 0.33	
	83-15	39° 02' 42"	-0	39° 02' 42"	9.79929	+ 2.67	0.20071
		180° 00' 01"		180° 00' 00"			3.19329
VI	127-16	30° 03' 24"	-2	30° 03' 22"	9.69671	+ 3.61	-3.12508
	83-17	102° 24' 23"	-2	102° 24' 21"	9.98974	+ 1.33	
	82-18	47° 32' 19"	-2	47° 32' 17"	9.86889	+ 1.89	0.13211
		180° 00' 06"		180° 00' 00"			3.25719
VII	83-19	58° 17' 14"	+2	58° 17' 16"	9.92978	+ 1.28	2.95690
	82-20	70° 53' 54"	+2	70° 53' 56"	9.97541	+ 0.72	
	79-21	50° 48' 47"	+1	50° 48' 48"	9.88935	+ 1.67	0.11065
		179° 59' 55"		180° 00' 00"			3.06755
VIII	82-22	52° 10' 15"	-2	52° 10' 13"	9.89755	+ 1.61	2.99733
	D-23	68° 43' 08"	-3	68° 43' 05"	9.96932	+ 0.83	
	C-24	59° 06' 44"	-3	59° 06' 42"	9.93358	+ 1.33	0.06642
		180° 00' 07"		180° 00' 00"			3.06375

тРОУГЛОВА

Таблица 1.

log. стране		2ге попр.	Дефинитив- ни углови	logsim		log стране	
9		10	11	12	13	14	15
3.04565		+ 8	72° 08' 12''	9.97854	2.97517	3 04568	I
2.97425		- 1	53° 50' 58''	9.90713		2.97427	
2.97517		- 7	54° 00' 50'' 00	9.90803	0.09797 3.067.14	2.97517	
3.04349		+ 3	84° 06' 54''	9.99771	2.97427	3 04351	II
2.83591		- 3	37° 52' 26''	9.78812		2 83392	
2.97425		2	58° 00' 40'' 00	9.92847	0.07153 3.04580	2.97427	
2.96588		- 3	49° 42' 46''	9.88242	3.04351	2.96590	III
3.03892		+ 3	64° 29' 32''	9.95546		3.03894	
3.04349		0	65° 47' 42'' 00	9.96008	0.03997 3.08348	3.04351	
2.99258		- 2	46° 06' 57''	9.85778	3.03894	2.99260	IV
3.12888		+ 6	80° 34' 21''	9.99409		3.12891	
3.03892		- 4	53° 18' 42'' 00	9.90412	0.09588 3.13482	3.03894	
3.12508		+ 2	58° 43' 23''	9.93180	2.99260	3.12511	V
3.18929		- 2	82° 13' 55''	9.99603		3.18934	
2.99258		- 0	39° 02' 42'' 00	9.79929	0.20071 3.19331	2.99360	
2.95690		- 8	30° 03' 14''	9.69968	3.12511	2.95690	VI
3.24693		+ 11	102° 24' 32''	9.98976		3.24695	
3.12508		- 3	47° 32' 14'' 00	9.83789	0.13211 3 25722	3.12511	
2.99733		- 1	58° 17' 15''	9.92978	2.95690	2.99733	VII
3.04296		- 2	70° 53' 54''			3.04296	
2.95690		+ 3	50° 48' 51'' 00	9.97541 9.88935	0.11065 3.06755	2.95690	
2.96130	треба	- 5	52° 10' 08''	9.89753	2.99733	2.96128	VIII
3.03307	296128	+ 5	68° 43' 10''	9.96933		3.03308	
2.99733		0	59° 06' 42'' 00	9.93358	0.06642 3.06375	2.99733	

3.) Полазећи од стране а израчунамо логаритме страна S_1 , S_2 , S_3 и S_4 полигоног влака, а исто тако и стране б.

Ово је рачунање извршено у табlici 1., где су у ступцу 6 уписани логаритми синуса поправљених углова, у ступцу 7. промене логаритама синуса код промене угла за $1''$. Код тога су ове промене изражене са шестим местом логаритма. И коначно у 9. ступцу логаритми страна мреже троуглова.

4.) Полазећи од нагиба v_A^B рачунамо нагибе свих страна полигонога влака и нагиб стране б.

Ово је рачунање обављено у табlici 2. (види стр. 156) где су у другом ступцу уписани преломни углови, а у трећем нагиби.

5.) Из нагиба страна срачунатих у табlici 2. и логаритама ових страна у табlici 1. израчунамо по формулама (6) координатне разлике Δx и Δy за ове стране.

Рачунање је изведено у табlici 2. у ступцима 4, 5, 6 и 7.

6.) Из једначина (3) одредимо слободне чланове условних једначина f_β , f_x и f_y , а из једначина на стр. 113. члан f_b .

То су следећи чланови :

$$\begin{aligned} f_\beta &= -40'' \\ f_b &= -20 \text{ или тачније } 0,000020. \\ f_x &= +0,34 \\ f_y &= +0,49 \end{aligned}$$

7.) По формулама (10) за све стране полигонога влака израчунамо којефицијенте p' , p'' , q' и q'' .

Рачунања су извршена у табlici 2. ступци 8, 9, 10 и 11.

8.) За сваку страну влака и за страну б састављени су по формулама (14) изрази $d \log s$. Ози су изрази следећи :

$$\begin{aligned} d \log s_1 &= \alpha_2 (2) - \alpha_3 (3) \\ d \log s_2 &= \alpha_1 (1) - \alpha_3 (3) + \alpha_4 (4) - \alpha_6 (6) + \\ &\quad \alpha_8 (8) - \alpha_9 (9) + \alpha_{11} (11) - \alpha_{12} (12) \\ d \log s_3 &= \alpha_1 (1) - \alpha_3 (3) + \alpha_4 (4) - \alpha_6 (6) + \\ &\quad + \alpha_8 (8) - \alpha_9 (9) + \alpha_{10} (10) - \alpha_{12} (12) + \\ &\quad + \alpha_{13} (13) - \alpha_{15} (15) + \alpha_{17} (17) - \alpha_{18} (18) \\ d \log s_4 &= \alpha_1 (1) - \alpha_3 (3) + \alpha_4 (4) - \alpha_6 (6) + \\ &\quad + \alpha_8 (8) - \alpha_9 (9) + \alpha_{10} (10) - \alpha_{12} (12) + \\ &\quad + \alpha_{13} (13) - \alpha_{15} (15) + \alpha_{16} (16) - \alpha_{18} (18) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \alpha_{19} (19) - \alpha_{21} (21) + \alpha_{23} (23) - \alpha_{24} (24) \\
 d \log b = & \alpha_1 (1) - \alpha_3 (3) + \alpha_4 (4) - \alpha_6 (6) + \\
 & + \alpha_8 (8) - \alpha_9 (9) + \alpha_{10} (10) - \alpha_{12} (12) + \\
 & + \alpha_{13} (13) - \alpha_{15} (15) + \alpha_{16} (16) - \alpha_{18} (18) + \\
 & + \alpha_{19} (19) - \alpha_{21} (21) + \alpha_{22} (22) - \alpha_{24} (24)
 \end{aligned}$$

Ако у њима заменимо величине $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots$ са бројевним означањима у табlici 1. стубац 7., добивамо :

$$d \log s_1 = + 0,7 (2) - 1,5 (3)$$

$$\begin{aligned}
 d \log s_2 = & + 1.5 (1) - 1.5 (3) + 0.3 (4) - \\
 & - 1.3 (6) + 1.0 (8) - 0.8 (9) + \\
 & + 0.3 (11) - 1.5 (12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d \log s_3 = & + 1.5 (1) - 1.5 (3) + 0.3 (4) - \\
 & - 1.3 (6) + 1.0 (8) - 0.8 (9) + 2.1 (10) - \\
 & - 1.5 (12) + 1.3 (13) - 2.7 (15) + \\
 & + 1.3 (17) - 1.9 (18).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d \log s_4 = & + 1.5 (1) - 1.5 (3) + 0.3 (4) - \\
 & - 1.3 (6) + 1.0 (8) - 0.8 (9) + \\
 & + 2.1 (10) - 1.5 (12) + 1.3 (13) - \\
 & - 2.7 (15) + 3.6 (16) - 1.9 (18) + \\
 & + 1.3 (19) - 1.7 (21) + 0.8 (23) - \\
 & - 1.3 (24).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d \log b = & + 1.5 (1) - 1.5 (3) + 0.3 (4) - \\
 & - 1.3 (6) + 1.0 (8) - 0.8 (9) + \\
 & + 2.1 (10) - 1.5 (12) + 1.3 (13) - \\
 & - 2.7 (15) + 3.6 (16) - 1.9 (18) + \\
 & + 1.3 (19) - 1.7 (21) + 1.6 (22) - \\
 & - 1.3 (24).
 \end{aligned}$$

9.) За сваку страну влака и за страну b састављају се по формулама (16) изрази за dv .

Ови су изрази следећи :

$$dv_1 = (1)$$

$$dv_2 = (1) + (3) + (5) + (7) + (10)$$

$$\begin{aligned}
 dv_3 = & (1) + (3) + (5) + (7) + (10) + (12) + \\
 & (14) + (16).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 dv_4 = & (1) + (3) + (5) + (7) + (10) + (12) + \\
 & + (14) + (16) + (18) + (20) + (22).
 \end{aligned}$$

Приближно рачунање $\Delta x \Delta y$

1.	Преломни углови 2. β	Нагиби 3. ν	$\log \sin \nu$ $\log s$ 4. $\log os \nu$	$\log S. \sin \nu$ $\log S. \cos \nu$ 5.
\triangle \bigcirc A		258° 15' 57''		
\triangle \bigcirc B	53° 50' $\overline{59}''$	132° 06' $\overline{56}''$	9.87029 3.04565 9.82648 ⁿ	2.91594 2.87213 ⁿ
\triangle \bigcirc 124	187° 43' $\overline{14}''$	139° 50' $\overline{10}''$	9.80954 3.12888 9.88321 ⁿ	2.93842 3.01209 ⁿ
\triangle \bigcirc 127	165° 36' $\overline{05}''$	125° 26' $\overline{15}''$	9.91103 3 24693 9.76329 ⁿ	3.15796 3.01022 ⁿ
\triangle \bigcirc 82	170° 36' $\overline{26}''$	116° 02' $\overline{41}''$	9.95350 3.03307 9.64254 ⁿ	2.98657 2.67561 ⁿ
\triangle \bigcirc C	59° 06' $\overline{42}''$	355° 09' 23''		
\triangle \bigcirc D	треба	355° 08' 43'' $\overline{\beta} = -40''$		Треба

Рачунање којефицијената p' p'' q' q'' .

Таблица 3.

$\Delta Y = S \sin \nu$		$\Delta X = S \cos \nu$		$p' = \frac{\Delta X}{M}$	$p'' = -\frac{\Delta Y}{\rho''}$	$q' = \frac{\Delta Y}{M}$	$q'' = \frac{\Delta X}{\rho''}$
+	-	7. +	-	8.	9.	10.	11.
			744.95	— 1715.32	— 0.004	1897.37	— 0.004
			1028.22	— 2367.59	— 0.004	1998.17	— 0.005
			1023.91	— 2357.42	— 0.007	3312.66	— 0.005
			473.81	— 1091.02	— 0.005	2232.48	— 0.002
+ 4100.04		— 3270.80					
+ 4100.53 $f_y = +049.$		Греба — 3270.46 $f_x = -0.34$					

$$dv_b = (1) + (3) + (5) + (7) + (10) + (12) + \\ + (14) + (16) + (18) + (20) + (22) + (24)$$

У мрежи троуглова можемо разликовати везне стране помоћу којих се један троугао веже за други, и остале међупросторне стране.

Аполого називима страна протулежеће углове зовемо везнима и међупросторнима.

У нашем ће примеру бити ови међупросторни углови :
2, 5, 7, 11, 14, 17, 20 и 23.

Кад су састављене последње четири условне једначине, у које улазе поправке свих углова и троугла, треба да се оне реше тако, да се не наруше већ задовољени услови збира углова у сваком троуглу.

Због тога можемо у изразима $d \log s$ и dv поправку међупросторнога угла у сваком троуглу заменити са поправкама везних углова узетих са противним знаком, т. ј.

$$\begin{aligned} (2) &= - (1) - (3) \\ (5) &= - (4) - (6) \\ (7) &= - (8) - (9) \\ (11) &= - (10) - (12) \\ (14) &= - (13) - (15) \\ (17) &= - (16) - (18) \\ (20) &= - (19) - (21) \\ (23) &= - (22) - (24) \end{aligned}$$

Ако уведемо потоње услове, онда изрази $d \log s$ и dv из 8) и 9) претворе у следеће:

$$\begin{aligned} d \log s_1 &= - 0.7 (1) - 2.2 (3) \\ d \log s_2 &= + 1.5 (1) - 1.5 (3) + 0.3 (4) - \\ &\quad - 1.3 (6) + 1.0 (8) - 0.8 (9) - \\ &\quad - 0.3 (10) - 1.8 (12) \\ d \log s_3 &= + 1.5 (1) - 1.5 (3) + 0.3 (4) - \\ &\quad - 1.3 (6) + 1.0 (8) - 0.8 (9) + \\ &\quad + 2.1 (10) - 1.5 (12) + 1.3 (13) - \\ &\quad - 2.7 (15) + 1.3 (16) - 3.2 (18) \\ d \log s_4 &= + 1.5 (1) - 1.5 (3) + 0.3 (4) - \\ &\quad - 1.3 (6) + 1.0 (8) - 0.8 (9) + \\ &\quad + 2.1 (10) - 1.5 (12) + 1.3 (13) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - 2.7 (15) + 3.6 (16) - 1.9 (18) + \\
 & + 1.3 (19) - 1.7 (21) - 0.8 (22) - \\
 & - 2.1 (24).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d \lg b = & + 1.5 (1) - 1.5 (3) + 0.3 (4) \\
 & - 1.3 (6) + 1.0 (8) - 0.8 (9) + \\
 & + 2.1 (10) - 1.5 (12) + 1.3 (13) - \\
 & - 2.7 (15) + 3.6 (16) - 1.9 (18) + \\
 & + 1.3 (19) - 1.7 (21) + 1.6 (22) - \\
 & - 1.3 (24)
 \end{aligned}$$

$$dv_1 = (1)$$

$$dv_2 = (1) + (3) - (4) - (6) - (8) - (9) + (10)$$

$$dv_3 = (1) + (3) - (4) - (6) - (8) - (9) + (10) + (12) - (13) - (15) + (16)$$

$$dv_4 = (1) + (3) - (4) - (6) - (8) - (9) + (10) + (12) - (13) - (15) + (16) + (18) - (19) - (21) + (22)$$

$$dv_b = (1) + (3) - (4) - (6) - (8) - (9) + (10) + (12) - (13) - (15) + (16) + (18) - (19) - (21) + (22) + (24)$$

10.) користећи последње изразе за $d \log s$ и dv саставимо по формулама (17.) изразе $d\Delta x$ и $d\Delta y$ те добијамо суму $\Sigma d\Delta x$ и $\Sigma d\Delta y$.

$$d \Delta x_1 = - 0.3 (1) + 0.4 (3)$$

$$\begin{aligned}
 d \Delta x_2 = & - 0.7 (1) - 0.1 (3) + 0.3 (4) + \\
 & 0.7 (6) + 0.2 (8) + 0.6 (9) - \\
 & - 0.3 (10) + 0.4 (12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d \Delta x_3 = & - 1.0 (1) - 0.4 (3) + 0.6 (4) + \\
 & + 1.0 (6) + 0.5 (8) + 0.9 (9) - \\
 & - 1.2 (10) - 0.4 (12) + 0.4 (13) + \\
 & + 1.3 (15) - 0.4 (16) + 0.7 (18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d \Delta x_4 = & - 0.7 (1) - 0.3 (3) + 0.5 (4) + \\
 & + 0.6 (6) + 0.4 (8) + 0.6 (9) - \\
 & - 0.7 (10) - 0.3 (12) + 0.4 (13) + \\
 & + 0.8 (15) - 0.9 (16) - 0.3 (18) + \\
 & + 0.4 (19) + 0.7 (21) - 0.4 (22) + \\
 & + 0.2 (24)
 \end{aligned}$$

Постављање нормалних једнаћина корелата.

1	2 a	3 b	4 c	5 d	6 aa	7 ab	8 ac	9 ad	10 bb
(1)	+1.0	+1.5	-2.7	-0.6	+1.0	+1.5	-2.7	-0.6	+2.25
(3)	+1.0	-1.5	-0.4	-2.7	+1.0	-1.5	-0.4	-2.7	+2.25
(4)	-1.0	+0.3	+1.4	+1.5	+1.0	-0.3	-1.4	-1.5	+0.09
(6)	-1.0	-1.3	+2.3	+0.2	+1.0	+1.3	-2.3	-0.2	+1.69
(8)	-1.0	+1.0	+1.1	+1.9	+1.0	-0.1	-1.1	-1.9	+1.00
(9)	-1.0	-0.8	+2.1	+0.5	+1.0	+0.8	-2.1	-0.5	+0.64
(10)	+1.0	+2.1	-2.2	-0.1	+1.0	+2.1	-2.2	-0.1	+4.41
(12)	+1.0	-1.5	-0.3	-1.9	+1.0	-1.5	-0.3	-1.9	+2.25
(13)	-1.0	+1.3	+0.8	+1.4	+1.0	-1.3	-0.8	-1.4	+1.69
(15)	-1.0	-2.7	+2.1	-0.8	+1.0	+2.7	-2.1	+0.8	+7.29
(16)	+1.0	+3.6	-1.3	-0.3	+1.0	+3.6	-1.3	-0.3	+12.96
(18)	+1.0	-1.9	+0.4	-1.7	+1.0	-1.9	+0.4	-1.7	+3.61
(19)	-1.0	+1.3	+0.4	+0.5	+1.0	-1.3	-0.4	-0.5	+1.69
(21)	-1.0	-1.7	+0.7	-0.2	+1.0	+1.7	-0.7	+0.2	+2.89
(22)	+1.0	+1.6	-0.4	-0.4	+1.0	+1.6	-0.4	-0.4	+0.56
(24)	+1.0	-1.3	+0.2	-0.5	+1.0	-1.3	+0.2	-0.5	+1.69
f	+40	+20	-34	-49	$\Sigma=+16.0$	+5.2	-17.6	-13.2	+48,96
	-0.7	-2.4	-2.0	+3.9					
	A	B	C	D					

Рачунање поправака.

Таблица 3.

11 bc	12 bd	13 cc	14 cd	15 dd	16 aA	17 bB	18 cC	19 dD	20 По- правке
-4.05	-0.90	+7.29	+1.62	+0.36	"	"	"	"	"
+0.60	+4.05	+0.16	+1.08	+7.29	-0.7	+3.6	+0.8	-10.5	= -6.8
+0.42	+0.45	+1.96	+2.10	+2.25	+0.7	-0.7	-2.8	+5.9	= +3.1
-2.99	-0.26	+5.29	+0.46	+0.04	+0.7	+3.1	-4.6	+0.8	= 0
+1.10	+1.90	+1.21	+2.09	+3.61	+0.7	-2.4	-2.2	+7.4	= +3.5
-1.68	-0.40	+4.41	+1.05	+0.25	+0.7	+1.9	-4.2	+2.0	= +0.4
-4.62	-0.21	+4.84	+0.22	+0.01	-0.7	-5.0	+4.4	-0.4	= -1.7
+0.45	+2.85	+0.09	+0.57	+3.61	-0.7	+3.6	+0.6	-7.4	= -3.9
+1.04	+1.82	+0.64	+1.12	+1.96	+0.7	-3.1	-1.6	+5.5	= +1.5
-5.67	+2.16	+4.41	-1.68	+0.64	+0.7	+6.5	-4.2	-3.1	= -0.1
-4.68	-1.08	+1.69	+0.39	+0.09	-0.7	-8.6	+2.6	-1.2	= -7.9
-0.76	+3.23	+0.16	-0.68	+2.89	-0.7	+4.6	-0.8	-6.6	= -3.5
+0.52	+0.65	+0.16	+0.20	+0.25	+0.7	-3.1	-0.8	+2.0	= -1.2
-1.19	+0.34	+0.49	-0.14	+0.04	+0.7	+4.1	-1.4	-0.8	= +2.6
-0.64	-0.64	+0.16	+0.16	+0.16	-0.7	-3.8	+0.8	-1.6	= -5.3
-0.26	+0.65	+0.04	-0.10	+0.25	-0.7	+3.1	-0.4	-2.0	= 0
-22,41	+14,61	+33,00	+ 8,46	+23,70					

$$\begin{aligned} \Sigma d \Delta x = & - 2.7 (1) - 0.4 (3) + 1.4 (4) + \\ & + 2.3 (6) + 1.1 (8) + 2.1 (9) - \\ & - 2.2 (10) - 0.3 (12) + 0.8 (13) + \\ & + 2.1 (15) - 1.3 (16) + 0.4 (18) + \\ & + 0.4 (19) + 0.7 (21) - 0.4 (22) + \\ & + 0.2 (24) \end{aligned}$$

$$d \Delta y_1 = - 0.5 (1) - 0.4 (3)$$

$$\begin{aligned} d \Delta y_2 = & - 0.2 (1) - 0.8 (3) + 0.6 (4) + \\ & + 0.2 (6) + 0.7 (8) + 0.3 (9) - \\ & - 0.6 (10) - 0.4 (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d \Delta y_3 = & - 1.0 (3) + 0.6 (4) + \\ & + 0.1 (6) + 0.8 (8) + 0.2 (9) + \\ & + 0.2 (10) - 1.0 (12) + 0.9 (13) - \\ & - 0.4 (15) - 0.9 (16) - 1.1 (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d \Delta y_4 = & + 0.1 (1) - 0.5 (3) + 0.3 (4) - \\ & - 0.1 (6) + 0.4 (8) + 0.3 (10) - \\ & - 0.5 (12) + 0.5 (13) - 0.4 (15) + \\ & + 0.6 (16) - 0.6 (18) + 0.5 (19) - \\ & - 0.2 (21) - 0.4 (22) - 0.5 (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma d \Delta y = & - 0.6 (1) - 2.7 (3) + 1.5 (4) + \\ & + 0.2 (6) + 1.9 (8) + 0.5 (9) - \\ & - 0.1 (10) - 1.9 (12) + 1.4 (13) - \\ & - 0.8 (15) - 0.3 (16) - 1.7 (18) + \\ & + 0.5 (19) - 0.2 (21) - 0.4 (22) - \\ & - 0.5 (24) \end{aligned}$$

Код састављања потоњих израза неопходно треба држати на уму, да у изразе за $d \log s$ улазе промене логари-тама синуса $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots$, које су изражене са шестим децималним знаком као целим бројем, т. ј. оне су увећане 1000000 пута. С тога треба да се код множења p на α резултати умање за 1000000 пута.

Напоследку су у свима изразима $d \Delta x$ и $d \Delta y$ сви којефицијенти у траженим исправкама увећани за 100 пута, чиме су једначине за координате X и Y по тежини приближно доведене до једначина нагиба и страна.

4.) Сада напишемо четири условне једначине: нагиба, страна и координата X и Y . Прву узмемо из 8), другу из 9), а трећу и четврту из 10).

Решење нормалних једначина

Таблица 4.

A	B	C	D	F	S	
+ 16.0	+ 5.2	- 17.6	- 13.2	+ 40.	+ 30.4	+ 0.325 - 1.1 - 0,825
	+ 49.0	- 22.4	+ 14.6	+ 20.	+ 66.4	
	+ 1.7	- 5.7	- 4.3	+ 13.0	+ 9.9	
	+ 47.3	- 16.7	+ 18.9	+ 7.0	+ 56.5	- 0.353 + 0.400
		+ 33.0	+ 8.5	- 34.	- 32.5	
		+ 19.4	+ 14.5	- 44.0	- 33.4	
		+ 13.6	- 6.0	+ 10.0	+ 0.9	
		+ 5.9	- 6.7	- 2.5	- 19.9	
		+ 7.7	+ 0.7	+ 12.5	+ 20.8	- 0,091
			+ 23.7	- 49.	- 15.4	
			+ 10.9	- 33.0	- 25.1	
			+ 12.8	- 16.0	+ 9.7	
			+ 7.6	+ 2.8	+ 22.6	
			+ 5.2	- 18.8	- 12.9	
			+ 0.1	+ 1.1	+ 1.9	
			+ 5.1	- 19.9	- 14.8	

$$D = \frac{19.9}{5.1} + 3.9$$

$$C = \frac{-2.7 - 12.5}{7.7} = -2.0$$

$$B = \frac{-73.7 - 33.4 - 7.0}{47.3} = -2.4$$

$$A = \frac{+51.5 - 35.2 + 12.5 - 40.0}{16.0} = -0.7$$

$$1.) + (1) + (3) - (4) - (6) - (8) - (9) + (10) + \\ + (12) - (13) - (15) + (16) + (18) - (19) - (21) + (22) + \\ + (24) = - 40$$

$$2.) + 1.5 (1) - 1.5 (3) + 0.3 (4) - 1.3 (6) + \\ + 1.0 (8) - 0.8 (9) + 2.1 (10) - 1.5 (12) + 1.3 (13) - \\ - 2.7 (15) + 3.6 (16) - 1.9 (18) + 1.3 (19) - 1.7 (21) + \\ + 1.6 (22) - 1.3 (24) = - 20.$$

$$3.) - 2.7 (1) - 0.4 (3) + 1.4 (4) + 2.3 (6) + \\ + 1.1 (8) + 2.1 (9) - 2.2 (10) - 0.3 (12) + 0.8 (13) + \\ + 2.1 (15) - 1.3 (16) + 0.4 (18) + 0.4 (19) + 0.7 (21) - \\ - 0.4 (22) + 0.2 (24) = + 34$$

$$4.) - 0.6 (1) - 2.7 (3) + 1.5 (4) + 0.2 (6) + \\ + 1.9 (8) + 0.5 (9) - 0.1 (10) - 1.9 (12) + 1.4 (13) - \\ - 0.8 (15) - 0.3 (16) - 1.7 (18) + 0.5 (19) - 0.2 (21) - \\ - 0.4 (22) - 0.5 (24) = + 49$$

У другој једначини су сви коефицијенти тражених поправака, а исто тако и члан 20 увећани милијон пута.

Као што је напред речено у трећој су и четвртој једначини сви коефицијенти поправака увећани сто пута, а стога и слободни чланови f_x и f_y .

Даље одредимо поправке из последње четири једначине примењујући методу најмањих квадрата. У ту сврху саставе се најпре нормалне једначине корелата, из којих се одреде корелате, а затим се нађу поправке.

Ако имамо следеће четири условне једначине

$$a_1 (1) + a_2 (2) + a_3 (3) + a_4 (4) + \dots + a_n (n) + f\beta = 0$$

$$b_1 (1) + b_2 (2) + b_3 (3) + b_4 (4) + \dots + b_n (n) + f_b = 0$$

$$c_1 (1) + c_2 (2) + c_3 (3) + c_4 (4) + \dots + c_n (n) + f_x = 0$$

$$d_1 (1) + d_2 (2) + d_3 (3) + d_4 (4) + \dots + d_n (n) + f_y = 0$$

добију се из њих следеће четири нормалне једначине корелата:

$$[aa] A + [ab] B + [ac] C + [ad] D + f\beta = 0$$

$$[ab] A + [bb] B + [bc] C + [bd] D + f_b = 0$$

$$[ac] A + [bc] B + [cc] C + [cd] D + f_x = 0$$

$$[ad] A + [bd] B + [cd] C + [dd] D + f_y = 0$$

и коначно се поправаке одређују по следећим формулама:

$$(1) = a_1 A + b_1 B + c_1 C + d_1 D$$

$$(2) = a_2 A + b_2 B + c_2 C + d_2 D$$

$$(3) = a_3 A + b_3 B + c_3 C + d_3 D$$

$$(4) = a_4 A + b_4 B + c_4 C + d_4 D$$

$$- - - - -$$

$$(n) = a_n A + b_n B + c_n C + d_n D$$

Састављање нормалних једначина извршено је у табелици 3, где су у првом ступцу уписане поправке, а у 2, 3, 4 и 5. условне једначине, код чега су уписани само којефицијенти. У ступцима 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14 и 15. извршена су рачунања за добивање којефицијената нормалних једначина.

Решење нормалних једначина, т. ј. добијање корелата, извршено је у табелици 4.

Поправке су израчунате у табелици 3. у ступцима 16, 17, 18, 19 и 20. Саме поправке наведене су у ступцу 20.

Кад се добију у табелици 3. поправке, уводе се оне у облику других поправака у исправљене углове троуглова и добивају се коначни углови (табелица 1. ступци 10 и 11). С овима дефинитивним угловима израчунавају се полазећи од стране а све стране троуглова (табелица 1., ступци 12, 13, и 14) а исто тако и нагиби страна влака (табелица 5.). У табелици 5. рачунају се и дефинитивне координате триангулационих тачака полигонога влака.

Незнатна одступања у $\Sigma \Delta x$ и $\Sigma \Delta y$ добивена су — 0.02 и + 0.04 се услед скупљања грешака од логаритамских табелица, и ова су одступања раздељена на Δx и Δy пропорционално странама влака.

Координате тачака $\triangle_{\circ} 129$, $\triangle_{\circ} 128$ и $\triangle_{\circ} 83$ рачунају се ослањајући се на координате тачака влака. У наведеном примеру рачунају се координате тачке $\triangle_{\circ} 129$ из координата тачака $\triangle_{\circ} A$ и $\triangle_{\circ} 124$, пошто су дужине и нагиби страна $\triangle_{\circ} A$, $\triangle_{\circ} 129$ и $\triangle_{\circ} 124$ $\triangle_{\circ} 129$ познати. Тачка $\triangle_{\circ} 128$ из тачака $\triangle_{\circ} 124$ и $\triangle_{\circ} 127$, а тачка $\triangle_{\circ} 83$ из тачака $\triangle_{\circ} 127$ и $\triangle_{\circ} 82$.

Из таквих рачунања добивени су следећи резултати:

	у	х
$\triangle_{\circ} 129$	24183.33	609795.60
$\triangle_{\circ} 128$	24506.96	608929.69
$\triangle_{\circ} 83$	25611.44	607847.42

Рачунање Коначних Координата

	Проломни углови β	Нагиби ν	$\log \sin \nu$ $\log s$ $\log \cos \nu$	$\log s \sin \nu$ $\log s \cos \nu$
\triangle \bigcirc A		258° 15' 57"		
\triangle \bigcirc B	53° 50' 58"	132 06 55	9.87 029 3.04 568 9.82 648n	2.91 597 2.87 216n
\triangle \bigcirc 124	187 42 59	139 49 54	9.80 958 3.12 891 9.88 318n	2.93 849 3.01 209n
\triangle \bigcirc 127	165 35 51	125 25 45	9.91 107 3 24 695 9.76 320n	3.15 802 3.01 015n
\triangle \bigcirc 82	170 36 16	116 02 01	9.95 354 3.03 308 9.64 236n	2.98 662 2.67 544n
\triangle \bigcirc C	59 06 42	355 08 43		
\triangle \bigcirc D				Т р е б а

Триангулационих тачака влака

Таблица 5.

$\Delta y = s \sin v$		$\Delta x = s \cos v$		Y	X
+	-	+	-		
				22 591 . 45	609 745 . 56
824.08			+ 0.01 745.00	824.08	× 255 . 01
				23 415 . 53	609 000 . 57
867.94			+ 0.01 1028.23	867.94	× 8 971 . 78
- 0.01				24 283 . 47	607 972 . 35
1438.87			+ 0.01 1023.64	1438.86	× 8976 . 37
- 0.01				25 722 . 33	606 948 . 72
969.66			+ 0.01 473.63	969.65	× 526 . 38
				26 691 . 98	606 475 . 10
4100.55			3270.50		
4100.53			3270.46		
- 0.02			+ 0.04		