e) Превод с руског Курса Астрономије Цингера II. практ. део Београд 1928.

f) Превод с руског Више Геодесије Цингера. Београд 1928. (у штампи).

g) Карта Краљевине С.Х.С. разм. 1:1.000.000 (у изради).

Одликовања има српска: Св. Саве I. ст., Карађорђеву Звезду III. ст., Белог Орла III. ст. (два), све медаље, споменице и Црвени Крст. Страна: Румунску Круну II. ст., Руски Св. Ане II. ст., Енглески Орден Св. Михаила и Ђорђа III. ст., Француску Легију Части — Офисје, француски Ратни Крст, Грчки Ратни Крст, Руски Црвени Крст.

Пројекција новог Катастарског премера у Краљевини С. Х. С.

3. Истраживања криве, која представља страну триангулације у конформној попречној цилиндричној пројекцији.

Никола П. Абакумов, професор Универзитета у Загребу.

(Наставак)

Из слике 3. види се, да углови ψ_1 и ψ_2 нису ништа друго, него прве изводне $\frac{d\eta}{d\xi}$, када је $\xi=o$ и $\xi=d$.

$$\text{т. ј.} \quad \frac{d\eta}{d\xi_0} = \psi_1 \text{ и } \frac{d\eta}{d\xi d} = \psi_2$$

Из једначине (14) имамо:

$$(15) \quad \frac{d\eta}{d\xi} = (2y_1 + y_2)\frac{\operatorname{Cos} t_1}{6r^2} d - \frac{y_1 \operatorname{Cos} t_1}{r^2}\xi - \frac{s_n\, t_1 \operatorname{Cos} t_1}{2\, r^2}\xi^2$$

дакле:

$$\psi_1 = (2y_1 + y_2)\frac{\operatorname{Cos} t_1}{6\, r_2} d$$

$$-\psi_2 = (2y_1 + y_2)\frac{\operatorname{Cos} t_1}{6\, r^2} d - \frac{y_1 \operatorname{Cos} t_1}{r^2} d - \frac{\operatorname{Sn} t_1 \operatorname{Cos} t_1}{2\, r^2} d^2$$

Уводећи једначину

$$d \cos t_1 = x_2 - x_1 \text{ и } d \sin t_1 = y_2 - y_1$$

добивамо:

$$(16) \quad \psi_1 = \frac{(2y_1 + y_2)\,(x_2 - x_1)}{6\, r^2}$$

$$-\psi_2 = \frac{(2y_2 + y_1)\,(x_2 - x_1)}{6\, r^2}$$

Заменивши $2y_1 + y_2 = \frac{3(y_1 + y_2) - (y_2 - y_1)}{2}$

$$2y_2 + y_1 = \frac{3.(y_1 + y_2) + (y_2 - y_1)}{2}$$

Можемо једначине (16) представити у облику:

$$\psi_1 = \frac{1}{4r^2}(x_2 - x_1)(y_1 + y_2) - \frac{1}{12}r^2(y_2 - y_1)(x_2 - x_1)$$

$$-\psi_2 = \frac{1}{4r^2}(x_2 - x_1)(y_1 + y_2) + \frac{1}{12}r^2(y_2 - y_1)(x_2 - x_1)$$

Узимајући ψ у секундама и стављајући да је

$$\frac{y_1 + y_2}{2r} = \upsilon; \frac{y_2 - y_1}{r} = \eta; \frac{x_2 - x_1}{r} = \zeta$$

добијемо:

$$\psi_1'' = \frac{\rho''}{2}\upsilon\zeta - \frac{\rho''}{12}\eta\zeta$$

$$-\psi_2'' = \frac{\rho''}{2}\upsilon\zeta + \frac{\rho''}{12}\eta\zeta$$

$$\text{где је } \rho'' = \frac{1}{\sin 1''}$$

Из једначина (17) види се да редукција праваца на крајним тачкама стране није једнака, већ се разликује за величину $2\frac{\rho''}{12}\eta\zeta = 2\varphi_2$

Ради лакшег истраживања трансформујемо ову величину изразом $y_2 - y_1 = d \sin t_1$

$$x_2 - x_1 = d \cos t_1$$

$$\phi_2 = \frac{\rho''}{12}\eta\zeta = \frac{\rho''}{12r^2}d^2 \sin t_1 \cos t_1 = \frac{\rho''}{24r^2}d^2\, 2\sin t_1 \cos t_1$$

$$\phi_2 = \frac{\rho''}{24r^2}d^2 \sin 2t_1$$

Узимајући за $\varphi = 44^\circ 7'$ (средња Геогр. ширина Кр. С. Х. С.) имамо за

(18) $\phi_2 = [0,32502 - 10]\, d^2 \sin 2t_1$

По том види се да ϕ_2 не зависи од удаљености стране од главног меридијана, већ само од дужине саме стране и нагиба t_1

Када је страна (тачније тетива, која спаја пројекције крајних тачака) паралелна x—оси или на њу управна, т. ј. када $t_1 = o$, $t_1 = 90^\circ$ или, што је исто, када је $y_2 - y_1 = 0$ или $x_2 - x_1 = o$.

онда $\phi_2 = o$.

Када је $t_1 = 45°$, при даној дужини стране триангулације, ϕ_2 достиже максималну вредност; тада је $\phi_2 = [0{,}32502 - 10]\ d^2$

Доле наведена таблица показује максималну вредност ϕ_2 за различиту дужину страна.

(Даље ћемо се уверити да се крива s разликује од своје тетиве за незнатну количину.)

S	1кл.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	50
ϕ_2	0.″000	0.001	0.002	0.003	0.005	0.008	0.010	0.014	0.017	0.021	0.085	0.190	0.338	0.527

Први члан $\frac{\rho''}{2}\,\upsilon\zeta$ (означимо га са ϕ_1) зависи не само од нагиба t_1 и дужине стране, већ и од удаљености стране од главног меридијана.

Стављајући да је $\zeta = \frac{x_2 - x_1}{r} = \frac{d \cos t_1}{r}$

$$\upsilon = \frac{y_m}{r} \text{ где } y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

добијамо:

$$\phi_1 = \frac{\rho''}{2r^2}\, y_m\, d \cos t_1$$

$$\text{за } \phi = 44°\ 7'$$

(19) $\qquad \phi_1 = [1.40420 - 10]\ y_m\ d \cos t_1$

Из формуле (19) видимо да $\phi_1 = 0$ онда, када тетива, која спаја пројекције крајних тачака стране, стоји управно на x-оси, т. је када је $t_1 = 90°$ или што је исто, када је

$$x_2 - x_1 = 0.$$

Код датих y_m и d максимална вредност ϕ_1 је код услова да је $t_1 = 0$ или $t_1 = 180°$

Доле наведена таблица показује максималне вредности ϕ_1 за различите удаљености средина страна од главног меридијана и различите дужине страна.

S / Ym	1 кл.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40	50
1 кл.	0.″003	0.005	0.008	0.010	0 013	0.015	0 018	0.020	0.023	0.025	0.051	0·076	0.101	0.127
10	0.025	0.051	0.076	0.101	0.127	0.152	0.178	0.203	0.228	0.254	0.507	0.761	1.015	1.268
100	0.254	0:507	0.761	1.015	1.268	1,522	1.775	2.029	0.283	2 536	5.073	7.609	10145	12.681

Сада пређимо на испитивању једначине

$$(14)\qquad \eta = (2y_1 + y_2)\frac{d\cos t_1}{6\,r^2}\,\xi - y_1\,\frac{\cos t_1}{2\,r^2}\,\xi^2 - \frac{\sin t_1\cos t_1}{6\,r^2}\,\xi^3$$

Ради једноставности испитивања подразумеваћемо под y_1 ординату западне тачке.

Из претходног смо видели да се ордината претвара у нулу када $\xi = 0$ и $\xi = d$, али пошто је дата једначина трећег степена, мора имати још једну вредност за ξ ако је $\eta = 0$; другим речима — крива пресеца своју тетиву, која спаја њене крајне тачке и ломи се.

Када искључимо вредност $\xi = 0$ добијемо крадратну једначину:

$$\frac{\sin t_1\cos t_1}{6\,r^2}\,\xi^2 + \frac{y_1\cos t_1}{2\,r^2}\,\xi - d\,\frac{\cos t_1}{6\,r^2}\,(2y_1 + y_2) = o.$$

$$\text{или}\ \sin t_1\,\xi^2 + 3y_1\,\xi - d\,(2y_1 + y_2) = o$$

одакле је

$$(20)\qquad \xi = \frac{-3y_1 \pm \sqrt{9y_1^{\,2} + 4\sin t_1\,d\,(2y_1 + y_2)}}{2\sin t_1}\quad \text{и}$$

ако заменимо под кореном $d\sin t_1 = y_2 - y_1$ то након извршене замене добијем две вредности за ξ:

$$\xi = d$$

$$\xi = -\frac{2y_1 + y_2}{\sin t_1} = -d\,\frac{2y_1 + y_2}{y_2 - y_1}$$

Прва вредност ξ нама не даје ништа новог. А из друге вредности

$$\xi = -d\,\frac{2y_1 + y_2}{y_2 - y_1}$$

видимо, да крива сече своју тетиву само у случају, када главни меридијан сече страну.

Наиме, док страна свима својим тачкама лежи са једне стране главног меридијана т. ј. када је $y_1 = (+)$ и $y_2 = (+)$ или $y_1 = (-)$ и $y_2 = (-)$ добијемо

$$\xi = -$$

$$\xi > d\ \text{(по апсолутној вредности)}$$

а пошто:

$$\xi = -d\,\frac{2y_1 + y_2}{y_2 - y_1} = -d\,\frac{y_2 - y_1 + 3y_1}{y_2 - y_1} = -d\left(1 + \frac{3y_1}{y_2 - y_1}\right)$$

Трећа вредност за ξ (прва $= o$, друга $= d$) доводи до немогућег решења.

Када главни меридијан сече страну, онда док је

$$-2y_1 < y_2$$

Имаћемо за ξ негативне вредности [$y_2 - y_1$ увек позитивно, ер y_2 увек $+$ а y_1 $-$] т. ј. пресека неће бити.

$$\text{Када је } -2y_1 = y_2$$
$$\text{онда је } \xi = o$$

Код овог услова, како се то из једначине (16) види

$$\Psi_1 = o.$$

Наиме, пресек је у бесконачно малом одстојању од тачке А.

$$\text{Када је } -2y_1 > y_2$$
$$\text{али } 2y_2 > -y_1$$

вредности ξ постају позитивне и он остаје $< d$.

Код прелаза од услова $-2y_1 > y_2$ ка услову $2y_2 < -y_1$ тачка пресека иде од тачке А ка тачци В. Када је $-y_1 = y_2$ онда се тачка пресека подудара са главним меридијаном.

При услову: $2y_2 = -y_1$

$$\psi = O.$$

т. ј. пресек ће бити у бесконачно малом одстојању од тачке В.

Најзад када је

$$2y_2 < -y_1$$

пресека опет неће бити, пошто је

$$\xi > d$$

У случају када крива сече тетиву, која спаја пројекције њених крајних тачака, ми имамо случај савијања криве, т. ј. знак ординате η се мења.

Ово се види из прегледа прве изводне $\frac{d\eta}{d\xi}$, који увек представља малу величину.

Сл. 4.

Ако бисмо имали случај приказат на сл. 4, прва изводна увек мора проћи кроз ∞.

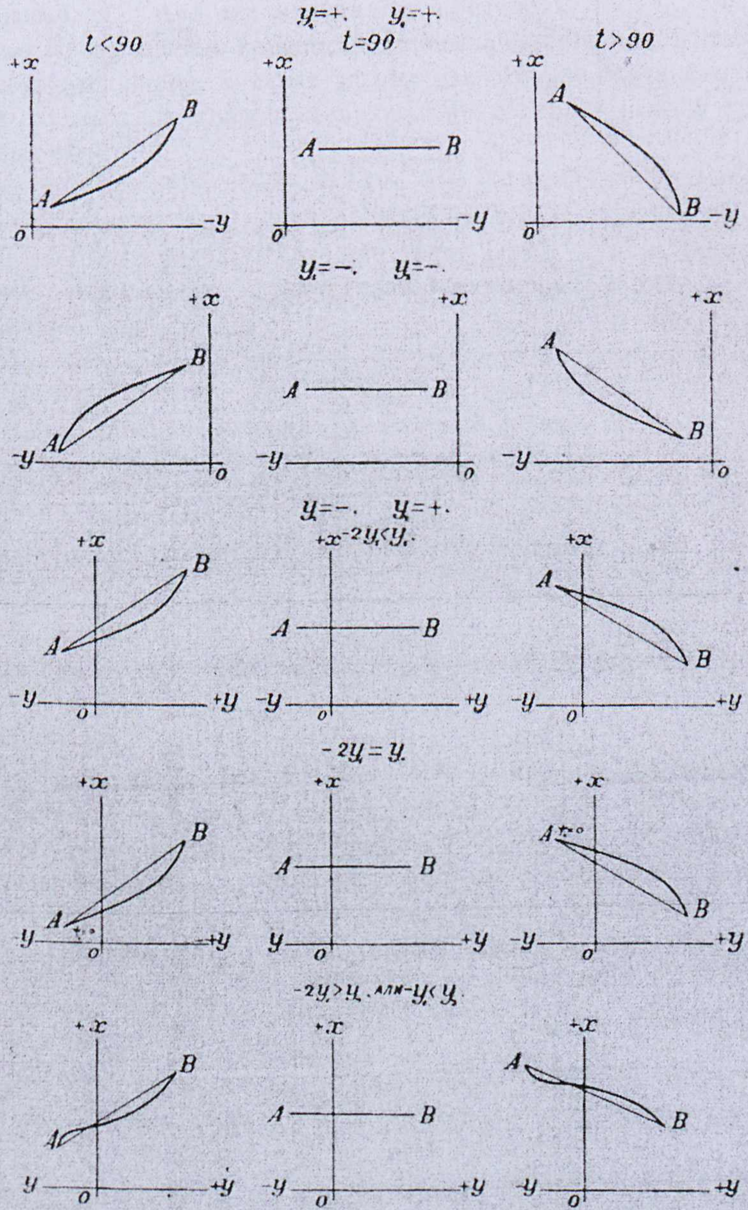
Из сл. 1. непосредно се види да је крива АВ окренута својом издубљеном страном Х — оси.

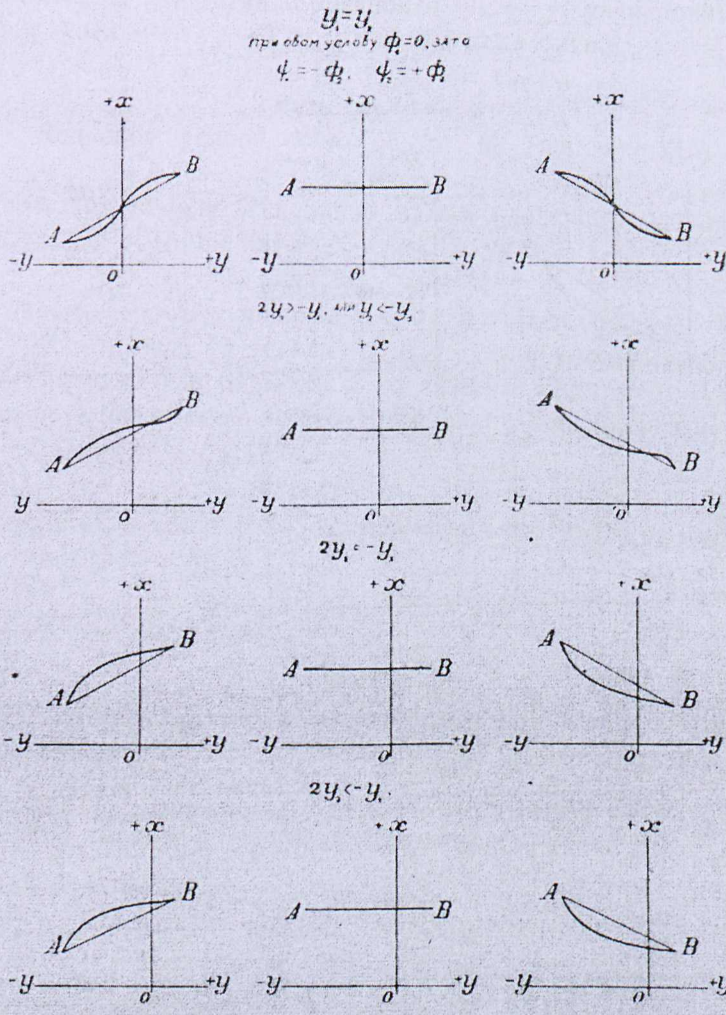
Али ово важи само за случајеве када крива свима својим тачкмма лежи са једне стране главног меридијана. У случају, када главни меридијан сече криву, која преставља страну, ово не важи.

Сл. 5 показује криву у свима горе наведеним случајевима.

——

Сл. 5.





Определимо максималну вредност ординате η.

Ако узмемо прву изводну η по ξ из једначине (14) имамо:

$$\frac{d\eta}{d\xi} = (2y_1 + y_2)\frac{d\cos t_1}{6\, r^2} - \frac{\cos t_1\, y_1}{r^2}\xi - \frac{\sin\ t_1 \cos t_1}{2\, r^2}\xi^2$$

Узимајући да је

$$(2y_1 + y_2)\ \frac{d\cos t_1}{6\, r^2} - \frac{y_1 \cos t_1}{r^2}\ \ \xi - \frac{\sin t_1\ \text{sos}\ t_1}{2\, r^2}\ \xi^2 = 0$$

Скраћујући добивамо

$$\frac{\sin\ t_1}{2}\xi^2 + y_1\,\xi - \frac{d}{6}\,(2y_1 + y_2) = 0$$

дакле:

$$\xi = \frac{-y_1 \pm \sqrt{y_1{}^2 + \frac{d \sin t_1}{3}(2y_1 + y_2)}}{\sin t_1}$$

Видимо да η има две максималне вредности.

Проучавањем вредности корена ξ добијемо већ познате резултате, наиме, ξ може да има две стварне вредности само за случај. када главни меридијан сече страну и то у границама када

$$-2y_1 > y_2$$
$$2y_2 > -y_1$$

У томе случају, када све тачке једне стране триангулације леже са једне стране главног меридијана и када $y_1 = y_2$ односно када $t_1 = o$

$$t_2 = 180^0.$$

т. је када тетива, која спаја две крајне тачке пројекције стране, лежи паралелно са главним меридијаном добивамо:

$$\xi = \frac{-y_1 \pm y_1}{0.}$$

$$\xi = \frac{-2y_1}{o} = \infty$$

$$\xi = \frac{o}{o}$$

Од ових трију решења једно је немогуће, јер ξ не може бити $>$ d, која представља коначну вредност, а друго је решење неодређено.

Неодређености неће бити ако се послужимо једначином криве (14) и у њој извршимо замену

$$y_1 = y_2;\ \sin t_1 = o;\ \cos t_1 = 1.$$

онда добијемо:

$$\eta = 3y_1 \frac{d}{6\,r^2}\xi - \frac{y_1}{2\,r^2}\xi^2$$

Узевши прву изводну $\frac{d\eta}{b\xi}$ имамо:

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{y_1\,d}{2\,r^2} - \frac{y_1}{r^2}\xi$$

Одатле, стављајући да је прва изводна $= o$, добивамо

$$\xi = \frac{d}{2}$$

Када је нађена за ξ вредност a, за коју ће η бити максимум, и стављајући ову вредност у једначину (14) добијемо:

$$\eta = (2y_1 + y_2)\frac{d\cos t_1}{6r^2}d - \frac{y_1\cos t_1}{2r^2}a^2 - \frac{\sin t_1 \cos t_1}{6r^2}a^3$$

где је $a = \xi$ (const)

Из горње једначине види се, да је вредност η већа, чим је страна више удаљена од главног меридијана и чим је нагиб t_1 мањи, а страна по дужини већа.

Пошто смо већ утврдили да за $t_1 = o$ добије $-\eta$ максималну вредност при $\xi = \frac{d}{2}$ и ако ову вредност уврстимо у једначину (21) имамо

$$\eta = y\frac{d^2}{8r^2}$$

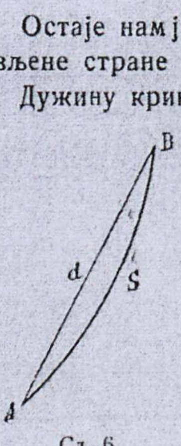
т. је при $t_1 = o$ максимална вредност η биће пропорционална удаљености страна од главног меридијана и квадрату дужине стране.

У ниже наведеној таблици имамо вредности η за стране дужине **1**, 10, 100 km, удаљене са 0, 1, 10, 100 km од главног меридијана. а када $t_1 = o$.

S y km / y y km	1	10	100
0	0	0	0
1	0.0000	0 0003	0.0307
10	0.0000	0.0031	0.3074
100	0.0003	0.0307	3.0741

Остаје нам још да одредимо разлику дужине криве представљене стране S и њене тетиве d (сл. 6).

Дужину криве S одредићемо из једначине.



Сл. 6.

$$S = \int_{\xi = o}^{\xi = d} \sqrt{1 + \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2}\, d\xi$$

Ако се ограничимо на чланове другога реда, то имамо

$$S = \int_{\xi = o}^{\xi = d} \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2\right] d\xi$$

Ставивши место $\frac{d\eta}{d\xi}$ његову вредност по једначини (15) онда након интегрирања имаћемо (22) после скраћења сличних чланова

$$(22)S - d = \frac{\cos^2 t_1 \, d^3}{r^4} \, \frac{(4y_1^2 + 7y_1 y_2 + 4y_2^2)}{360}.$$

Из добивене једначине видимо да је максимална вредност за $S - d$ при $t_1 = o$, т. ј. када $y_1 = y_2$.

Наиме:

$$(23) \text{ Maximum } (S - d) = \frac{y^2 \, d^3}{24 \, r^4}$$

т. ј. директно пропорционално квадрату удаљености стране од главног меридијана и кубу дужине стране.

За $y = 100$ km. и $s = 100$ km.

$S - d = 0{,}00025$ метра.

Др. Звонимир Краљ:

Колонизација Јужне Србије.

У европским државама разумева се под унутарњом колонизацијом делатност државне власти или приватних установа, која иде за тим да земљорадничке породице из других крајева поседну обрадива земљишта, која нису довољно насељена, или да се тиме распарчају велики поседи у мале и средње сељачке поседе, како би се постигли повољнији поседовни односи на земљишту.

Наша је колонизација дакако унутарња, јер немамо колонија ван матере земље, интересних сфера, протектората, и сл. Од постанка Краљевине С. Х. С. спроводила је колонизацију услед аграрне реформе највећим делом сама држава, док је приватна иницијатива на том подручју била скучена. Тип колонизације на обрадивом а недовољно насељеном земљишту имамо у Јужним Крајевима и у Босни; колонизација у Северним Крајевима је дробљење великих поседа.

Овај је чланак намењен искључиво насељавању Јужних Крајева обазирајући се на тамошње аграрне односе, колико су с њом у вези.

Огромна површина тих предела од 43.080 кв. км[1] (већа

[1] Подаци по омеђавању политичких општина у 1928. год.