Година 8. Београд, Октоб., Новем. и Децем. 1928. Св. 5.

ГЕОМЕТАРСКИ ГЛАСНИК

ОРГАН УДРУЖЕЊА ГЕОМЕТАРА КРАЉЕВИНЕ С.Х.С.

Косанчићев Венац 39. БЕОГРАД. Косанчићев Венац 39.

Пројекција новог Катастарског премера у Краљевини С. Х. С.

— НАСТАВАК —

Да би се упростила једначина (5) поступићемо на следећи начин: ако множимо једначину (5) са i, онда имамо:

$$i\,\frac{y}{N} = i\,\lambda + \frac{1}{6}\,(2+\eta^2)\,i\,\lambda^3 + \frac{1}{5}\,i\,\lambda^5 \qquad (6)$$

Применивши ред тангенса, наиме:

$$\operatorname{tg} x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \cdots\cdots$$ и имајући

у виду да: $i = i;\ i^2 = -1;\ i^3 = -i;\ i^4 = +1$ добивамо

$$\operatorname{tg} i\,\frac{y}{N} = i\,\lambda + \frac{1}{3}\,i\,\lambda^3 + \frac{1}{6}\,i\,\eta^2\lambda^3 + \cdots\cdots + \frac{1}{3}\Big\{ - i\,\lambda^3 - $$

$$- \frac{1}{216}\,(2+\eta^2)^3\,i^3\,\lambda^9 -$$

$$- \frac{1}{2}\,(2+\eta^2)\,\lambda^4 \,.\, i\,\lambda \left[1 + \frac{1}{6}\,(2+\eta^2)\,\lambda^2 \right] + \cdots\Big\} + \cdots \qquad (7)$$

Пошто чланове са $\eta^2\,\lambda^5$ и оне вишег степена, као мале количине, можемо занемарити, имамо:

$$\operatorname{tg} i\,\frac{y}{N} = i\,\lambda + \frac{1}{6}\,i\,\eta^2\lambda^3 = i\,\lambda\,(1 + \frac{1}{6}\,\eta^2\,\lambda^2) \qquad (8)$$

Ради даљег упрошћавања применићемо хиперболичке функције,*) ради чега једначину (8) узимамо у облику:

---

*) Ако између две велмчине z и u постоји зависност:

$\eta\, z = \log \operatorname{tg}\,(45^\circ + \frac{u}{2})$ где је η модул Бригових логаритама онда је:

$$\frac{1}{i}\,\sin\, i\,z = \operatorname{tg} u;\quad \frac{1}{i}\,\operatorname{tg}\, i\,z = \sin u$$

$$\cos\, i\,z = \frac{1}{\cos u};\quad \frac{1}{i}\,\operatorname{tg}\, i\,\frac{z}{2} = \operatorname{tg}\frac{u}{2}$$

$$\frac{1}{i}\,\mathrm{tg}\,i\,\frac{y}{N} = \lambda\,(1 + \frac{1}{6}\,\eta^2\,\lambda^2)$$

$$\log\frac{1}{i}\,\mathrm{tg}\,i\,\frac{y}{N} = \log\lambda + \log\,(1 + \frac{1}{6}\,\eta^2\,\lambda^2) =$$

$$= \log\lambda + \frac{\eta}{6}\,\eta^2\,\lambda^2 \qquad (9)$$

Ако ставимо да је:

$$\frac{1}{i}\,\mathrm{tg}\,i\,\frac{y}{N} = \sin u$$

Онда је

$$\sin u = \lambda\,(1 + \frac{n^2}{6}\,\lambda^2) \qquad (10)$$

или

$$\lambda = \sin u - \frac{\eta^2}{6}\,\lambda^3\,. \qquad (11)$$

Пошто са довољном тачношћу можемо узети, да је

$$\lambda^3 = \sin u^3$$

онда једначина (11) гласи:

$$\lambda = \sin u - \frac{\eta^2}{6}\,\sin^3 u \qquad (12)$$

Ако у једначину (5) место λ уврстимо његову вредност из једначине (12) имамо:

$$\frac{y}{N} = \lambda\left[1 + \frac{1}{6}(2+\eta^2)\,\lambda^2 + \frac{1}{5}\,\lambda^4\right] = (\sin u - \frac{\eta^2}{6}\sin^3 u)\;x$$

$$x\left[1 + \frac{1}{6}(2+\eta^2)\,(\sin u - \frac{\eta^2}{6}\sin^3 u)^2 + \frac{1}{5}\,(\sin u - \frac{\eta^2}{6}\sin^3 u)^4\right] \qquad (13)$$

Занемарујући чланове са η^2 у другом и вишим степенима, добијемо:

$$\frac{y}{N} = \sin u\,(1 + \frac{1}{3}\,\sin^2 u + \frac{1}{5}\,\sin^4 u)$$

функције: $\mathfrak{Sin}\;z = \frac{1}{i}\,\sin\,i\,z = \frac{1}{2}\,(e^{z} - e^{-z})$

$$\mathfrak{Cos}\;z = \cos i\,z = \frac{1}{2}\,(e^{z} + e^{-z})$$

$$\mathfrak{Tang}\;z = \frac{1}{i}\,\mathrm{tg}\,i\,z$$

јесу хиперболичке функције z.

За малу вродност z могу се применити познати редови:

$$\log\mathfrak{Sin}\,z = \log z + \eta\,\left(\frac{z^2}{6} - \frac{z^4}{180} + \frac{z^6}{2835} - \cdots\right)$$

$$\log\mathfrak{Cos}\,z = \eta\,\left(\frac{z^2}{2} - \frac{z^4}{12} + \frac{z^6}{45} - \cdots\right)$$

$$\log\mathfrak{Tang}\,z = \log z - \eta\,\left(\frac{z^2}{3} - \frac{7z^4}{90} + \cdots\right)$$

$$\log \frac{y}{N} = \log \sin u + \log \left(1 + \frac{1}{3} \sin^2 u + \frac{1}{5} \sin^4 u\right) =$$

$$= \log \sin u + \frac{1}{3} \eta \sin^2 u + \frac{1}{5} \eta \sin^4 u - \frac{1}{2} \eta \sin^4 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \sin^2 u\right)^2 =$$

$$= \log \sin u + \frac{\eta}{3} \sin^2 u + \frac{13}{90} \eta \sin^4 u \tag{14}$$

Имајући у виду да је $\lambda = \sin l \cos \varphi$, онда према једначини (10) за рачунање $\sin u$ имаћемо једначину:

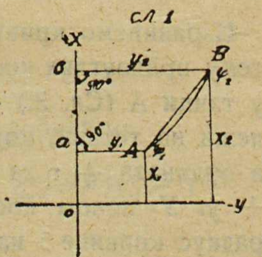
$$\log \sin u = \log \sin l \cos \varphi + \frac{\eta}{6} \eta^2 \sin^2 l \cos^2 \varphi \tag{15}$$

3. Истраживања криве, која представља страну триангулације, у конформној попречној цилиндричкој пројекцији.

Никола П. *Абакумов*, професор Универзитета у Загребу.

У конформној попречној цилиндричкој пројекцији представљена је страна триангулације у равни кривом AB, чији крајеви имају координате $X_1\ Y_1$ и $X_2\ Y_2$ (Сл. 7.)

Код даљих расматрања узимаћемо да средњи радиус кривине r одговара средњој апсциси $\dfrac{X_1 + X_2}{2}$



Ако спојимо пројекције крајева A и B проматране стране у равнини правом, добивамо код тачака A и B два угла ψ_1 и ψ_2

Услед конформности пројекције можемо писати једначину
$< a_1 + < b_1 + < A_1 + < B_1 = < a + < b + < A + \varphi_1 + < B + \varphi_2$
где су углови $a_1\ b_1\ A_1\ B_1$ углови на сфероиду, из чега следи да је

$$< a_1 + < b_1 + < A_1 + < B_1 = 360^0 + \varepsilon$$

а пошто је

$$< a + < b + < A + < B = 360^0$$

то је

(1) $\varphi_1 + \varphi_2 = \varepsilon$ т. ј. сферичком ексцесу четвороугла $a_1\ b_1\ A_1\ B_1$. —

Познато је, да је

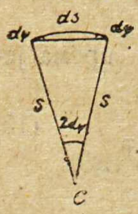
$$(2) \quad \varepsilon = \frac{(X_2 - X_1).(Y_1 + Y_2)}{2 r^2}$$

па према томе

$$(3) \quad \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{(X_2 - X_1)(Y_1 + Y_2)}{2\,r^2}$$

Уз сл. 2. види се да је

сл 2.



$$(4) \quad 2\,d\,\psi = \frac{ds}{\varsigma}$$

где је ς — радиус кривине криве A B. Величина $2\,d\,\psi$ није ништа друго него диференцијал сферичнога ексцеса ε или што је исто сама сума углова $\psi_1 + \psi_2$

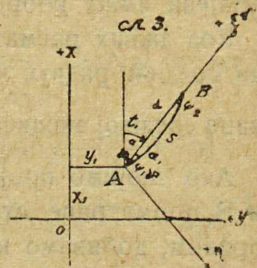
Непосредно из једначина (3) имамо

$$(5) \quad 2\,d\,\varphi = \frac{d\,x\,y}{r^2}$$

Из једначина (4) и (5) добивамо за радиус кривине једначину:

$$(6) \quad \frac{1}{\varsigma} = \frac{dxy}{r^2\,ds}$$

сл 3.



Изразићемо криву A B у новом систему правоуглих координата са почетком у тачци A (Сл. 3.) тако да апсциса $+\xi$ лежи на тетиви, која спаја тачке A и B, а ордината $+\eta$ да лежи према ординати $+y$. У новом координантном систему радиус кривине ς изражава се формулом

$$\frac{1}{\varsigma} = \frac{d^2\eta}{d\xi^2}\left[1 + \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}}$$

или занемарујући планове виших редова

$$\frac{1}{\varsigma} = \frac{d^2\eta}{d\xi^2}$$

Ако из једничине (6) ставимо место $\frac{1}{\varsigma}$ одговарајућу величину добивамо

$$(7) \quad \frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{y\,d\,x}{r^2 ds}$$

Из бесконачно малог троугла Aaa, (Сл. 3.) имамо

$$d\,\xi = ds \cos \psi_1$$

Али пошто ће угао ψ_1 бити велик само неколико секунда, може се смело писати

$$d\,\xi = ds$$

из чега следи да

$$\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{y\,d\,x}{r^2 d\xi}$$

Проматрана крива биће увек својом удубљеношћу окренута коси ξ_1 због чега ће бити други извод негативан, и стога

$$(8) \quad -\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{y\,d\,x}{r^2 d\xi}$$

Формуле за претварање координата дају

$$y = y_1 + \xi \sin t_1 + \eta \cos t_1$$
$$x = x_1 + \xi \cos t_1 - \eta \sin t_1$$

Пошто је за криву A B величина η врло мала, можемо се у нашим истраживањима ограничити на формуле

$$(9) \quad y = y_1 + \xi \sin t_1$$
$$x = x_1 + \xi \cos t_1$$

одакле

$$(10) \quad dx = d\xi \cos t_1$$

Стављајући у једначине (8) одговарајуће величине из једначина (9) и (10), добивамо

$$(11) \quad -\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{y_1}{r^2} \cos t_1 + \frac{\xi}{r^2} \sin t_1 \cos t_1$$

Интегрирајући двапут једначине (11) добивамо

$$(12) \quad -\frac{d\eta}{d\xi} = A + \frac{y_2}{r^2} \cos t_1\, \xi + \frac{1}{2r^2} \sin t_1 \cos t_1\, \xi^2$$

где је A — стална количина интеграла.

$$(13) \quad -\eta = A\xi + \frac{y_1}{2\,r^2} \cos t_1\, \xi^2 + \frac{\sin t_1 \cos t_1}{6r^2}\, \xi^3$$

Код другог интегрирања сталне количине неће бити, јер кад је $\xi = 0$ онда је такође и $\eta = 0$. Ако узмемо да је $\xi = d$ (тетиви, која веже крајне тачке криве A B) онда се η претвара у 0.

Стога

$$0 = Ad + \frac{y_1}{2\,r^2} \cos t_1\, d^2 + \frac{\sin t_1 \cos t_1}{6\,r^2}\, d^3$$

одакле

$$A = -\frac{y_1}{2\,r^2} \cos t_1\, d - \frac{\sin t_1 \cos t_1}{6\,r^2}\, d^2$$

Стављајући добивене величине за A у једначину (13) добивамо:

$$\eta = \frac{y_1 \cos t_1}{2\,r^2}\, d\,\xi + \frac{\sin t_1 \cos t_1}{6\,r^2}\, d^2\,\xi - \frac{y_1 \cos t_1}{2\,r^2}\,\xi^2 - \frac{\sin t_1 \cos t_1}{6\,r^2}\,\xi^3$$

Заменивши у другом члану

$$d \sin t_1 = y_2 - y_1$$

имамо

$$\eta = \frac{y_1 \cos t_1}{2 r^2} d\xi + \frac{y_2 \cos t_1}{6 r^2} d\xi + \frac{y_1 \cos t_1}{6 r^2} d\xi - \frac{y_1 \cos t_1}{2 r^2} \xi^2 - \frac{\sin t_1 \cos t_1}{6 r^2} \xi^3$$

$$(14) \quad \eta = (2 y_1 + y_2) \frac{\cos t_1}{6 r^2} d\xi - \frac{y_1 \cos t_1}{2 r^2} \xi^2 - \frac{\sin t_1 \cos t_1}{6 r^2} \xi^3$$

То је пак једначина криве, која представља страну триангулације у конформној попречној цилиндричној пројекцији.

(Наставиће се)

Zakon o katastru zemljišta.

Narodna Skupština Kraljevine Srba, Hrvata i Slovenaca primila je zakon o katastru zemljišta na svome XII. redovnom sastanku dne 28. novembra 1928. god. Po G. Ministru Finansija predloženi tekst zakona, kako je štampan u 4. svesci „Geometarskog Glasnika“ dobio je neke izmene, koje ovde navodimo, i molimo članove da te ispravke unesu u svoj primerak lista, da ne bismo morali zakonski tekst još jedanput štampati. Izmene jesu:

Kod člana 1. dodan je nov stav, koji glasi: „Katastar zemljišta se izradjuje za svaku katastarsku (poresku) opštinu zasebno. Granice katastarskih opština odredjuje Ministar Finansija.“

Član 11. počinje ovako: „Omedjavanja po čl. 9 i 10.....“

Član 16. brisan je iz zakonskog teksta, s toga su brojevi članova u predlogu od 17 pa do 19. smanjeni za jedan, zatim su pregrupisani članovi tako da čl. 60—75. predloga nose brojeve 19.—24. raniji članovi 20.—59. brojeve 25.—64. a članovi 66.—76. oznake 65.—75.

Kod čl. 31. iza reči „predstavnika dotične opštine“ dodano je: „koje bira opštinski odbor.“

Član 36. prestilizovan je i glasi: „Žalbe se podnose katastarskoj upravi ili sekc'ji za novi premer. Protiv rešenja žalbe ima mesta žalbi Generalnoj Direkciji katastra, ako se tiče operata izradjenog na osnovu novog premera ili Finansijskoj Direkciji, ako se tiče operata izradjenog na osnovu obnovljenog premera ili reambulacije. Rešenje Generalne Direkcije odnosno Finansijske Direkcije je izvršno.“

Kod čl. 42. prestilizovan je poslednji stav i glasi: „Za prijavljivanje štete po članu 12. Zakona o Neposrednim Porezima