

## Zavisnost nepoznanica kod koordinatnog izjednačenja metodom najmanjih kvadrata.

— Nastavak —

	Koeficenti				$\frac{c}{10x_b}$	$\frac{x_c}{b \operatorname{tg} \varphi}$	transformirane uvjetne jednačbe					AA		AB		AC		AD		AW		BB		BD		Bw		CC		CD		Cw		DD		Dw		$\frac{Ady_1 + Bdx_1}{Cdy_1 + Ddx_1}$	$\frac{dz}{dv}$	$\frac{w_z}{w_v}$	v	w
	a	b	c	d			- 1.37	+ 0.31	- 1.41	+ 0.26	.	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-									
							- 7.8	+ 10.1	- 7.8	+ 10.1	- 3.3	+ 4.9	60.24		78.78	25.74	.	38.22	.	.	102.01	.	33.33	49.49	.	10.89	.	16.17	24.01	- 4.4	+ 0.5	+ 1.1	1.21									
1	+ 2.3	3.3			- 8.5	+ 7.4	- 8.5	+ 7.4	- 2.4	- 3.0	72.25		62.90	20.40	.	25.50	.	.	54.76	.	17.76	12.20	5.76	7.20	.	9.00	+ 0.6	- 2.4	- 1.8	3.24												
2	- 1.1	- 2.4			- 5.9	+ 4.0	- 5.9	+ 4.0	- 1.3	- 2.9	34.81		33.60	7.67	.	17.11	.	.	16.00	.	5.20	11.60	1.69	2.77	.	8.41	+ 2.1	- 0.8	- 0.2	0.04												
3	- 1.9	- 1.3			+ 3.1	- 3.1	- 3.1	- 2.4	9.61		9.61	.	7.44	.	.	9.61	.	.	7.44	.	13.60	1.69	4.42	11.56	- 1.3	+ 2.1	+ 2.7	7.89														
4	+ 1.3	+ 3.9	- 1.3	- 3.9	+ 5.3	- 4.0	+ 5.3	- 4.0	+ 1.3	+ 3.4	28.09		21.20	6.89	.	18.02	.	.	16.00	.	5.20	41.67	16.42	6.50	.	dz =	+ 0.6	5.76	+ 0.1	- 2.3	- 1.7	2.89										
5	+ 1.3	+ 1.3			tg $\varphi$ = - 3.09	- 13.8	+ 14.4	- 5.7		38.09	.	39.74	.	15.73	.	.	9.61	.	7.13	.	9.61	7.13	.	5.29	- 0.1	+ 2.2	+ 2.2	4.84														
6	+ 1.3	+ 3.9	- 1.3	- 3.9	- 3.1	- 3.1	+ 3.1	+ 2.3	9.61	.	9.61	.	7.13	.	.	9.61	.	5.10	27.04	.	17.68	.	11.56	+ 0.6	- 2.8	- 2.8	7.84															
7		- 0.6	- 1.5		- 5.2	+ 4.6	+ 4.6	- 1.5	- 5.2	- 3.4	21.16	.	6.90	23.92	.	15.64	2.25	7.80	.	0.05	4.00	.	1.00	.	0.25	+ 3.3	+ 2.8	+ 2.8	7.84													
8		- 2.3	+ 0.1		- 2.0	- 0.3	- 0.3	+ 0.1	- 2.0	- 0.5	0.09	.	0.03	0.60	.	0.15	0.01	0.20	.	0.05	4.00	.	1.00	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.									
9		+ 2.6	+ 1.3		+ 6.6	- 4.0	- 4.0	+ 1.3	+ 6.6	+ 1.7	16.00	.	5.20	26.40	.	6.80	1.69	8.58	.	2.21	43.56	.	11.22	.	2.89	- 3.4	- 1.7	- 1.7	2.89													
10		- 0.3	- 2.3		- 7.4	+ 7.1	+ 7.1	- 2.3	- 7.4	- 0.2	50.41	.	16.33	52.54	.	1.42	5.29	17.02	.	0.46	54.76	.	1.48	.	0.04	- 0.1	- 0.3	- 0.3	0.09													
11					+ 4.3	- 2.4	- 4.9			3.70	2.60	.	4.21	.	.	1.15	.	2.31	.	4.80	.	.	.	16.00	- 4.0	- 2.9	8.41	.														
12	+ 2.3	- 3.3			- 7.8	+ 10.1	- 7.8	+ 10.1	- 3.3	+ 5.0	60.84	.	78.78	25.74	.	39.00	.	.	102.01	.	33.33	50.50	.	10.89	.	16.50	25.00	- 4.4	+ 0.6	+ 1.7	2.89											
13		- 0.3	- 2.3		- 7.4	+ 7.1	+ 7.1	- 2.3	- 7.4	- 0.4	50.41	.	16.33	52.54	.	2.84	5.29	17.02	.	0.92	54.76	.	2.96	.	0.16	- 0.1	- 0.5	+ 0.6	0.36													
14					- 0.7	- 2.3	+ 2.7	- 3.3		0.12	0.40	0.47	.	0.55	.	1.32	1.55	.	1.90	.	1.82	2.23	.	2.72	.	0.25	- 0.5	+ 0.6	0.36	.												
15							- 0.9																	0.81	- 0.9	+ 0.1	0.01															
16							- 2.3																	5.29	- 2.3	- 1.3	1.69															
17	+ 1.3	+ 1.3			+ 5.3	- 4.0	+ 5.3	- 4.0	+ 1.3	+ 0.4	28.09	.	21.20	6.89	.	2.12	.	.	16.00	.	5.20	4.16	1.69	0.52	.	0.16	- 1.3	- 0.9	+ 0.1	0.01												
18		+ 2.6	+ 1.3		+ 6.6	- 4.0	- 4.0	+ 1.3	+ 6.6	+ 1.8	16.00	.	5.20	26.40	.	7.20	1.69	8.58	.	2.34	43.56	.	11.88	.	3.24	- 3.4	- 1.6	- 0.6	0.36													
19							+ 0.8			0.34	.	0.34	.	0.67	.	0.34	.	0.34	.	0.68	1.35	.	0.68	.	0.34	dz =	+ 1.0		3.24	0.64	+ 0.8	+ 1.8	3.24									
20							+ 1.3	+ 1.3	+ 2.6	+ 1.3		0.34	.	0.34	.	0.34	.	0.68	0.34	0.34	0.68	.	0.34	.	2.25	+ 1.5	+ 0.2	0.04														
21		- 2.3	+ 0.1		- 2.0	- 0.3	- 0.3	+ 0.1	- 2.0	+ 1.1	0.09	.	0.03	0.60	.	0.33	0.01	.	0.20	.	0.11	4.00	.	2.20	.	1.21	+ 3.3	+ 4.4	+ 3.1	9.61												
22	- 1.9	- 1.3			- 5.9	+ 4.0	- 5.9	+ 4.0	- 1.3	+ 0.1	34.81	.	23.60	7.67	.	0.59	.	.	16.00	.	5.20	0.40	1.69	.	0.13	0.01	+ 2.1	+ 2.2	+ 0.9	0.81												
23							- 2.8			- 6.2	+ 0.1	+ 2.0	- 1.3	9.61	0.15	3.10	.	2.02	.	0.05	0.03	1.00	0.65	.	0.42	.	7.84	- 2.8	- 1.5	2.25												
24							- 0.4			- 0.4														0.16	- 0.4	- 0.8	0.64															
25		- 0.6	- 1.5		- 5.2	+ 4.6	+ 4.6	- 1.5	- 5.2	+ 0.7	21.16	.	6.90	23.92	.	3.22	2.25	7.80	.	1.05	27.04	.	.		0.49	+ 0.6	+ 1.3	+ 0.9	0.81													
26	- 1.1	- 2.4			- 8.5</																																					

NORMALNE JEDNAČBE:

	A]	B]	C]	D]	W]	
[A]		+ 9.02740	+ 0.01344	- 9.27847	+ 9.00455	$dy_1 = - 1.368$
	7.27458	- 1.75282	- 2.73886	+ 2.00389	- 1.72997	
	+ 531.4	- 56.6	- 548.1	+ 100.9	- 53.7	
[B] 1 redukcija		+ 15.2	+ 65.6	+ 0.9	+ 10.0	$dx_1 = + 0.311$ + 9.49277
		- 6.0	- 58.4	+ 10.7	+ 5.7	
			9.89354	- 0.10067	- 9.66968	
[1 B]		9.03621	+ 0.85733	+ 1.06446	+ 0.63347	
		+ 9.2	+ 7.2	+ 11.6	+ 4.3	
[C] 1. redukcija 2. "			+ 603.9	103.3	+ 107.4	$dy_{II} = 1.408$ - 0.14860
			- 565.3	+ 104.1	- 55.4	
			- 5.6	9.1	- 3.4	
[2 C]				+ 9.40057	- 0.16813	
			8.84149	- 0.91908	+ 1.68664	
			+ 33.0	8.3	+ 48.6	
[D] 1. redukcija 2. " 3. "				+ 28.9	- 15.0	$dx_{II} = + 0.257$ + 9.41017
				- 19.2	+ 10.2	
				14.6	- 5.4	
[3 D]				- 2.1	+ 12.2	
					+ 9.41017	
				- 9.15490	- 0.25527	
[W] 1. redukcija 2. " 3. " 4. "				4.0	+ 18	
					+ 143.2	
					0.4	
[4 W]					2.0	
					- 71.6	
					- 0.5	
					+ 63.7	

Tražene koordinate točaka I. i II. jesu:

Predhodne koordinate I:

$$\begin{array}{rcl} y = + 50038.380 & x = + 25632.220 \\ dy = - 0.137 & dx = + 0.031 \end{array}$$

Definitivne koordinate I:

$$\begin{array}{rcl} y = + 50038.243 & x = + 25632.251 \end{array}$$

Predhodne koordinate II:

$$\begin{array}{rcl} y = + 54859.944 & x = + 24061.137 \\ dy = - 0.141 & dx = + 0.026 \end{array}$$

Definitivne koordinate II:

$$\begin{array}{rcl} y = + 54859.703 & x = + 24061.163 \end{array}$$

Ako se od ovih koordinata izračuna sa udaljenost točaka I:II dobije se:  $\log I-II = 37050916.3$   
naša je baza ulazila u izjednačenje  $= 3.70509175$

Razlika:  $0.000000.12$

kao greška manipulacije sa nedovoljno točnim koeficijentima, jer smo ih u račun uzeli samo sa jednim decimalnim mjestom, što čini pogrešku od 1.5 m/m. a koja se pogreška s obzirom na veličinu baze može zanemariti. — U ostalom ni ova se greška u linearnej vrednosti treće decimalne ne može u našem zadatku osjetiti.

Kontrolni račun nakon izjednačenja:

III. Variacija. Zadana baza nije u neposrednoj vezi sa fiksnom mrežom, a kako smo rekli ne smije da se nakon izjednačenja mijenja niti njezina dužina niti smjerni kut.

I u ovom slučaju valja razmotriti 3 vrsti smje rova i to:

1.) smjer sam mјeren na bazi AB. Za ovu će glasiti uvjetna jednačba

$$v_{AB} = a_{AB} dy_B + b_{AB} dx_B - a_{AB} dy_A - b_{AB} dx_A + w_{AB} \quad (13)$$

no rekli smo da se dužina s i kut  $\hat{z}$  nesmije mijenjati to će izrazi biti kao i prije  $ds_{AB} = 0$  i  $d\hat{z}_{AB} = 0$ .

Izraz  $ds_{AB} = 0$  nam je već od 2. varijacije poznat

$$\text{naime } ds_{AB} = \sin(\hat{\varepsilon}_{AB}) dy_B - \sin(\hat{\varepsilon}_{AB}) dy_A + \cos(\hat{\varepsilon}_{AB}) dx_B - \cos(\hat{\varepsilon}_{AB}) dx_A = 0 \quad (14)$$

Valja još za drugi izraz

$$\operatorname{tg} \hat{\varepsilon}_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \text{ ili } \hat{\varepsilon}_{AB} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

tražiti linearan oblik. Ovaj se dobije ako se zadnja formula derivira po  $y_B$ ,  $y_A$ ,  $x_B$  i  $x_A$  t. j.

$$\begin{aligned} d\hat{\varepsilon}_c &= \frac{\operatorname{darctg} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}{dy_B} + \frac{\operatorname{darctg} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}{dy_A} + \\ &\quad - \frac{\operatorname{darctg} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}{dx_B} + \frac{\operatorname{darctg} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}{dx_A} \\ \operatorname{darctg} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} &= \frac{1}{1 + \left( \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \right)^2} \cdot \frac{1}{x_B - x_A} \cdot dy_B = \\ &\quad \frac{x_B - x_A}{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \cdot dy_B = \frac{x_B - x_A}{s_{AB}^2} dy_B \end{aligned}$$

jer je  $(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = s_{AB}^2$ ; nadalje je

$$\frac{x_B - x_A}{s_{AB}} = \cos(\hat{\varepsilon}_{AB}) \text{ to će biti}$$

$$\operatorname{darctg} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\cos(\hat{\varepsilon}_{AB})}{s_{AB}} dy_B \text{ isto tako će biti}$$

ako se izvede

$$\operatorname{darcig} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = - \frac{\cos(\hat{\varepsilon}_{AB})}{s_{AB}} dy_A$$

$$\operatorname{darctg} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = - \frac{\sin(\hat{\varepsilon}_{AB})}{s_{AB}} dx_B$$

$$\operatorname{darctg} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = - \frac{\sin(\hat{\varepsilon}_{AB})}{s_{AB}} dx_A \text{ pak će naša jed-}$$

načba poprimiti sledeći linearni oblik:

Broj snijerala	Stajalište	Vizurama	mjereni smjer o			definitivni ð			(ð-o)			v	vv
			o	,	"	o	,	"	o	,	"		
1	I	D	0	0	0.0	235	3	21.9	235	3	21.9	+ 1.2	1.44
2		M	59	29	57.8	294	33	16.9			19.0	- 1.7	2.89
3		H	159	58	27.0	35	1	47.3			20.3	- 0.4	0.16
4		II	232	59	35.0	108	2	54.1			19.1	- 1.6	2.56
5		V	260	14	8.5	135	17	31.8			23.3	+ 2.6	6.76
						J =	235	3 20.7					
6	II	I	26	28	23.5	288	2	54.1	261	34	30.6	+ 2.4	5.76
7		M	30	25	59.4	292	0	24.5			25.1	- 3.1	9.61
8		H	100	41	9.7	2	15	40.6			30.9	+ 2.7	7.29
9		V	252	30	55.0	154	5	21.5			26.5	- 1.7	2.89
10		D	0	0	0.0	261	34	27.9			27.9	- 0.3	0.09
						J =	261	34 28.2					
11	D	M	0	0	2.8	333	59	12.9	33	59	10.1	- 3.0	9.00
12		I	81	4	7.1	55	3	21.9			14.0	+ 1.7	2.89
13		II	107	35	14.2	81	34	27.9			13.7	+ 0.6	0.36
14		V	139	2	41.2	113	1	34.8			13.6	+ 0.5	0.25
						J =	33	59 13.1					
15	V	D	346	13	4.4	293	1	34.8	306	48	30.4	- 0.1	0.01
16		M	0	0	0.5	306	48	29.5			29.0	- 1.5	2.25
17		I	8	29	1.5	315	17	31.8			30.3	+ 0.2	0.04
18		II	27	16	51.7	334	5	21.5			29.8	- 0.7	0.49
19		H	42	55	40.3	349	44	12.4			32.1	+ 1.6	2.59
						J =	306	48 30.5					
20	H	V	0	0	0.0	169	44	12.3	169	44	12.3	+ 0.2	0.04
21		II	12	31	25.4	182	15	40.6			15.2	+ 3.1	6.61
22		I	45	17	34.5	215	1	47.3			12.8	+ 0.9	0.81
23		M	81	50	25.5	251	34	33.5			10.5	- 1.6	2.56
						J =	169	44 12.1					
24	M	H	359	59	59.0	71	34	33.5	71	34	34.5	0.7	0.49
25		II	40	25	48.5	112	0	24.5			36.0	+ 0.8	0.64
26		I	42	58	42.0	114	33	16.8			34.8	- 0.4	0.16
27		V	55	13	54.4	126	48	29.5			35.1	- 0.1	0.01
28		D	82	24	37.5	153	59	12.9			35.4	+ 0.2	0.04
						J =	71	34 35.2				62.66	

$$d\hat{\varepsilon} = \frac{\rho'' \cos(\hat{\varepsilon}_{AB})}{s_{AB}} dy_B = \frac{\rho'' \cos(\hat{\varepsilon}_{AB})}{s_{AB}} dy_B -$$

$$\frac{\rho'' \sin(\hat{\varepsilon}_{AB})}{s_{AB}} dx_B + \frac{\rho'' \sin(\hat{\varepsilon}_{AB})}{s_{AB}} dx_A = 0$$

Ako iz jednačbe (14.) izrazimo

$$dy_A = dy_B - \frac{\cos \hat{\varepsilon}}{\sin \hat{\varepsilon}} dx_A + \frac{\cos \hat{\varepsilon}}{\sin \hat{\varepsilon}} dx_B \text{ i ovo uvrstimo}$$

u zadnju jednačbu

$$\frac{\rho'' \cos \hat{\varepsilon}}{s} dy_B - \frac{\rho'' \cos \hat{\varepsilon}}{s} \left( dy_B - \frac{\cos \hat{\varepsilon}}{\sin \hat{\varepsilon}} dx_A + \right.$$

$$\left. \frac{\cos \hat{\varepsilon}}{\sin \hat{\varepsilon}} dx_B \right) - \frac{\rho'' \sin \hat{\varepsilon}}{s} dx_B + \frac{\rho'' \sin \hat{\varepsilon}}{s} dx_A = 0$$

$$\frac{\rho'' \cos^2 \hat{\varepsilon}}{s \sin \hat{\varepsilon}} dx_A - \frac{\rho'' \cos^2 \hat{\varepsilon}}{s \sin \hat{\varepsilon}} dx_B - \frac{\rho'' \sin \hat{\varepsilon}}{s} dx_B +$$

$$\frac{\rho'' \sin \hat{\varepsilon}}{s} dx_A = 0$$

$$\rho'' \left( \frac{\cos^2 \hat{\varepsilon}}{s \sin \hat{\varepsilon}} + \frac{\sin \hat{\varepsilon}}{s} \right) dx_A - \rho'' \left( \frac{\cos^2 \hat{\varepsilon}}{s \sin \hat{\varepsilon}} + \frac{\sin \hat{\varepsilon}}{s} \right) dx_B = 0$$

$$\rho'' \left( \frac{\cos^2 \hat{\varepsilon} + \sin^2 \hat{\varepsilon}}{s \sin \hat{\varepsilon}} \right) dx_A - \rho'' \left( \frac{\cos^2 \hat{\varepsilon} + \sin^2 \hat{\varepsilon}}{s \sin \hat{\varepsilon}} \right) dx_B = 0$$

$$\frac{\rho''}{s \sin \hat{\varepsilon}} dx_A = \frac{\rho''}{s \sin \hat{\varepsilon}} dx_B \text{ ili } \underline{dx_A = dx_B}$$

Ako iz jednačbe (14.) izrazimo  $dx_A$  to istom supsticijom dobivamo da je  $dy_A = dy_B$

Konačno ako ovo uvrstimo u uvjetnu jednačbu (13.) dobiva se

$v_{AB} = w_{AB}$  i ovo je tražena transformirana uvjetna jednačba, kako se vidi ona sastoji samo iz absolutnog člana. Ovo je međutim iz pojma paralelne translacije sasvim evidentno, jer sa koliko se mijenja  $dy_A$  sa koliko se mijenja i  $dy_B$ .

2.) Za smerove koji spajaju mjerenu bazu sa drugim bilo pomičnim ili nepomičnim točkama dobijemo ako u prijašnje uvjetne jednačbe isto tako zamjenimo  $dy_B$  i  $dx_B$  sa vrednostima  $dy_A$  i  $dx_A$ , odatle sledi da će broj normalnih jednačba biti za dvije jednačbe manje.

Budući je izradba ove varijacije analogna i samo specijalan slučaj 2.) varijacije, to ovaj slučaj nije potrebno posebnim primjerom ilustrirati.

---