

Zavisnost nepoznanica kod koordinatnog izjednačenja metodom najmanjih kvadrata.

- Nastavak -

Table with columns: Koefficienti (a, b, c, d), 10x_b - x_c, a-b tg z, b tg z, transformirane uvjetne jednačbe (A, B, C, D, W), AA, AB, AC, AD, AW, BB, BC, BD, Bw, CC, CD, Cw, DD, Dw, ww, and v, w. It contains 28 rows of data and a summary row at the bottom.

NORMALNE JEDNAČBE:

	A]	B]	C]	D]	W]	
[A		+ 9.02740	+ 0.01344	- 9.27847	+ 9.00455	$dy_1 = - 1.368$
	7.27458	- 1.75282	- 2.73886	+ 2.00389	- 1.72997	
	+ 531.4	- 56.6	- 548.1	+ 100.9	- 53.7	
[B		+ 15.2	+ 65.6	+ 0.9	+ 10.0	$dx_{II} = + 0.311$ $+ 9.49277$
1 redukcija		- 6.0	- 58.4	+ 10.7	+ 5.7	
			9.89354	- 0.10067	- 9.66968	
		9.03621	+ 0.85733	+ 1.06446	+ 0.63347	
[1 B		+ 9.2	+ 7.2	+ 11.6	+ 4.3	
[C			+ 603.9	103.3	+ 107.4	$dy_{II} = 1.408$ $- 0.14860$
1. redukcija			- 565.3	+ 104.1	- 55.4	
2. „			- 5.6	91	- 3.4	
				+ 9.40057	- 0.16813	
[2 C			8.84149	- 0.91908	+ 1.68664	
			+ 330	8.3	+ 48.6	
[D				+ 28.9	- 15.0	$dx_{II} = + 0.257$ $+ 9.41017$
1. redukcija				- 19.2	+ 10.2	
2. „				14.6	- 5.4	
3. „				- 2.1	+ 12.2	
					+ 9.41017	
[3 D				- 9.15490	- 0.25527	
				4.0	+ 18	
[W					+ 143.2	
1. redukcija					0.4	
2. „					2.0	
3. „					- 71.6	
4. „					- 0.5	
[4 W					+ 63.7	

Tražene koordinate točaka I. i II. jesu:

Predhodne koordinate I:

$$\begin{array}{rcl} y & = & + 50038.380 \quad x = + 25632.220 \\ dy & = & - 0.137 \quad dx = + 0.031 \end{array}$$

Definitivne koordinate I:

$$\underline{y = + 50038.243 \quad x = + 25632.251}$$

Predhodne koordinate II:

$$\begin{array}{rcl} y & = & + 54859.944 \quad x = + 24061.137 \\ dy & = & - 0.141 \quad dx = + 0.026 \end{array}$$

Definitivne koordinate II:

$$\underline{y = + 54859.703 \quad x = + 24061.163}$$

Ako se od ovih koordinata izračuna sa udaljenost točaka I:II dobije se: $\log I-II = 3.7050916.3$

naša je baza ulazila u izjednačenje $= 3.7050917.5$

Razlika: $0.000000.12$

kao greška manipulacije sa nedovoljno točnim koeficientima, jer smo ih u račun uzeli samo sa jednim decimalnim mjestom, što čini pogrešku od 1.5 m/m. a koja se pogreška s obzirom na veličinu baze može zanemariti. — U ostalom ni ova se greška u linearnoj vrednosti treće decimale ne može u našem zadatku osjetiti.

Kontrolni račun nakon izjednačenja:

III. Variacija. Zadana baza nije u neposrednoj vezi sa fiksnom mrežom, a kako smo rekli ne smije da se nakon izjednačenja mijenja niti njezina dužina niti smjerni kut.

I u ovom slučaju valja razmotriti 3 vrsti smjero-
rova i to:

1.) smjer sam mjeren na bazi AB. Za ovu će glasiti uvjetna jednačba

$$v_{AB} = a_{AB} dy_B + b_{AB} dx_B - a_{AB} dy_A - b_{AB} dx_A + w_{AB} \quad (13)$$

no rekli smo da se dužina s i kut δ nesmije mienjati to će izrazi biti kao i prije $ds_{AB} = 0$ i $d\delta_{AB} = 0$.

Izraz $ds_{AB} = 0$ nam je već od 2. varijacije poznat

$$\text{naime } ds_{AB} = \sin(\hat{z}_{AB}) dy_B - \sin(\hat{z}_{AB}) dy_A + \cos(\hat{z}_{AB}) dx_B - \cos(\hat{z}_{AB}) dx_A = 0 \quad (14)$$

Valja još za drugi izraz

$$\text{tg } \hat{z}_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \text{ ili } \hat{z}_{AB} = \text{arc tg } \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

tražiti linearan oblik. Ovaj se dobije ako se zadnja formula derivira po y_B , y_A , x_B i x_A t. j.

$$d\hat{z} = \frac{\text{darctg } \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}{dy_B} + \frac{\text{darctg } \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}{dy_A} + \frac{\text{darctg } \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}{dx_B} + \frac{\text{darctg } \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}{dx_B}$$

$$\frac{\text{darctg } \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}{dy_B} = \frac{1}{1 + \left(\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right)^2} \cdot \frac{1}{x_B - x_A} \cdot dy_B =$$

$$\frac{x_B - x_A}{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \cdot dy_B = \frac{x_B - x_A}{s_{AB}^2} dy_B$$

jer je $(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = s_{AB}^2$; nadalje je

$$\frac{x_B - x_A}{s_{AB}} = \cos(\hat{z}_{AB}) \text{ to će biti}$$

$$\frac{\text{darctg } \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}{dy_B} = \frac{\cos(\hat{z}_{AB})}{s_{AB}} dy_B \text{ isto tako će biti}$$

ako se izvede

$$\frac{\text{darctg } \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}{dy_A} = - \frac{\cos(\hat{z}_{AB})}{s_{AB}} dy_A$$

$$\frac{\text{darctg } \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}{dx_B} = - \frac{\sin(\hat{z}_{AB})}{s_{AB}} dx_B$$

$$\frac{\text{darctg } \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}}{dx_A} = \frac{\sin(\hat{z}_{AB})}{s_{AB}} dx_A \text{ pak će naša jed-}$$

načba poprimiti sledeći linearni oblik:}

Broj smjera	Stajalište	Vizurama	mjereni smjer			definitivni			(ž-o)			v	vv
			o	,	„	o	,	„	o	,	„		
1	I	D	0	0	0.0	235	3	21.9	235	3	21.9	+1.2	1.44
2		M	59	29	57.8	294	33	16.9			19.0	-1.7	2.89
3		H	159	58	27.0	35	1	47.3			20.3	-0.4	0.16
4		II	232	59	35.0	108	2	54.1			19.1	-1.6	2.56
5		V	260	14	8.5	135	17	31.8			23.3	+2.6	6.76
J =									235	3	20.7		
6	II	I	26	28	23.5	288	2	54.1	261	34	30.6	+2.4	5.76
7		M	30	25	59.4	292	0	24.5			25.1	-3.1	9.61
8		H	100	41	9.7	2	15	40.6			30.9	+2.7	7.29
9		V	252	30	55.0	154	5	21.5			26.5	-1.7	2.89
10		D	0	0	0.0	261	34	27.9			27.9	-0.3	0.09
J =									261	34	28.2		
11	D	M	0	0	2.8	333	59	12.9	33	59	10.1	-3.0	9.00
12		I	81	4	7.1	55	3	21.9			14.0	+1.7	2.89
13		II	107	35	14.2	81	34	27.9			13.7	+0.6	0.36
14		V	139	2	41.2	113	1	34.8			13.6	+0.5	0.25
J =									33	59	13.1		
15	V	D	346	13	4.4	293	1	34.8	306	48	30.4	-0.1	0.01
16		M	0	0	0.5	306	48	29.5			29.0	-1.5	2.25
17		I	8	29	1.5	315	17	31.8			30.3	+0.2	0.04
18		II	27	16	51.7	334	5	21.5			29.8	-0.7	0.49
19		H	42	55	40.3	349	44	12.4			32.1	+1.6	2.59
J =									306	48	30.5		
20	H	V	0	0	0.0	169	44	12.3	169	44	12.3	+0.2	0.04
21		II	12	31	25.4	182	15	40.6			15.2	+3.1	6.61
22		I	45	17	34.5	215	1	47.3			12.8	+0.9	0.81
23		M	81	50	25.5	251	34	33.5			10.5	-1.6	2.56
J =									169	44	12.1		
24	M	H	359	59	59.0	71	34	33.5	71	34	34.5	0.7	0.49
25		II	40	25	48.5	112	0	24.5			36.0	+0.8	0.64
26		I	42	58	42.0	114	33	16.8			34.8	-0.4	0.16
27		V	55	13	54.4	126	48	29.5			35.1	-0.1	0.01
28		D	82	24	37.5	153	59	12.9			35.4	+0.2	0.04
J =									71	34	35.2		62.66

$$d\hat{z} = \frac{\rho'' \cos(\hat{z}_{AB})}{s_{AB}} dy_B = \frac{\rho'' \cos(\hat{z}_{AB})}{s_{AB}} dy_B -$$

$$\frac{\rho'' \sin(\hat{z}_{AB})}{s_{AB}} dx_B + \frac{\rho'' \sin(\hat{z}_{AB})}{s_{AB}} dx_A = 0$$

Ako iz jednačbe (14.) izrazimo

$$dy_A = dy_B - \frac{\cos \hat{z}}{\sin \hat{z}} dx_A + \frac{\cos \hat{z}}{\sin \hat{z}} dx_B \text{ i ovo uvrstimo}$$

u zadnju jednačbu

$$\frac{\rho'' \cos \hat{z}}{s} dy_B - \frac{\rho'' \cos \hat{z}}{s} \left(dy_B - \frac{\cos \hat{z}}{\sin \hat{z}} dx_A + \right.$$

$$\left. \frac{\cos \hat{z}}{\sin \hat{z}} dx_B \right) - \frac{\rho'' \sin \hat{z}}{s} dx_B + \frac{\rho'' \sin \hat{z}}{s} dx_A = 0$$

$$\frac{\rho'' \cos^2 \hat{z}}{s \sin \hat{z}} dx_A - \frac{\rho'' \cos^2 \hat{z}}{s \sin \hat{z}} dx_B - \frac{\rho'' \sin \hat{z}}{s} dx_B +$$

$$\frac{\rho'' \sin \hat{z}}{s} dx_A = 0$$

$$\rho'' \left(\frac{\cos^2 \hat{z}}{s \sin \hat{z}} + \frac{\sin \hat{z}}{s} \right) dx_A - \rho'' \left(\frac{\cos^2 \hat{z}}{s \sin \hat{z}} + \frac{\sin \hat{z}}{s} \right) dx_B = 0$$

$$\rho'' \left(\frac{\cos^2 \hat{z} + \sin^2 \hat{z}}{s \sin \hat{z}} \right) dx_A - \rho'' \left(\frac{\cos^2 \hat{z} + \sin^2 \hat{z}}{s \sin \hat{z}} \right) dx_B = 0$$

$$\frac{\rho''}{s \sin \hat{z}} dx_A = \frac{\rho''}{s \sin \hat{z}} dx_B \text{ ili } \underline{dx_A = dx_B}$$

Ako iz jednačbe (14.) izrazimo dx_A to istom supstitucijom dobivamo da je $dy_A = dy_B$

Konačno ako ovo uvrstimo u uvjetnu jednačbu (13.) dobiva se

$\underline{v_{AB} = w_{AB}}$ i ovo je tražena transformirana uvjetna jednačba, kako se vidi ona sastoji samo iz apsolutnog člana. Ovo je međjutim iz pojma paralelne translacije sasvim evidentno, jer sa koliko se mjenja dy_A sa toliko se mjenja i dy_B .

2.) Za smerove koji spajaju mjerenu bazu sa drugim bilo pomičnim ili nepomičnim točkama dobijemo ako u prijašnje uvjetne jednačbe isto tako zamjenimo dy_B i dx_B sa vrednostima dy_A i dx_A , odatle sledi da će broj normalnih jednačba biti za dvije jednačbe manje.

Budući je izradba ove varijacije analogna i samo specialan slučaj 2.) varijacije, to ovaj slučaj nije potrebno posebnim primjerom ilustrirati.
