

# GLASILO GEOMETARA

KRALJEVINE SRBA, HRVATA I SLOVENACA

Ing. Dušan Ivošević

## Zavisnost nepoznanica kod koordinatnog izjednačivanja metodom naimanjih kvadrata

— Nastavak —

Normalna jednačba:

	A]	c]	d]	w]	
	8. 62709	+ 9.47219	+ 9.93672	+ 9.28985	
[A	1. 37291	— 0.84510	— 1.30963	— 0.6276	$dx_1 = -0.069$
	+ 23.6	— 7.0	— 20.4	— 4.6	
[c		+ 24.6	+ 15.3	+ 97	
1. redukcija		— 2.1	— 6.1	— 1.4	
		8.64782	— 9.61161	9.56690	$dy_{II} = 0.284$
[c		1.35218	+ 0.96379	+ 0.91908	$\log = 9.45332$
		+ 22.5	+ 9.2	+ 8.3	
[d			+ 35.8	+ 10.4	
1. redukcija			— 17.6	— 40	
2. „			— 3.8	34	
			8.84164	— 9.31876	$dx_{II} = -0.208$
[2d			1.15836	+ 0.47722	$\log = -9.31876$
			+ 14.4	+ 3.0	
[w				+ 143.2	
1. redukcija				— 09	
2. „				3.1	
3. „				— 0.6	
[3w				+ 138.6	

Definitivne koordinate točke I biti će prema tome po formuli (6<sup>a</sup>)

$$dy_1 = - \cotg \delta_{DI} dx_1 = - 9.8442854 (= \log \cotg 55^\circ 3' 26'') \\ - 8.8388491 (= \log dx_1) \\ + 8.6831345 (= \log dy_1) \\ dy_1 = + 0.048$$

$$\text{predhodne: } y + = 50038.380 \quad x = + 25632.220 \\ dy_1 = + \quad 0.05 \quad dx_1 = + \quad 0.007$$

$$\text{Def. koord. } y = + 50038.385 \quad x = + 25632.213$$

Definitivne koordinatne točke II biti će:

$$y = + 54859.844 \quad x = + 24061.137 \\ dy_{II} = - \quad 0.028 \quad dx_{II} = - \quad 0.021$$

$$\text{Def. koord. II: } y = + 54859.816 \quad x = + 24061.116$$

Postupak kod ovog izjednačivanja je sledeći:

1) izračunati predhodne koordinate traženih točaka I i II i to tako da se točka II izračuna već iz zadane stranice ( $D_{II}$ ).

2) izračunati koeficiente smjerova (a, b) i nesuglasica (protuslovlja) w.

3) izračunanje izraza  $dy = \cotg \delta_{DI} dx$  (u našem je slučaju  $\delta_{DI} = 55^\circ 3' 26''$ ) tako da je  $\cotg \delta = + 0.70$

4) koeficienti smjerova 1 i 12 u uvjetnim jednačbama primaju transformisani oblik  $\frac{\rho''}{y_B - y_C}$

5) koeficienti smerova 2, 3, 5, 17, 22 i 26 računaju se prema izvedenoj formuli

$$- a \cotg \delta_{DI} + b = A$$

Daljnji je posao kao obično kod koordinatnog izjednačivanja, razlika je samo u tome što u normalnim jednačbama imademo sada samo 3 nepoznanice i to  $dx_1$  i  $dy_{II}$ ;  $dx_{II}$  dok se  $dy_1$  računa na temelju izvedene formule:

$$dy_1 = - \cotg \delta_{DI} dx_1$$

Nakon izračunatih definitivnih koordinata kao i svih kontrolnih računa nakon izjednačenja izračunata je iz izjednačenih koordinata baza (DI). Rezultat je ovaj:

$$\text{Zadana mjerena baza} = \log. 3.7045333.5 \text{ metara} \\ \text{posle izjednačenja daje} = \log. 3.7045334.2 \quad '' \\ \text{razlika} = \log. 0.00000007 \quad ''$$



što čini manje od 1 milimetra a koja pogreška dolazi od manipulacija u računanju, jer se je samo sa 8 decimale računalo, što se međutim u linearnoj vrednosti treće decimale ne može osjetiti:

Primjetiti je još da je radi lakšega računanja i operiranja formula (4,) u ovom primjeru uzeta

$$v = \rho'' \frac{\cos \delta}{10. s} \Delta \times - \rho'' \frac{\sin \delta}{10. s} \Delta y + w$$

za to se dobiju konačne vrednosti  $dx_I$   $dy_I$  i  $dx_{II}$   $dy_{II}$  ne u metrima nego u decimetrima, što na rezultat računa kako je poznato nema nikakova upliva.

## II. VARIACIJA. MJERENA BAZA NIJE U NEPOSREDNOJ VEZI SA FIKSNOM MREŽOM

U ovom je slučaju prema slici br. 1. mjerena stranica AB i kako je poznato ona može da zauzme u ravni povoljni položaj. I ovdje nailazimo na 3 vrsti smjerova: 1.) smjerovi baze AB 2.) smjerovi koji spajaju točku A ili B sa drugom pomičnom točkom i 3.) smjerovi koji spajaju točku A ili B sa fiksnom (nepomičnom) točkom.

Za smjerove 1.) glasiti će uvjetne jednačbe

$$v_{AB} a_{AB} dy_B + b_{AB} dx_B - a_{AB} dy_A - b_{AB} dx_A + w_{AB} \dots$$

ili pak u običajnom obliku pisano:

$$v^{AB} = \rho'' \frac{\cos \delta}{s} du_B - \rho'' \frac{\sin \delta}{s} dx_B - \rho'' \frac{\cos \delta}{s} dy_A + \rho'' \frac{\sin \delta}{s} dx_A + w_{AB} \dots \quad (12.)$$

Naš uvjet je:

$$s_{AB} = \sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2} = 0 \text{ ili u linearnom obliku:}$$

$$ds_{AB} = \frac{y_B - y_A}{s} dy_B - \frac{y_B - y_A}{s} dy_A + \frac{x_B - x_A}{s} dx_B - \frac{x_B - x_A}{s} dx_A = 0$$

$$ds_{AB} = \sin(\delta_{AB}) dy_B - \sin(\delta_{AB}) dy_A + \cos(\delta_{AB}) dx_B - \cos(\delta_{AB}) dx_A = 0$$

Neka se odavle izrazi jedna nepoznanica n. pr.  $dx_B$  :

$$dx_B = - \frac{\sin \delta}{\cos \delta} dy_B + \frac{\sin \delta}{\cos \delta} dy_A + dx_A$$

Ako se ovo uvrsti u jednačbu (12.) dobiva se

$$\begin{aligned} v_{AB} &= \rho'' \frac{\cos \delta}{s} dy_B - \rho'' \left( - \frac{\sin \delta}{\cos \delta} dy_B + \frac{\sin \delta}{\cos \delta} dy_A \right. \\ &\left. + dx_A \right) - \rho'' \frac{\cos \delta}{s} dy_A + \rho'' \frac{\sin \delta}{s} dx_A + w_{AB} \\ &= \rho'' \frac{\cos \delta}{s} dy_B + \rho'' \frac{\sin^2 \delta}{s \cos \delta} dy_B - \rho'' \frac{\sin^2 \delta}{s \cos \delta} dy_A - \\ &\rho'' \frac{\sin \delta}{s} dx_A - \rho'' \frac{\cos \delta}{s} dy_A + \rho'' \frac{\sin \delta}{s} dx_A + w_{AB} \\ &= \left[ \rho'' \frac{\cos \delta}{s} + \rho'' \frac{\sin^2 \delta}{s \cos \delta} \right] dy_B - \left[ \rho'' \frac{\sin^2 \delta}{s \cos \delta} + \rho'' \frac{\cos \delta}{s} \right] \\ &\qquad\qquad\qquad dy_A + w_{AB} \end{aligned}$$

$$= \rho'' \frac{\cos^2 \delta + \sin^2 \delta}{s \cos \delta} dy_B - \rho'' \frac{\sin^2 \delta + \cos^2 \delta}{s \cos \delta} dy_A + w_{AB}$$

$$v_{AB} = \frac{\rho''}{s \cos \delta} dy_B - \frac{\rho''}{s \cos \delta} dy_A + w_{AB}$$

uvrstivši sa  $\frac{\rho''}{s \cos \delta} = A$  biti će

$$v_{AB} = A dy_B - A dy_A + w_{AB} \dots$$

čim je dobivena transformirana uvjetna jednačba.

Kako vidimo eliminirajući iz gornje jednačbe  $dx_B$  sama se je od sebe eliminirala  $dx_A$ , a koeficienti preostalih nepoznanica su jednaki ali protivna predznaka. Vidi se nadalje da kod izračunanja koeficienta  $A$  dolazi opet u obzir i stranica 3, da se pak mimoidje ovom posebnom računanju mogu se kao i u slučaju kod I.) također računati predhodne koordinate sa mjerenom bazom pak će biti:

$A = \frac{\rho''}{x_B - x_A}$  što je tim praktičnije jer nam se kod računanja smjernoga kuta  $\log(x_B - x_A)$  sam po sebi izdaje.



Za smjerove pod 2.) gdje je točka A ili B spojena sa drugom pomičnom točkom vrediti će sledeća uvjetna jednačba:

$$v_{EB} = a_{EB} dy_B + b_{EB} dx_B - a_{EB} dy_E - b_{EB} dx_E + w_{EB}$$

Supstituira li se sa

$$dx_B = -\frac{\sin \delta}{\cos \delta} dy_B + \frac{\sin \delta}{\cos \delta} dy_A + dx_A = -\operatorname{tg} \delta dy_B + \operatorname{tg} \delta dy_A + dx_A \text{ dobiti će se}$$

$$v_{BE} = a_{BE} dy_E + b_{BE} (-\operatorname{tg} \delta dy_B + \operatorname{tg} \delta dy_A + dx_A) - a_{EB} dy_E - b_{EB} dx_E + w_{BE}$$

$$\underline{v_{BE} (b_{BE} - a_{BE} \operatorname{tg} \delta) dy_B + b_{EB} \operatorname{tg} \delta dy_A + b_{EB} dx_A - a_{EB} dy_E - b_{EB} dx_E + w_{EB}}$$

za drugi smjer:  $v_{EA} = a_{EA} dy_A + b_{EA} dx_A - a_{EA} dy_E - b_{EA} dx_E + w_{EA}$  biti će nakon supstitucije:

$$dx_A = \frac{\sin \delta}{\cos \delta} dy_B - \frac{\sin \delta}{\cos \delta} dy_A + dx_B = \operatorname{tg} \delta dy_B - \operatorname{tg} \delta dy_A + dx_B$$

$$v_{EA} = a_{EA} dy_A + b_{EA} (\operatorname{tg} \delta dy_B - \operatorname{tg} \delta dy_A + dx_B) - a_{EA} dy_E - b_{EA} dx_E + w_{EA}$$

$$\underline{v_{EA} = (a_{EA} - b_{EA} \operatorname{tg} \delta) dy_A + b_{EA} \operatorname{tg} \delta dy_B + b_{EA} dx_B - a_{EA} dy_E - b_{EA} dx_E + w_{EA}}$$

Za smjerove pod 3.) gdje je točka A ili B spojena sa fixnom točkom biti će u zadnjim jednačbama  $dy_E = 0$  i  $dx_E = 0$  jer se koordinate točke E koje se mogu zamisliti da su fiksne ne smiju mienjati pak će u tom slučaju glasiti uvjetne jednačbe:

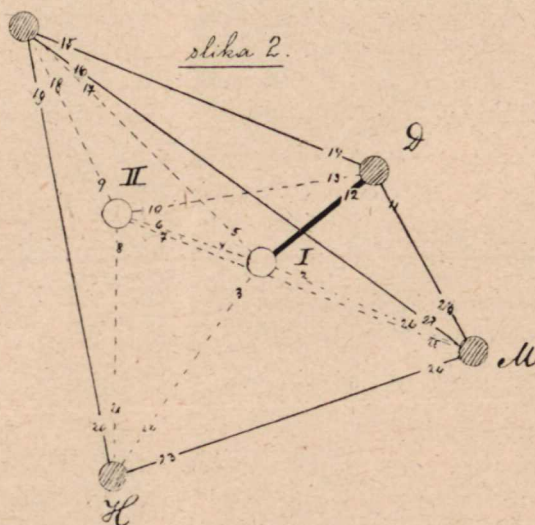
$$\underline{v_{EB} = (a_{EB} - b_{EB} \operatorname{tg} \delta) dy_E + b_{EB} \operatorname{tg} \delta dy_A + b_{EB} dx_A + w_{EB} = 0 \text{ i}}$$

$$\underline{v_{EA} = (a_{EA} - b_{EA} \operatorname{tg} \delta) dy_A + b_{EA} \operatorname{tg} \delta dy_B + b_{EA} dx_B + w_{EA} = 0}$$

Kod ovih zadnjih jednačba valja osobito paziti na predznak, a naročito na predznak  $\operatorname{tg} \delta$  jer se učinjena pogreška tekar onda može konstatovati kada je izjednačenje dovršeno, što nije niti najmanje udobno, ako je grupa, koju valja izjednačiti malo veća.

Za ovaj slučaj uzeti ćemo isti zadatak samo što je mjerena baza I—II. Neki je log (I—II.) = 3.705 0917.5.

Ovom prilikom imati ćemo posla samo sa smjerovima pod 1.) i 3.) dok one pod 2.) nemamo. — Prema tome situaciji nacrt biti će:



Prema predjašnjim jednačbama izračunamo pojedine vrednosti koeficienata transformirane uvjetne jednačbe i skupimo ih prema postavljenim uvjetnim jednačbama. Ove koeficiente obilježimo sa A, B, C, D i svrstamo ih smjerovima i kolonama. Sakupljena šema pokazuje postupak, izjednačenja, koji je nakon što su koeficienti A, B, C, D izračunati analogan običnom izjednačenju.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Za smjer 1, 2, 3 i 5 je } A = a - b \operatorname{tg} \delta \\ \text{„ „ 4 i 6 je } A = \frac{\rho''}{x_D x_C} \\ \text{„ „ 7, 8, 9 i 10 je } A = b \operatorname{tg} \delta \end{array} \right\}$$

Nadalje je za smjer 7, 8, 9 i 50 10 je B = d

$$\left. \begin{array}{l} \text{Za smjer 1, 2, 3 i 5 je } C = b \operatorname{tg} \delta \\ \text{„ „ 4 i 6 je } C = -\frac{\rho''}{x_D - x_C} \\ \text{„ „ 7, 8, 9 i 10 je } C = a - b \operatorname{tg} \delta \end{array} \right\}$$

Konačno za smjer 1, 2, 3 i 5 je D = b

Nastaviće se.