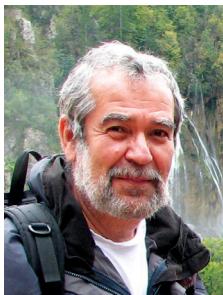




## MATEMATIKA

### Šime Ungar, topolog i predavač na fakultetu

Željko Hanjš



Šime Ungar

Godine 1965. kao maturant iz Zagreba sudjelovao je među prvima iz Hrvatske na Međunarodnoj matematičkoj olimpijadi (MMO) u tadašnjoj DR Njemačkoj. Upisao je studij matematike na Matematičkom odjelu Prirodoslovno-matematičkog fakulteta (PMF) u Zagrebu i diplomirao 1969. Na istom fakultetu je magistrirao 1972. na temu *Grupe bordizma i kobordizma prostora* i doktorirao 1977. s temom *n-Povezanost inverznih sistema i primjene u teoriji oblika* kod profesora Sibe Mardešića. Zaposlen je kao asistent od 1969., docent od 1978., izvanredni profesor od 1989. i redoviti profesor od 2007. Od 2011. zaposlen je kao redoviti profesor u trajnom zvanju na Odjelu za matematiku Sveučilišta J.J. Strossmayera u Osijeku. Znanstveno se usavršavao u Cambridgeu u Velikoj Britaniji (1974.) i kao gostujući

docent na University of Utah, Salt Lake City, Utah, SAD (1978./79.). Bavi se algebarskom i geometrijskom topologijom, posebno teorijom oblika. Objavio je 22 znanstvena i devet stručnih radova, te četiri sveučilišna udžbenika, jedna skripta i prijevod jedne monografije o povijesti i filozofiji matematike. Suorganizator je triju međunarodnih konferenciјa iz područja geometrijske topologije u Interuniverzitetskom centru u Dubrovniku i urednik je pripadnih zbornika radova. Na dodiplomskim i diplomskim studijima matematike, fizike i kemije držao je niz kolegija. Predavao je i na postdiplomskom i doktorskom studiju. Član je Hrvatskog matematičkog društva i American Mathematical Society. Zamolili smo ga za kratak razgovor o matematici, ali i o drugim temama.

**Molim te reci nam neke zanimljivosti tokom osnovne i srednje škole. Jesi li se već tada zanimal za matematiku?**

Ne bih rekao da sam se u to vrijeme zanimal za matematiku, to je kao da me pitaš jesam li se zanimal za hodanje – matematika mi je jednostavno “išla”. Zanimal sam se više za konkretnije stvari: s prijateljem iz razreda, budućim poznatim fizičarem s “Ruđerom”, pokušavao sam napraviti raketu koja bi poletjela nekoliko stotina metara uvis i padobranom sletjela na zemlju. Nismo uspjeli. U to je vrijeme bilo lako nabaviti laboratorijsku opremu i svakojake kemikalije pa smo u mojoj podrumskom “laboratoriju” pokušavali napraviti što bolje kruto raketno gorivo. Početni su uspjesi bili ohrabrujući, ali “poboljšana” goriva su nam nekoliko puta eksplodirala pa smo dvaput čak završili u Traumatološkoj u Draškovićevoj, a jednom i na zadnjoj stranici *Arene*.

Imao sam sreću da je 1961. godine, kada sam krenuo u prvi razred gimnazije, u dva razreda u našoj V. gimnaziji, u suradnji s PMF-om, započeo jedan inovativni UNICEF-ov program nastave fizike. To je bio čisto eksperimentalni pristup nastavi: sâmi smo dva puta tjedno po dva školska sata, korištenjem jednostavnih, ali inteligentno napravljenih pomagala, eksperimentirali i “otkrivali” fizikalna svojstva i zakone. Jedan od meni najfascinantnijih naših uspjeha je bio kada smo pomoću malo kartona, tanke lakirane bakrene

žice, običnog konca i elektronke *magično oko* doslovce “izvagali” elektron. Greška je bila unutar jednog reda veličine!

Nažalost, naš profesor matematike je bio jedva osrednji. Zapravo je bio predavač na Višoj tehničkoj školi, a nama je predavao honorarno. Nikoga nije mogao nizašto zainteresirati, a nama su trojici dobrih matematičara u razredu satovi matematike bili dosadni. Početkom 1965. je zbog zakonskih promjena taj nastavnik morao napustiti predavanja na gimnaziji, pa nam je zadnja dva-tri mjeseca do mature matematiku predavala, tada već penzionirana, profesorica Petričević. Tada smo vidjeli što je *pravi* profesor. Šteta što nju nismo imali sve četiri godine.

### Kako je teklo tvoje studentsko razdoblje? Jesi li se već tada opredijelio za topologiju?

Studij je bio zanimljiv. Mnoge važnije kolegije smo imali zajedničke s fizičarima, a mogli smo slobodno upisivati i kolegije s drugih odjela PMF-a. Osim skripata iz *Analitičke geometrije s linearnom algebrrom* profesora Stanka Bilinskog u prvoj godini, *Teorijske mehanike* profesora Zlatka Jankovića na drugoj, i tada upravo tiskane knjige *Konačno dimenzionalni vektorski prostori* profesora Svetozara Kurepe na trećoj, udžbenika iz ostalih matematičkih kolegija nismo imali pa smo se oslanjali na bilješke s predavanja i ruske zbirke zadataka. Bili smo privilegirani time što smo u osnovnoj i srednjoj školi čitali i pisali i cirilicu, tako da nam matematička literatura na ruskom jeziku nije predstavljala problem.



*Mladen Bestvina, Šime Ungar i Ivan Ivanšić za vrijeme konferencije DUBROVNIK II – GEOMETRIC TOPOLOGY u Interuniverzitetском centru u Dubrovniku*

A kako me je zainteresirala topologija? U drugoj godini studija *Matematičku analizu* predavao je, tada mladi, profesor Sibe Mardešić. U zimskom je semestru 1966./67. pokrenuo neformalni Seminar za čvorove, kasnije se ustalio termin *uzlove*, i pozvao nâs nekoliko boljih studenata druge i treće godine da se uključimo u rad seminarâ. Proučavali smo tada klasičnu knjigu Crowell-Fox: *Knot Theory* (naravno, u ruskom prijevodu). Sastajali smo se jednom tjedno i mi studenti smo referirali redom poglavlja iz te knjige i, zajedno s profesorom Mardešićem, učili o *Reidemeisterovim pomacima*, *Alexanderovim polinomima* i koješta drugo. U to su vrijeme seminari bili oglašavani na oglasnoj ploči, pa je tako i predavanje *Prezentacija grupa* u sklopu našeg seminara bilo objavljeno na oglasnoj ploči Zavoda za primjenjenu matematiku. Nakon dan-dva netko je kemijskom “ispravio” naslov u *Reprezentacija grupa*, vjerojatno komentirajući kako “ovi čvorolazi nemaju pojma”.



Sudionici topološkog izleta u Bosni (oko 1970. godine)

### Boravak u Cambridgeu u Velikoj Britaniji zasigurno je bio u vezi doktorata.

I da i ne. Na postdiplomskom studiju sam se počeo zanimati algebarskom topologijom. Čak smo kolega Krešo Delinić i ja osnovali Radnu grupu za algebarsku topologiju i "probijali se" kroz  $K$ -teoriju. Ali tada, u drugoj polovini šezdesetih godina prošlog stoljeća, na dodiplomskom studiju matematike nismo imali "pravih" kolegija algebre. Slušali smo na trećoj godini kolegij *Algebra*, ali tu se uglavnom radilo o polinomima, elementarnoj teoriji matrica i pomalo o teoriji grupa. A za vektorske prostore smo također čuli istom u trećoj godini studija. Stoga nam je nedostajalo znanja iz algebre. Kako je Delinić već u jesen 1971. otišao u Heidelberg na doktorski studij, naša se Radna grupa raspala, a ja sam se počeo baviti teorijom oblika. U Cambridgeu sam bio kao stipendist British Councila svega tri mjeseca, što je prekratko za neki ozbiljniji rad. Naročito su me se dojmila predavanja, više seminarskog tipa, Franke Adamsa. Nakon mojeg seminara o teoriji oblika, u koju tamošnji matematičari nisu bili upućeni, profesor Adams mi je savjetovao kojim bi smjerom bilo dobro krenuti, a imao sam i mnoge zanimljive i korisne diskusije s mlađim doktorandima. Ali, kao što rekoh, taj je boravak bio prekratak i, nažalost, nije urođio daljnjom suradnjom.

### Na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu imao si vrsne matematičare koji su ti mogli dati korisne savjete. To ti je zasigurno bilo značajno za prodiranje u znanost. Koje bi profesore mogao posebno izdvojiti?

Naravno, od profesora koji su mi bili posebno bliski i dragi, od kojih sam mnogo naučio i čije sam savjete, ne samo matematičke, uvijek cijenio, izdvojio bih Sibu Mardešića, mojeg mentora, Pavla Papića, posljednjeg *gentlemana* među matematičarima, Svetozara Kurepu, poticajnog i pronicljivog profesora jasnih stavova, Krešu Horvatića, brižnog i dragog prijatelja, Borisa Pavkovića, duhovitog i izvrsnog predavača, te kolege, tadašnje asistente, Hrvoja Kraljevića, Dragana Miličića, Mirka Primca i Marka Tadića.

Kako su, tada mladi i agilni, profesori Mardešić i Kurepa, nakon višegodišnjih boravaka na američkim i europskim sveučilištima imali razvijene kontakte s mnogim matematičarima u svijetu, svake dvije-tri godine je na Matematičkom odjelu boravio i držao predavanja i seminare na postdiplomskom studiju neki od vrsnih svjetskih matematičara. Na mene su najviše utjecali Jack Segal, Rudy Gordh, Larry Hush, Don Coram i, posebno, Benny Rushing.

### Možeš li nam ukratko navesti koji su tvoji najznačajniji znanstveni rezultati?

Mislim da se moji najvažniji znanstveni rezultati odnose na progrupe i teoriju oblika. U svojoj doktorskoj disertaciji razvio sam jednu varijantu inverznih sistema koja se pokazala pogodnom za neke konkretnе primjene. Tom sam se tehnikom koristio pri poopćenju

nekih klasičnih teorema teorije homotopije na homotopske progrupe i grupe oblika, kao što su Hurewiczev teorem, Freudenthalov teorem o suspenziji, Blakers-Masseyev teorem za trijade, te van Kampenov teorem. Korištenjem jedne poboljšane verzije Hurewiczeva teorema za progrupe, pokazao sam vezu između lokalne homotopske i lokalne homološke  $n$ -povezanosti topoloških prostora. Kompozicija dvaju poput-ćelijskih (engl. *cell-like*) preslikavanja općenito nije poput-ćelijsko preslikavanje. Pokazao sam da ako su vlastna kompozicije pokretljiva ili konačne dimenzije oblika (engl. *shape dimension*), onda je i kompozicija poput-ćelijsko preslikavanje.

### Često puta si odlazio na izlete što je bila osobito lijepa prilika za opušteno druženje s prijateljima.

Da, s time da pod "izletima" mislim prvenstveno odlaske u prirodu – brda, planine, rijeke, jezera. Moji su roditelji bili planinari još od vremena studija u Beču i Berlinu, pa smo brat i ja već od malena "osvajali" vrhove. Prvi dvijetisućnjak nam je bio Krn u Julijskim alpama – ja sam imao sedam, a moj brat pet godina. Najprije s roditeljima, zatim s djekojkicom i prijateljima, te još kasnije s djecom, proplaninario sam cijelu Jugoslaviju, "pobjegle" su mi samo Prokletije i Veliki Korab. Naravno, planinarili smo i skijali i po Italiji, Austriji i posebno po američkom Zapadu. Dogodovština i avantura s tih izleta ima bezbroj, ali o tome nekom drugom zgodom.

### Koji su ti kolegiji bili posebno dragi?

Na dodiplomskom studiju volio sam kolegije *Matematička analiza* (profesori Papić u prvoj i Mardešić u drugoj godini), *Opća i anorganska kemija* (prof. Boris Kamenar), *Teorija skupova, topologija i teorija mjere* (prof. Papić), *Diferencijalna geometrija* (prof. Pavković), *Odabrana poglavљa matematičke fizike* (prof. Kurepa), *Projektivna geometrija* (prof. Dominik Palman) i jednosemestralni kolegij matematičke logike koji je pod nazivom *Kibernetika* predavao profesor Vladimir Kirin.



S unucima



Obilježavanje 50-godišnjice Topološkog seminara  
(Zagreb, 15. siječnja 2012.)

Od postdiplomskih kolegija najdraži su mi bili *Teorija retrakata i teorija oblika* (Mardešić), *Structure of continua* (Gordh), *Geometrijska topologija* (Horvatić), *Embedding shape classes of metric compacta* (Rushing), *3-mnogostrukosti i fundamentalne grupe* (prof. Jože Vrabec) i *Topics in manifold theory* (Hush).

Ovdje je potrebno jedno objašnjenje: tijekom šezdesetih, sedamdesetih, osamdesetih i dijelom devedesetih godina prošlog stoljeća, na postdiplomskom studiju se kolegiji vezani uz Topološki seminar, a tako je manje-više bilo i s ostalim seminarima, nisu nikada ponavljali. Svake godine su predavana dva-tri nova kolegija, i članovi seminara, a često i neki drugi, dolazili su na ta predavanja i nakon magisterija, a mnogi i nakon doktora. To se odnosilo i na članove iz Splita, Rijeke i Ljubljane, dok je onima iz udaljenijih dijelova Jugoslavije bilo puno teže dolaziti.

### Napisao si i neke udžbenike za studente koji su se godinama koristili.

Da, uz kolegije koje sam niz godina predavao napisao sam dva udžbenika matematičke analize u  $\mathbb{R}^n$  i skripta iz kompleksne analize. Bolonjskom reformom i ti su se kolegiji donekle promijenili, a i nastavnici i njihove preferencije, ali koliko čujem, moji se udžbenici još uvijek donekle koriste.

Početkom devedesetih, pišući Analizu, naučio sam ponešto  $\text{\TeX}$ -a i  $\text{\LaTeX}$ -a pa sam tako i nekoliko godina izvodio dio jednog praktikuma u kojemu sam podučavao  $\text{\LaTeX}$ , i tom prilikom napravio najprije pripadna skripta pa zatim i priručnik. Kasnije sam u dva navrata taj priručnik proširio, i zadnje izdanje je tiskano 2019. kao udžbenik, koji je i sada dostupan u pdf-formatu na web-stranicama Odjela za matematiku Sveučilišta J. J. Strossmayera u Osijeku. Kako se  $\text{\LaTeX}$  i novije varijante kao  $\text{X}_{\text{\LaTeX}}$ ,  $\text{Lua}\text{\LaTeX}$  i druge, aktivno i dalje razvijaju, nemam namjeru taj priručnik ažurirati, a tako-i-tako se na internetu lako pronađu razne dobre upute, ideje i trikovi.

Nedavno smo kolege iz Osijeka, jedan španjolski matematičar iz Sevilje i ja u izdanju Springer-a objavili udžbenik *Cluster Analysis and Applications*, koji se, osim u Osijeku i Sevilji, koristi i na nekoliko drugih sveučilišta u svijetu.

**Zasigurno si čitao Matematičko-fizički list, onda jedini takav kod nas. Koliko ti je on tada značio? Tokom srednje škole sudjelovaši na matematičkim natjecanjima, što je rezultiralo i predstavljanjem tadašnje države na MMO u ekipi od osam članova. Koja su tvoja nezaboravna sjećanja s tog natjecanja?**

Mat-Fiz list, tako smo ga zvali, bio nam je tada zaista jedini dostupan časopis s tematikom iz matematike i fizike. Ne mogu točno reći koliko nas je bilo pretplaćeno na MFL, ali znam da je pretplata išla preko škole. Nas nekoliko iz razreda je rješavalo zadatke iz MFL-a, a ponekad bismo i poslali rješenja. Prije republičkog i saveznog natjecanja nekoliko bismo se dana "pripremali", ali to je bilo više amaterski, a ne sustavno. Sjećam se jedino da je osim MFL-a postojala mala šapirografirana knjižica zadataka vjerojatno prikupljenih iz kakve ruske zbirke, a mislim da je autor bio profesor Đerasimović.

Kako sam 1965. na saveznom natjecanju osvojio prvo mjesto za četvrti razred i tako se plasirao u uži izbor za ekipu za MMO, sudjelovao sam u Beogradu na ozbilnjijim pripremama. Matematička olimpijada te se godine održavala u (istočnom) Berlinu. Na pripremama nas je bilo šesnaest i na kraju nas je izlučeno osmero najuspješnijih za Olimpijadu. U Beogradu, a možda i u Ljubljani, već je tada postojala Matematička gimnazija, ne znam točno kako se zvala, s velikim brojem sati matematike. Pojedini nastavnici su bili asistenti i profesori s Univerzitetom. Naravno da su moji vršnjaci znali znatno više od mene, pogotovo raznih "trikova" i "caka" što se ne nauči u redovnoj nastavi. Najviše mi je imponirao Veljko Bole, kasnije poznati ljubljanski ekonomist, koji je i prethodne godine sudjelovao na Olimpijadi u Moskvi.



*Sławomir Nowak, Henryk Toruńczyk, Šime Ungar i José Sanjurjo  
2002. za vrijeme konferencije u Varšavi*

Ne znam više zašto nismo putovali svi zajedno, pa sam tako sâm išao vlakom iz Beograda preko Budimpešte u Berlin. U Budimpeštu sam stigao oko jedan sat poslije ponoći i trebao presjeti na vlak za Berlin koji je polazio s kolodvora u drugom dijelu grada. Iako sam dosta dobro govorio engleski i njemački, to mi nije bilo od neke koristi. Mađari u to vrijeme nisu znali engleski, a njemački, ako su ga i znali, nisu htjeli ili se nisu usudili govoriti. Ipak sam nekako, i unatoč koferu (bez kotačića!), što pješice što tramvajem stigao na vrijeme na vlak za Berlin. Tamo sam se već lakše snalazio jer su Nijemci ipak govorili njemački.

Nisam se nikada mogao pohvaliti dobrom memorijom pa se tako ne sjećam niti mnogih detalja s Olimpijadi. Favoriti i dobitnici najvećeg broja medalja su, kao i ranijih godina, bili Mađari, Rusi (tu su ubrajani i Ukrajinci i eventualni pripadnici nacionalnih manjina), Rumunji, Poljaci, . . . Tada su na Matematičkoj olimpijadi, osim Finaca, sudjelovali natjecatelji samo iz istočnih, tj. socijalističkih zemalja (uključujući i Mongoliju), a među njima su bili rijetki koji su osim materinskog i ruskog govorili i jedan drugi jezik. Tako smo se mi Jugoslaveni uglavnom družili s Fincima i Finkinjama. Na višednevni izlet išli smo autobusima u Dresden, Jenu i Potsdam. Impresionirali su me njemački autoputevi. Bili su izgrađeni od velikih betonskih ploča savršeno poravnatih i održavanih fuga, bez asfaltnog/bitumenskog gornjeg sloja, ali vožnja po tome i u tadašnjim autobusima je bila mirna i bez vibracija. A zavoji, pogotovo na ulazima i izlazima s autoputeva bili su izvedeni za velike brzine s velikim nagibom, gotovo kao na staroj pisti u Monzi. Danas su standardi za ceste posve drugačiji.

**Mogu li te zamoliti da uputiš poruku učenicima koji se spremaju na studij matematike?**

Postoje unosnija, izazovnija i adrenalinski intenzivnija zanimanja od zanimanja matematičara. Ali radost kada shvatiš dubinu i domet neke matematičke ideje ili netko od tvojih učenika ili studenata postigne zapažen svjetski rezultat i ugled, je velika. Ne treba podcenjivati matematičare koji su se "odali kompjutorima", tj. koji rade u raznim softverskim firmama, bankama, osiguravajućim kompanijama, i slično, ali bavljenje teorijskim, znanstvenim, kao i nastavnim radom na bilo kojem nivou obrazovanja, ima svoje čari i draži. Zato nemojte prerano odlučiti čime ćeće se baviti i u kojem smjeru krenuti. Matematika je neizmjerno veliko, raznovrsno i zabavno područje.