

Sretni brojevi

Ljubica Bačić Đuračković¹, Vojislav Đuračković²

Uvod

Što je za vas sretan broj? Možda je to broj koji vam donosi sreću ili ste posebno vezani za njega. Ako vjerujete u numerologiju, možete ga izračunati pomoću svog datuma rođenja. No, može li broj u matematici biti sretan ili nesretan? Više o tome pročitajte u nastavku.

Povijesni detalji

Brojeve možemo dijeliti na parne i neparne, proste i složene, ... Smatra se da je francuska matematičarka Sophie Germain prva razvrstavala brojeve po sreći te tako došla do sretnih i nesretnih brojeva. Rođena je 1. travnja 1776. godine u Parizu gdje je i umrla 27. lipnja 1831. godine. Dala je veliki doprinos teoriji brojeva, a posebno teoriji prostih brojeva, akustičnosti i elastičnosti. Zanimljiva je činjenica da njezini roditelji nisu podržavali njezino zanimanje za matematiku te su joj uzimali toplu odjeću i drva za ogrjev sobe, kako ne bi mogla učiti do kasno u noć. Potom su joj uzeli i svijećnjake da bi se na kraju ipak njezina majka osvijestila te joj dozvolila da uči matematiku.

Sretni i nesretni brojevi

Broj je **sretan** ako mu zbroj kvadrata svih znamenki na kraju završava brojem 1. Npr. broj 23 je sretan, jer

$$2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

$$1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$$

$$1^2 + 0^2 = 1 + 0 = 1.$$

Broj je **nesretan** ako zbroj kvadrata svih znamenki nikada ne završava brojem 1. Npr. broj 24 je nesretan, jer

$$2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$$

$$2^2 + 0^2 = 4 + 0 = 4$$

$$4^2 = 16$$

$$1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$$

¹ Učiteljica matematike u Osnovnoj školi Nikole Andrića, Vukovar; e-pošta: ljubica.bacic@skole.hr

² Učitelj matematike u Osnovnoj školi Negoslavci, Negoslavci; e-pošta: vojislav.djurackovic@gmail.com

$$3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$$

$$5^2 + 8^2 = 25 + 64 = 89$$

$$8^2 + 9^2 = 64 + 81 = 145$$

$$1^2 + 4^2 + 5^2 = 1 + 16 + 25 = 42$$

$$4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20.$$

Dakle, zbroj kvadrata znamenki je opet 20 kao u prvom retku što znači da se postupak ponavlja. Lako se vidi koji su sretni brojevi do 100:

1, 7, 10, 13, 19, 23, 28, 31, 32, 44, 49, 68, 70, 79, 82, 86, 91, 94, 97, 100.

Sretni brojevi veći od 100, a manji od 1000 su:

103, 109, 129, 130, 133, 139, 167, 176, 188, 190, 192, 193,

203, 208, 219, 226, 230, 236, 239, 262, 263, 280, 291, 293,

301, 302, 310, 313, 319, 320, 326, 329, 331, 338, 356,

362, 365, 367, 368, 376, 379, 383, 386, 391, 392, 397,

404, 409, 440, 446, 464, 469, 478, 487, 490, 496,

536, 556, 563, 565, 566,

608, 617, 622, 623, 632, 635, 637, 638, 644, 649,

653, 655, 656, 665, 671, 673, 680, 683, 694,

700, 709, 716, 736, 739, 748, 761, 763, 784, 790, 793,

802, 806, 818, 820, 833, 836, 847, 860, 863, 874, 881, 888, 899,

901, 904, 907, 910, 912, 913, 921, 923, 931, 932, 937, 940, 946, 964, 970, 973, 989, 998.

Pogledajte gornji niz te pokušajte uočiti neke zanimljivosti.

Neke zanimljivosti

- Brojevi 13 i 31 su sretni. Zamjenom znamenki broj ostaje sretan ili nesretan. Razlog tome je komutativnost zbrajanja:

$$1^2 + 3^2 = 3^2 + 1^2.$$

- Slično vrijedi i za troznamenaste brojeve. Naime, sve kombinacije znamenaka sretnih brojeva opet daju sretne brojeve. Npr. broj 103 je sretan pa su i brojevi 130, 301 i 310 sretni.
- Isti zaključak možemo primjeniti i na četveroznamenaste, peteroznamenaste i višeznamenaste brojeve.
- Je li zbroj dva sretna broja uvijek sretan broj? Može biti, ali i ne mora, što se lako može vidjeti za sretne brojeve manje od 100. Npr. brojevi 7 i 13 su sretni brojevi, ali njihov zbroj $7 + 13 = 20$ nije sretan broj. S druge strane, brojevi 10 i 13 su sretni brojevi i njihov zbroj $10 + 13 = 23$ je sretan broj.
- Je li razlika dva sretna broja uvijek sretan broj? Može biti, ali i ne mora, što se lako može vidjeti za sretne brojeve manje od 100. Npr. brojevi 19 i 10 su sretni brojevi, ali njihova razlika $19 - 10 = 9$ nije sretan broj. S druge strane, brojevi 23 i 13 su sretni brojevi i njihova razlika $23 - 13 = 10$ je sretan broj.

- Je li umnožak dva sretna broja uvijek sretan broj? Može biti, ali i ne mora, što se lako vidi. Npr. brojevi 7 i 19 su sretni brojevi i njihov umnožak $7 \cdot 19 = 133$ je sretan broj. S druge strane, 19 i 23 su sretni brojevi, ali njihov umnožak $19 \cdot 23 = 437$ nije sretan broj.
- Je li količnik dva sretna broja uvijek sretan broj? Može biti, ali i ne mora, što se lako vidi. Npr. brojevi 91 i 13 su sretni i njihov količnik $91 : 13 = 7$ je sretan broj. S druge strane, 291 i 97 su sretni brojevi, ali njihov količnik $291 : 97 = 3$ nije sretan broj.
- Ako je broj sretan, možete osmisliti još jedan sretan broj samo premještanjem znamenki i umetanjem 0. Npr. budući da smo utvrdili da je 67 121 sretan, brojevi 72 116, 1 102 076, 702 611, ... su također sretni brojevi.

Zadaci za vježbu

Ostavljamo nekoliko zadataka za vježbu.

Zadaci za vježbu

1. Je li broj 2023 sretan broj?
2. Koji su prosti brojevi manji od 100 sretni brojevi?
3. Je li dan vašeg rođenja sretan broj?
4. Osmislite jedan svoj sretan dan tako da dan, mjesec i godina budu sretni brojevi.
5. Broj 793 178 je sretan broj. Osmisli još po jedan sedmeroznamenkasti i osmeroznamenkasti sretan broj.

Literatura

- [1] T. KOSHY, *Elementary Number Theory with Applications*, Second Edition, Elsevier, 2007.
- [2] K. H. ROSEN, *Elementary Number Theory and Its Applications*, AT&T Information Systems Laboratories, Addison-Wesley Publishing Company, 1984.
- [3] <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Germain/>
- [4] https://mathflix.luc.edu/pdfs/Numbers_And_Operations/N0092_HappyNumbers.pdf