

Dr. sc. Josip Arnerić

Redoviti profesor
Sveučilište u Zagrebu
Ekonomski fakultet
E-mail: jarneric@efzg.hr
Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-2901-2609>

Marcela Stürmer

Mlađi porezni savjetnik
Mazars Cinotti Tax Consulting d. o. o.
E-mail: marcela.sturmer@gmail.com
Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-5477-3744>

IDENTIFIKACIJA CJENOVNIH SKOKOVA S POMOĆU PROCJENITELJA INTEGRIRANE VARIJANCE¹

UDK / UDC: 336.761

JEL klasifikacija / JEL classification: C58, G12, G32

DOI: 10.17818/EMIP/2023/1.3

Prethodno priopćenje / Preliminary communication

Primljeno / Received: 8. lipnja 2022. / June 8, 2022

Prihvaćeno / Accepted: 2. prosinca 2022. / December 2, 2022

Sažetak

Tehnološki napredak i sve veća dostupnost visokofrekventnih podataka, opaženih u jako kratkim vremenskim intervalima, primjerice, svake minute ili sekunde, omogućili su upotrebu potpunijih informacija za neparаметarsku procjenu kontinuiranog stohastičkog procesa cijena. Pri tome se sastavnica skoka najčešće opisuje Poissonovim stohastičkim procesom, koja se kao aditivni član pridružuje komponentama Itôva procesa s vremenski promjenjivim parametrima. Pridruživanje skokova stohastičkom procesu cijena bitno mijenja tradicionalno shvaćanje modela vrednovanja financijske imovine te ima ozbiljne posljedice za upravljanje financijskim rizikom. Stoga su ciljevi ovoga rada teorijski obrazložiti uzroke i posljedice cjenovnih skokova, empirijski identificirati cjenovne skokove te utvrditi njihov doprinos ukupnoj varijanci prinosa na hrvatskom dioničkom tržištu. Budući da je realizirana varijanca zapravo procjena integrirane varijance (stohastičkog integrala), razvijeni su statistički testovi kojima se uspoređuju realizirana varijanca prinosa koja je robusna i ona koja nije robusna na cjenovne skokove. U tom kontekstu Barndorff-Nielsen i Shephardov test pokazuje da je u promatranom razdoblju intenzitet skokova 76,19%, a njihov doprinos ukupnoj

¹ Ovaj rad proizašao je iz obranjenog diplomskog rada na integriranom preddiplomskom i diplomskom sveučilišnom studiju Poslovne ekonomije Sveučilišta u Zagrebu.

varijanci prinosa CROBEX-a varira između 7,36% i 83,73%. Rezultati potvrđuju i da su cjenovni skokovi više izazvani općepoznatim šokovima nego neslaganjima među investitorima.

Ključne riječi: cjenovni skokovi, visokofrekventni podaci, integrirana varijanca, realizirana varijanca, BNS test.

1. UVOD

Cijene dionica odražavaju ne samo javno dostupne informacije o stanju poduzeća, sadržane u objavama financijskih izvještaja, te makroekonomskom stanju neke zemlje već i druge nefinancijske informacije (Schabek, Olgić Draženović & Mance, 2019; Jeon, McCurdy & Zhao, 2022). Unatoč tome, velik je dio varijabilnosti tih cijena posljedica mikrostrukturnog šuma u trgovanju, a ne novih informacija, zbog čega je teško utvrditi prave informacije koje generiraju cjenovne skokove (Bian, Serra, Garcia & Irwin, 2022). U ranijim su se istraživanjima cjenovni skokovi, izazvani neočekivanim događajima, identificirali kao strukturni lomovi u vremenskom nizu cijena, koji su isključivo rijetki, ali visokih magnituda (Timmermann, 2001). Novije studije preusmjerile su pozornost na male, ali česte skokove koje je teže identificirati od rijetkih velikih skokova (Lee & Mykland, 2008). Zato je postignut konsenzus da su cjenovni skokovi zapravo prevladavajući u financijskim podacima, uključujući ne samo velike i rijetke već male i česte skokove (Dumitru & Urga, 2012). Mjerenje takvih skokova velik je izazov, poglavito kada su cijene financijske imovine opažene diskretno. Jedan od pristupa u rješavanju tog problema oslanja se na visokofrekventnim podacima koji su danas široko dostupni (Aït-Sahalia & Jacod, 2009; Fan & Fan, 2011). Naime, s pomoću visokofrekventnih podataka, opaženima u jako kratkim vremenskim intervalima, može se jednostavno procijeniti integrirana varijanca, tj. stohastički integral izveden iz stohastičke diferencijalne jednadžbe, kojom se opisuje stohastički proces generiranja cijena (Bollerslev & Zhou, 2022). Integrirana varijanca (IV) nepoznata je i postoji više procjenitelja integrirane varijance, a prvi je takav procjenitelj realizirana varijanca (RV) koja se koristi podacima viših frekvencija za procjenu integrirane varijance nižih frekvencija (Bandi & Russell, 2008). Primjerice, dnevna se volatilitnost procjenjuje na temelju intradnevni prinosa (engl. *intraday returns*). Međutim, RV nije robusna na cjenovne skokove, a budući da je kontaminirana mikrostrukturnim šumovima (engl. *microstructure noises*), teško je identificirati cjenovne skokove (Lee & Mykland, 2008). Ipak, mikrostrukturni šumovi mogu se otkloniti ako se odredi optimalna frekvencija uzorkovanja, pri kojoj je RV nepristrana i asimptotski konzistentna (Arnerić & Matković, 2019; Li & Jiang, 2017). Takva se RV potom uspoređuje s inačicom koja je, pak, robusna na cjenovne skokove i testira se statistička značajnost cjenovnih skokova za svaki dan trgovanja s pomoću BNS testa (Barndorff-Nielsen & Shephard, 2006), što je u ovom istraživanju i učinjeno. Upravo se tim testom utvrđuje intenzitet i veličina cjenovnih skokova te njihov doprinos ukupnoj varijanci prinosa. U ovom se radu ne procjenjuje parametar Poissonova procesa

skokova, niti se parametarski procjenjuje stohastička diferencijalna jednadžba, već se njezine sastavnice procjenjuju neparametarski prema konceptu realizirane varijance. Zato je doprinos ovog rada identifikacija cjenovnih skokova s pomoću procjenitelja integrirane varijance i jednodimenzionalnih opažanja cijena, testiranje statističke značajnosti skokova za svaki dan trgovanja, utvrđivanje intenziteta i veličine cjenovnih skokova te analiza njihova utjecaja na volumen trgovanja, što dosad nije provedeno na hrvatskom dioničkom tržištu. Odnos između cjenovnih skokova i volumena trgovanja pruža dodatne informacije o tome dominiraju li općepoznati šokovi procesom skokova ili, pak, veće količine neslaganja među investitorima (Amatyakul, 2010). Diskretne promjene cijena u kontinuiranom vremenu uključuju ne samo velike i rijetke već male i česte skokove. Većina dosadašnjih istraživanja koristila se tradicionalnim pristupima u analizi vremenskih nizova cijena nižih frekvencija, bilo da se radi o modeliranju „abnormalnih“ prinosa, određivanju informacijskog sadržaja (engl. *information content*) najavljenih objava ili testiranju strukturnih lomova (engl. *structural breaks*) vremenskog niza, koji se, pak, ograničavaju na identifikaciju samo rijetkih, a velikih skokova te u potpunosti zanemaruju informacije unutar pojedinog trgovinskog dana. Tradicionalni pristupi, iako primjenjivi, ne mogu učinkovito identificirati cjenovne skokove jer nisu prilagođeni jedinstvenim svojstvima visokofrekventnih podataka, tj. intradnevni prinosa. Suprotno tome, primjenom koncepta realizirane varijance konstruirat će se relativni pokazatelj cjenovnih skokova (engl. *relative price jump*), što je ujedno i osnovni istraživački cilj. Prethodno će se odrediti optimalna frekvencija uzorkovanja da bi se dobila nepristrana procjena realizirane varijance prinosa koja se uspoređuje s inačicom koja je robusna na cjenovne skokove. Optimalnom frekvencijom uzorkovanja reduciraju se mikrostrukturni šumovi, uzrokovani nesinkronim trgovanjem, diskretnim opažanjima cijena, nejednakim intervalima vremena ili variranjem cijene između najviše cijene ponude i najniže cijene potražnje (engl. *bid-ask bounce*). Kasnije će se utvrditi doprinos cjenovnih skokova ukupnoj varijanci prinosa te istražiti njihov utjecaj na volumen trgovanja indeksa CROBEX.

Ostatak rada organiziran je kako slijedi. Poglavlje 2 pruža pregled relevantne literature. Poglavlje 3 bavi se metodama identifikacije cjenovnih skokova s pomoću procjenitelja integrirane varijance. Poglavlje 4 koncentrira se na empirijsko istraživanje i interpretaciju rezultata s raspravom. U posljednjem poglavlju iznose se zaključci ovoga rada.

2. PREGLED LITERATURE

Tradicionalno razumijevanje kretanja cijene financijske imovine pretpostavlja kontinuiranost prema Itôvu procesu koji se poistovjećuje s Brownovim gibanjem, a koji karakteriziraju stacionarni i nezavisni prirasti cijena u vrlo kratkim vremenskim intervalima. Danas se, pak, Itôvu procesu pridružuje i Poissonov stohastički proces kojim se opisuje proces skokova (Platen & Bruti-Liberati, 2010). U tim procesima često se pretpostavlja da su prinosi ujedno

Gaussovi, odnosno pretpostavlja se log-normalna distribucija cijena (Merton, 1976) na osnovi koje se izvodi rješenje stohastičke diferencijalne jednačbe s konstantnim parametrima ili se parametri procjenjuju metodom kvazimaksimalne vjerodostojnosti (engl. *quasi-maximum likelihood*). Međutim, kada parametri nisu konstantni, već vremenski promjenjivi, mogu se procijeniti neparametarski, za što nije nužna pretpostavka normalnosti. Iako su kontinuirani Gaussovi modeli analitički prikladni, pitanje jesu li takvi modeli empirijski konzistentni s pojavom ekstremnih vrijednosti financijske imovine kao posljedica cjenovnih skokova, posebice jer su cijene opažene u diskretnim vremenskim intervalima. Za primjer može se uzeti Black–Scholesov model vrednovanja opcija, koji nije valjan ako dinamiku kretanja cijena nije moguće prikazati stohastičkim procesom s kontinuiranom putanjom uzorka, tj. mora biti zadovoljena pretpostavka da se u kratkom vremenskom intervalu cijena dionice može promijeniti samo za mali iznos. Korekcija odstupanja između tržišnih cijena i Black–Scholes vrijednosti opcije moguće je uključivanjem sastavnice skoka (Bajgrowicz, Scaillet & Treccani, 2015).

Nadalje, vrlo važno pitanje u ekonomiji odnosi se na uzroke promjena cijena dionica, pa samim time i cjenovnim skokovima. S jedne strane stoji teorija racionalnih očekivanja i iz nje izvedena hipoteza o efikasnim tržištima (Fama, 1970), prema kojoj bi veliki cjenovni skokovi trebali biti praćeni vijestima koje utječu na buduće prinose dionica i na kamatne stope. S druge strane, moguće je pretpostaviti kako fluktuacije na tržištu dionica pokreću spekulacije, gdje investitori vrednuju dionice ne prema njihovoj fundamentalnoj vrijednosti, već prema tome koliko ih drugi trenutno cijene (Baker, Bloom, Davis & Sammon, 2021). Literatura podržava dva glavna objašnjenja izvora cjenovnih skokova. Prvo, cjenovni skokovi mogu reflektirati reakciju tržišta na neočekivane informacije, što indicira da su novosti primarni izvor cjenovnih skokova. Drugo, neki autori stava su da su cjenovni skokovi primarno izazvani lokalnim nedostatkom likvidnosti na tržištu, događajem koji su nazvali „relativna likvidnost“. Dodatno, neučinkovito osiguranje likvidnosti uzrokovano neuravnoteženom tržišnom mikrostrukturom može uzrokovati cjenovne skokove (Hanousek, Kočenda, Novotný, 2012; 2014). Pokretači cjenovnih skokova razlikuju se od tržišta do tržišta te su određeni karakteristikama samog tržišta, kao i karakteristikama imovine kojom se trguje. Tako, primjerice, cjenovni skokovi na burzi gdje se trguje dionicama poduzeća s vrlo visokom tržišnom kapitalizacijom neće pokazivati ista svojstva kao tržište kriptovaluta. Broj detektiranih skokova znatno je veći na tržištu kriptovaluta od onoga što je ranije zapaženo za imovinu s vrlo visokom tržišnom kapitalizacijom i indekse, što sugerira da intenzitet pojave skokova uvelike varira ovisno o karakteristikama tržišta. Primjerice, Bitcoin je doživio brojne epizode ekstremne volatilnosti i očitih diskontinuiteta u procesu cijena (Scaillet, Treccani & Trevisan, 2018).

Naime, volumen trgovanja povezan je s tijekom informacija na tržištu (Amatyakul, 2010). Veća količina neslaganja među investitorima rezultira većim volumenom trgovanja. Ako su cjenovni skokovi rezultat neslaganja među investitorima, onda bi cjenovni skokovi trebali biti u pozitivnom odnosu s volumenom trgovanja. S druge strane, cjenovni skokovi mogu biti uzrok

općepoznatih šokova (engl. *common knowledge shocks*), koji su rezultat informacija koje se interpretiraju na potpuno isti način od strane većine investitora. Odnos između cjenovnih skokova i volumena trgovanja može nam dati važne informacije o tome koja od dviju teorija – veća količina neslaganja među investitorima ili općepoznati šokovi – dominira procesom cjenovnih skokova (Amatyakul, 2010), što je također jedan od ciljeva ovog istraživanja. Cjenovni skokovi mogu služiti kao posrednik za dolazak informacija i mogu se koristiti kao alati za proučavanje učinkovitosti tržišta kao trgovanja na temelju informacija (engl. *information-driven trading*) (prema: Hanousek, Kočenda i Novotný, 2012; 2014).

Budući da prisutnost cjenovnih skokova uvelike utječe na upravljanje financijskim rizikom i određivanje cijena, neki autori posvetili su pozornost mogućnosti predviđanja cjenovnih skokova u nadolazećim vremenskim intervalima, ali takva su istraživanja u intradnevnom scenarijima i dalje ograničena. Amaya i Vasquez (2011) istraživali su kako informacije o cjenovnim skokovima utječu na buduće cijene dionica. Intuitivno, ekstremno pozitivan skok trebao bi imati drugačije učinke na buduću cijenu dionice od ekstremno negativnog skoka. Budući da pozitivan skok povećava cijenu vrijednosnice, investitor s averzijom prema riziku trebao bi preferirati pozitivan cjenovni skok. Prema tome, dionice s negativnim cjenovnim skokovima trebale bi nositi premiju u usporedbi s dionicama s pozitivnim skokovima. U svojem istraživanju pokazali su da su prinosi dionica u negativnom odnosu s prosječnom aritmetičkom sredinom skoka. Činjenica da je cjenovni skok negativan predstavlja povećan rizik za investitora, zbog čega je on kompenziran za držanje tog rizika. Što je niži prosječan realizirani skok, to je veći prinos na dionicu u sljedećem razdoblju. Shodno tome, zaključuju da postoji snažna, negativna veza između realiziranih skokova i prinosa dionica. Najvažnije otkriće njihova istraživanja jest da realizirani skokovi uspješno predviđaju prinose na dionicu. Dodatno, premija na negativne realizirane skokove veća je za mala, nelikvidna, visoko volatilna poduzeća koja nisu praćena od strane mnogih analitičara te su u prošlom razdoblju ostvarila velike pozitivne ili negativne prinose. Opsežna literatura pokazuje da kada se uzorkovanje vrši pri nižim frekvencijama, sastavnica skoka u ukupnoj varijaciji prinosa značajna je i iznosi 10% (Christensen, Oomen & Podolskij, 2014). Dodatno, primijećen je gotovo savršen odnos, gdje se magnituda sastavnice skoka smanjuje kako se frekvencija uzorkovanja povećava s 15 na 5 minuta. Međutim, kada se uzorkovanje vrši pri *tick-by-tick* frekvenciji, mnogi ranije identificirani skokovi nestaju jer se zapravo radi o jako volatilnim epizodama tržišta. Sastavnica skoka u ukupnoj varijaciji prinosa u *tick-by-tick* frekvenciji gubi na značajnosti te iznosi nešto više od 1% (Christensen, Oomen & Podolskij, 2014).

3. METODOLOGIJA

Polazna je pretpostavka da se logaritamska cijena dionice ili burzovnog indeksa sastoji od kontinuiranog dijela koji nastaje zbog „normalnih“ varijacija cijena koje slijede Brownovo gibanje s parametrima μ i σ te od Poissonova procesa skoka koji nastaje zbog

„abnormalnih“ varijacija cijena. Ta dva stohastička procesa smatraju se neovisnima (Merton, 1975). Stohastička diferencijalna jednačba logaritamskih cijena $p(t)$ koja objedinjuje „normalne“ i „abnormalne“ varijacije se može zapisati kao:

$$dp(t) = \mu(t)dt + \sigma(t)dW(t) + \kappa(t)dq(t) \quad (1)$$

pri čemu je $W(t)$ Wienerov proces (standardno Brownovo gibanje) s nezavisno i jednako distribuiranim prirastima, κ je veličina cjenovnog skoka, $q(t)$ Poissonov proces s konstantnim parametrom, dok su sredina i varijanca vremenski promjenjivi. Integrirajući jednačbu (1) u intervalu unutar jednog dana $[t, t-1]$ dobiva se da je dnevna integrirana varijanca:

$$IV_t = \int_{t-1}^t \sigma^2(s) ds \quad (2)$$

prava, ali nepoznata varijanca prinosa iz jednačbe (1) koju treba procijeniti. Osnovni je procjenitelj integrirane varijance realizirana varijanca (engl. *realized variance*). Realizirana varijanca (RV) računa se kao zbroj kvadriranih jednako razmaknutih intradnevni prinosa:

$$RV_t = \sum_{i=1}^N r_{i,t}^2 = \sum_{i=1}^N (p_{i,t} - p_{i-1,t})^2 \quad (3)$$

pri čemu je $r_{i,t}$ i -ti prinos u danu t , izračunat kao prva diferencija logaritamske cijene između dvaju uzastupnih vremenskih intervala ($i, i-1$), dok je N broj intervala unutar jednog trgovinskog dana, za koje se pretpostavlja da su jednako udaljeni, neprazni i nepreklapajući intervali. Realizirana varijanca točna je mjera integrirane volatilnosti kada nema mikrostrukturnih šumova, niti cjenovnih skokova te je korisna za mnoge svrhe, uključujući identifikaciju cjenovnih skokova. RV postaje pristrana povećanjem frekvencije uzorkovanja, koja je, pak, recipročna broju intradnevni intervala, tj. $1/N$. Uz mikrostrukturne šumove, prisutnost cjenovnih skokova još je jedan problem koji izaziva pristranost realizirane varijance (Arnerić & Matković, 2019). Razvijeni su i drugi procjenitelji integrirane varijance, od kojih su neki robusni na cjenovne skokove, primjerice, *bi-power* varijanca BPV (Corsi, Pirino & Reno, 2010). Budući da realizirana varijanca u sebi sadrži učinke diskontinuitetnih skokova, njezinom usporedbom s procjeniteljima koji su robusni na cjenovne skokove možemo identificirati dio varijance koji nastaje zbog cjenovnog skoka. Iako se mnogi skokovi mogu otkriti u niskofrekventnim podacima, nedavne studije koje se umjesto toga temelje na visokofrekventnim podacima pokazale su da su većina zapravo pogrešno identificirani naleti volatilnosti (Scaillet, Treccani & Trevisan, 2018).

Nadalje, mikrostrukturni šumovi predstavljaju divergenciju između promatranog procesa kretanja cijene i istinskog procesa kretanja cijene, koja je generirana dinamikom tržišne mikrostrukture (Bandi & Russell, 2008). Mikrostrukturni šumovi definiraju se na sljedeći način:

$$u(t) = p(t) - p^*(t) \quad (4)$$

pri čemu je $p(t)$ opažena log-cijena u vremenu t , a $p^*(t)$ je prava, ali neopažena log-cijena u vremenu t , a jedina informacija koju možemo opaziti jest promjena log-cijene:

$$p(t + \Delta) - p(t) = p^*(t + \Delta) - p^*(t) + u(t + \Delta) - u(t) \quad (5)$$

Kako se veličina intervala uzorkovanja Δ smanjuje, magnituda promjene u pravoj log-cijeni također se smanjuje zbog toga što je manje novih informacija koje investitori trebaju procesuirati i to rezultira manjim kretanjima cijene. To znači da će smanjivanjem Δ sve više prema nuli promjena u pravoj cijeni biti minimalna i sve što ćemo opaziti jest promjena u mikrostrukturnim šumovima. Ultravisokofrekventni podaci odgovaraju slučaju kada Δ teži nuli te bi, zbog šumova, neki procjenitelji poput realizirane varijance i *bi-power* varijance mogli biti pristrani (Amatyakul, 2010). Glavni uzroci mikrostrukturnih šumova leže u velikim varijacijama između najviše cijene ponude i najniže cijene potražnje. Također, pretpostavlja se kontinuirana cijena, no budući da burza ima netrgovinske dane, odnosno ima prekide, cijena je zapravo diskretna. Isto tako, podaci na burzama nisu uvijek sinkronizirani, a često postoje i nedostajuće vrijednosti. Promjena cijene događa se u nepravilnim vremenskim intervalima, tj. visokofrekventni su podaci nepravilno raspoređeni u vremenu. Nadalje, kada se uzorkovanje vrši u kalendarskom vremenu, intradnevni prinosi mogu biti jednaki nuli, što može iskriviti zaključak o cjenovnim skokovima (Dumitru & Urga, 2012). Jedan od uzroka mikrostrukturnih šumova jesu i netipične vrijednosti (engl. *outliers*). One su ekstremne vrijednosti, a možemo ih pripisati zakašnjoj prijavi trgovanja na blok transakcijama, pogreškama u decimalnim mjestima i sl. (Christensen, Oomen & Podolskij, 2014). Konsenzus, pri kojemu se prinosi uzorkuju pri frekvenciji od 5 do 30 minuta, reflektira kompromis kako bi se osiguralo da tržišni mikrostrukturni učinci budu zanemarivi (Arnerić & Matković, 2019).

U nastavku će se detaljno opisati tri najčešće korištena statistička testa za identifikaciju cjenovnih skokova s pomoću visokofrekventnih podataka: Barndorff–Nielsen i Shephardov test, Ait-Sahalia i Jacodov test te Jiang i Oomenov test, kao i njihovi prednosti i nedostaci.

Barndorff-Nielsen i Shephard (2006) razvili su prvi praktični, potpuno neparаметarski pristup detektiranju cjenovnih skokova. Njihova je glavna ideja usporediti dvije dnevne mjere varijance: realiziranu varijancu i njihovu novoosmišljenu *bi-power* varijancu. Realizirana je varijanca, kako je već ranije rečeno, pristrana jer, između ostalog, sadržava učinke diskontinuitetnih cjenovnih skokova i kontaminirana je mikrostrukturnim šumovima. S druge strane, *bi-power* varijanca robusna je na cjenovne skokove, odnosno ne sadržava njihove učinke. Prema tome, njihovom usporedbom (razlikom) moguće je odrediti dio ukupne varijance cijene dionice koji pripisujemo cjenovnom skoku. Barndorff-Nielsen i Shepard (2006) pokazali su da je normaliziran zbroj umnožaka apsolutnih vrijednosti susjednih prinosa konzistentan procjenitelj integrirane varijance, poznat kao *bi-power* varijanca (BPV):

$$BPV_t = \frac{\pi}{2} \sum_{i=2}^N |r_{i-1,t}| |r_{i,t}| \quad (6)$$

Procjenitelj *bi-power* varijance konvergira u istu vrijednost kao i realizirana varijanca kada nema skokova. Stoga se *bi-power* varijanca smatra robusnim procjeniteljem u prisutnosti skokova, ali nije otporna na mikrostrukturne šumove (Arnerić & Matković, 2019.). Kada frekvencija uzorkovanja teži u beskonačnost, realizirana varijanca konvergira u integriranu varijancu plus sastavnicu skoka:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} RV_t = \int_{t-1}^t \sigma^2(s) ds + \sum_{i=1}^N \kappa^2(t_i) \quad (7)$$

S druge strane, kada frekvencija uzorkovanja teži u beskonačnost, *bi-power* varijanca konvergira u integriranu varijancu:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} BPV_t = \int_{t-1}^t \sigma^2(s) ds \quad (8)$$

Na osnovi pokazatelja u jednažbama (3) i (6) može se izračunati relativna mjera cjenovnih skokova (engl. *relative price jump*):

$$RPJ_t = \frac{RV_t - BPV_t}{RV_t} \quad (9)$$

koja je indikator doprinosa cjenovnih skokova ukupnoj dnevnoj varijanci prinosa (Huang & Tauchen, 2005).

Kao što je već ranije navedeno, korištenje visokofrekventnim podacima za identifikaciju cjenovnih skokova ne dolazi bez nedostataka. Utjecaj mikrostrukturnih šumova na Barndorff–Nielsen i Shephard test (BNS test) trenutno je otvoreno pitanje za različite uzroke mikrostrukturnih šumova. Primjerice, nedostajuće vrijednosti, odnosno nulti prinosi iskrivljuju zaključak o cjenovnim skokovima kada se za njihovu identifikaciju koristi BNS test baziran na realiziranoj varijanci i *bi-power* varijanci. Budući da se BPV računa kao zbroj umnožaka parova uzastopnih prinosa, jedan intradnevni prinos jednak nuli uzrokovat će dva pribrojnika jednaka nuli. Suprotno tome, u izračunu realizirane varijance jedan intradnevni prinos jednak nuli uzrokovat će samo jedan pribrojnik jednak nuli. Kao rezultat toga, razlika između RV i BPV biti će pristrana i, posljedično, test baziran na ovoj razlici biti će uvećan (Dumitru & Urga, 2012). S druge strane, ako se koristi niža frekvencija uzorkovanja, mogu se izbjeći mikrostrukturni šumovi i nulti prinosi. Zato će se u ovom radu prvo odrediti koja je frekvencija uzorkovanja optimalna, a potom će se primijeniti BNS test.

U odsutnosti cjenovnih skokova, realizirana varijanca i *bi-power* varijanca poprimaju istu očekivanu vrijednost. Prema tome, za testiranje značajnosti cjenovnih skokova logično je testirati nultu hipotezu da nema cjenovnih skokova. Iz toga slijedi da je test dvosmjerni:

$$\begin{aligned} H_0 &: E(RV_t) - E(BPV_t) = 0 \\ H_1 &: E(RV_t) - E(BPV_t) \neq 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Prema Huang i Tauchen (2005) te Barndorff–Nielsen i Shephard (2006), za izračun empirijskog z-omjera koristi se sljedeći izraz:

$$z = \frac{RV_t - BPV_t}{\sqrt{\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 + \pi - 5\right) \frac{1}{N} TP_t}} \quad (11)$$

pri čemu TP_t predstavlja realizirani *tri-power* četvrtog momenta (engl. *tri-power quarticity*), što je procjenitelj integriranog četvrtog momenta. TP_t dan je izrazom:

$$TP_t = N \left(\frac{N}{N-2} \right) \left(\frac{\Gamma(0,5)}{2^{23} \Gamma(7/6)} \right)^3 \sum_{i=3}^N \left(|r_{t,i}|^{4/3} |r_{t,i-1}|^{4/3} |r_{t,i-2}|^{4/3} \right) \quad (12)$$

pri čemu je Γ gama funkcija.

Ait-Sahalia i Jacod (2009) predložili su novitet u metodama za identifikaciju cjenovnih skokova. Oni uzimaju zbroj apsolutnih prinosa potenciranih na potenciju p . Test se koristi dvama različitim intervalima uzorkovanja: Δ (početna frekvencija uzorkovanja) i $k\Delta$ (k puta veća frekvencija uzorkovanja od početne). Procjenitelj B definiran je kako slijedi:

$$B(p, \Delta)_t = \sum_{i=1}^N |r_{i,t}|^p \quad (13)$$

Predloženi indikator cjenovnih skokova prema Ait-Sahalia i Jacod (2009) je:

$$S_t = \frac{B(p, \Delta)_t}{B(p, k\Delta)_t} \quad (14)$$

Jiang i Oomen (2008) razvili su test za identifikaciju cjenovnih skokova koji se zasniva na usporedbi realizirane varijance (RV) i mjere varijance osjetljive na cjenovne skokove koju zovu zamjena varijance (engl. *Swap variance* – SwV). SwV je izračunat kao akumulirana razlika između jednostavnih prinosa i logaritamskih prinosa:

$$SwV_N = 2 \sum_{i=1}^N (R_i - r_i) \quad (15)$$

pri čemu je R_i jednostavni prinos, a r_i logaritamski prinos. Usporedba zamjene varijance i realizirane varijance dana je sljedećim izrazom:

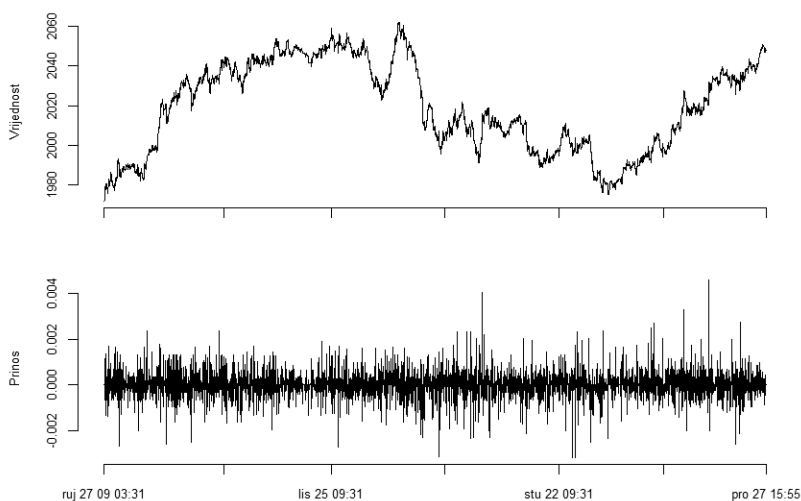
$$\lim_{N \rightarrow \infty} (SwV_N - RV_N) = \begin{cases} 0, & \text{ako nema cjenovnih skokova} \\ 2 \int_0^1 (\exp(J_t - J_t - 1) dq_t - \int_0^1 J_t^2 dq_t) & \text{ako ima skokova} \end{cases} \quad (16)$$

Ako nema cjenovnih skokova, razlika zamjene varijance i realizirane varijance težit će nuli, u suprotnom će razlika zamjene varijance i realizirane varijance reflektirati grešku replikacije zamjene varijance te samim time detektirati cjenovne skokove. Test se bazira na konceptu strategije replikacije zamjene varijance. Zamjena varijance financijska je izvedenica koja se koristi za zaštitu ili spekuliranje magnitudom kretanja cijena temeljne imovine (tečajevi, kamatne stope ili cijene indeksa). Strategija replikacije zamjene varijance provodi se zauzimanjem kratke pozicije u takozvanom „log ugovoru“ plus kontinuirano rebalansirane duge pozicije u temeljnoj imovini ugovora o zamjeni. Dobit ili gubitak takve strategije replikacije akumulirat će se do količine koja je proporcionalna realiziranoj varijanci te omogućuje savršenu replikaciju ugovora o zamjeni. Međutim, s cjenovnim skokovima takva strategija ne uspijeva i pogreška replikacije u potpunosti je određena realiziranim skokovima (Jiang & Oomen, 2008). Predznak razlike između zamjene varijance i realizirane varijance također je značajan. Negativan rezultat znači da se pojavio negativan cjenovni skok, dok pozitivan rezultat ukazuje na pojavu pozitivnog cjenovnog skoka. Važno je naglasiti da je predloženi SwV test potpuno neparametarski, a njegova provedba ne zahtijeva druge podatke osim visokofrekventnih opažanja cijene. Ovaj test u analitički modificiranom obliku može se primijeniti na visokofrekventne podatke kontaminirane mikrostrukturnim šumovima te i dalje zadržati zadovoljavajuću snagu.

4. EMPIRIJSKI REZULTATI I DISKUSIJA

U ovom poglavlju utvrđuju se skokovi tržišnog indeksa CROBEX te se analizira njihov utjecaj na volumen trgovanja. Prikupljene su jednogminutne

vrijednosti tržišnog indeksa CROBEX i dnevni volumeni trgovanja u 63 trgovinska dana, u razdoblju od 27. rujna do zaključno 27. prosinca 2021., s pomoću platforme Thomson Reuters Refinitiv Eikon. CROBEX je službeni indeks Zagrebačke burze dobiven na osnovi *free float* tržišne kapitalizacije, pri čemu je težina pojedine dionice ograničena na 10%. Počeo se objavljivati 1. rujna 1997., a bazna mu je vrijednost 1000. Analiza je provedena korištenjem programom otvorenog koda R Studio. Slika 1 prikazuje kretanje intradnevni vrijednosti tržišnog indeksa CROBEX, opaženih svake minute, te jednodominutnih prinosa. Najviša dostignuta vrijednost iznosi 2061,84, najniža iznosi 1972,09, dok je prosječna vrijednost u promatranom razdoblju 2019,21. Najniži je jednodominutni prinos -0,32%, a najviši 0,46% (Slika 1).



Slika 1. Grafički prikaz intradnevni vrijednosti i jednodominutnih prinosa CROBEX indeksa

Izvor: Izradili autori

Na temelju intradnevni vrijednosti računaju se intradnevni prinosi koji imaju jedinstvene karakteristike: (I) prinosi visokih frekvencija nisu normalno distribuirani jer imaju tzv. „zadebljane repove“ (engl. *fat-tails*), što znači da su podaci pretežno koncentrirani na krajevima distribucije, (II) prinosi nisu jednako distribuirani jer bi to značilo da su parametri distribucije konstantni, a oni su vremenski promjenjivi, (III) vraćanje na prosječnu razinu (engl. *mean reversion*), (IV) neznačajna autokorelacija prinosa (prinosi su nezavisni), ali značajna autokorelacija kvadriranih prinosa, tj. heteroskedastičnost varijance prinosa, (V) varijanca prinos je postojana (engl. *volatility persistence*) i grupira se u skupinama (engl. *volatility clustering*) te (VI) asimetričan utjecaj informacija na varijancu prinosa (engl. *leverage effect*). Da bi se empirijski dokazala navedena svojstva, u nastavku analize koristit će se pokazatelji deskriptivne statistike te statistički

testovi: Jarque–Berov test normalnosti, Ljung–Boxov test autokorelacije i prošireni Dickey–Fullerov test jediničnog korijena (ADF-test). Dodatno će se izračunati i koeficijenti kros-korelacije prvog reda između prinosa iz prethodnog razdoblja i tekućih kvadrata prinosa, kako bi se testiralo utječu li loše i dobre informacije različito na varijabilnost prinosa indeksa CROBEX. Tendencija opadanja volatilnosti kada cijene rastu i tendencija rasta volatilnosti kada cijene padaju znači da loše informacije imaju veći utjecaj na volatilnost nego dobre informacije (Amerić, Poklepović & Teai, 2018). Drugim riječima, volatilnost ima tendenciju rasta na opadajućim tržištima (engl. *bear markets*), odnosno tendenciju opadanja na rastućim tržištima (engl. *bull markets*). Na Slici 1 očigledno je da prinosi nemaju trend i vraćaju se na svoju prosječnu razinu koja je gotovo uvijek približno nula. Oni su i nezavisni jer se nulta hipoteza Ljung–Boxova testa ne odbacuje (veličina Ljung–Boxova testa 1 u Tablici 1) te su stacionarni jer se nulta hipoteza proširenog Dickey–Fullerova testa odbacuje na razini signifikantnosti od 1% (veličina ADF testa u Tablici 1). Međutim, kvadrirani prinosi nisu nezavisni jer se nulta hipoteza Ljung–Boxova testa odbacuje na razini signifikantnosti od 1% (veličina Ljung–Boxova testa 2 u Tablici 1), što je dokaz da je varijanca prinosa vremenski promjenjiva, tj. heteroskedastična. Dodatno, odbacuje se i nulta hipoteza o normalnosti prinosa na razini signifikantnosti od 1% prema rezultatu Jarque–Berova testa s obzirom na to da su jednominutni prinosi pozitivno asimetrični (mjera asimetrije veća je od nula) i visoko zaobljeni (mjera zaobljenosti veća od 3). Pri tome je koeficijent kros-korelacije prvog reda između prinosa s jednim vremenskim pomakom i kvadriranih prinosa negativan i statistički značajan na razini signifikantnosti od 5%, što je dokaz asimetričnog utjecaja informacija na volatilnost.

Tablica 1.

Deskriptivna statistika jednominutnih prinosa i statistički testovi

Deskriptivni pokazatelj	Prinos CROBEX-a	Statistički testovi	Testna veličina
Minimum	-0,0032	Jarque–Berov test	32170***
Maksimum	0,0046	Ljung–Boxov test 1	1,9550
Sredina	0,000005	Ljung–Boxov test 2	17,9146***
Mjera asimetrije	0,1321	ADF test	-60.1679***
Mjera zaobljenosti	10,3456	Kros-korelacija prvog reda	-0.1636**

Napomena: *, **, *** pokazuju statističku značajnost na razini signifikantnosti 1%, 5% ili 10%

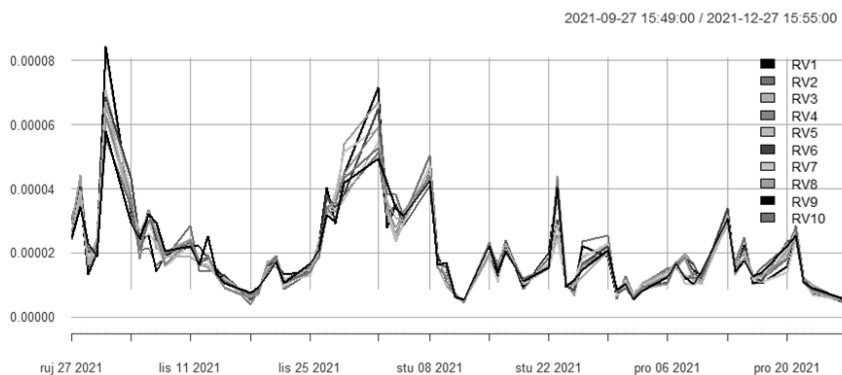
Izvor: Izračunali autori

Navedena svojstva karakteristična su za intradnevne prinose. Međutim, ne postoji apsolutna sigurnost da će prinosi nižih frekvencija zadržati jednaka svojstva, primjerice, ako se podaci uzorkuju svakih 5 minuta ili svaki sat. Osim toga, heteroskedastičnost se ne promatra kao problem, već podržava pretpostavku da varijanca nije konstantna i baš zato se ona procjenjuje svaki trgovinski dan, dok odstupanje od normalnosti također nije prepreka jer se varijanca procjenjuje

neparametarski. Za razliku od tradicionalnih pristupa, pri analizi visokofrekventnih podataka nisu toliko važna svojstva podataka koliko svojstva procjenitelja integrirane varijance, koja prvenstveno ovise o frekvenciji uzorkovanja, imajući na umu da se smanjenjem frekvencije uzorkovanja gube podaci (Sen & Mahotra, 2016).

Dakle, potrebno je utvrditi optimalnu frekvenciju uzorkovanja za izračun nepristrane RV. Tako se reduciraju mikrostrukturni šumovi prije same identifikacije cjenovnih skokova. Ako se radi o likvidnoj imovini, tada je bolje koristiti se višom frekvencijom uzorkovanja, tj. kraćim vremenskim intervalom, dok je u radu s manje likvidnom imovinom primjerenije koristiti se nižom frekvencijom uzorkovanja. Budući da je hrvatsko tržište u usporedbi s, primjerice, njemačkim ili američkim manje likvidno, možemo očekivati nešto nižu frekvenciju uzorkovanja. Pri frekvencijama uzorkovanja nižima od 5 minuta mikrostrukturni šumovi smatraju se zanemarivima (Arnerić & Matković, 2019).

Prvi je korak izračun realizirane varijance pri najvećoj mogućoj i dostupnoj frekvenciji uzorkovanja od 1 minute (RV1) prema formuli u izrazu (3). Na isti način izračunate su realizirane varijance pri frekvencijama uzorkovanja od 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 i 10 minuta te su grafički zajedno prikazane na Slici 2.



Slika 2. Dnevne realizirane varijance pri frekvencijama uzorkovanja od 1 do 10 minuta

Izvor: Izradili autori

Kako bi se odredila optimalna frekvencija uzorkovanja, potrebno je uprosječiti dnevne realizirane varijance pri svim frekvencijama uzorkovanja. Poznato je kako je realizirana varijanca sve manja kako se povećava frekvencija uzorkovanja, što se može i uočiti na Slici 2. Realizirana bi se varijanca na početku trebala smanjivati povećanjem frekvencije uzorkovanja te postati stabilna nakon određene frekvencije (Degiannakis & Floros, 2015). Iz Tablice 2 vidljivo je da je optimalna frekvencija uzorkovanja 7 minuta, nakon koje je RV nepromijenjena (na osam decimala). Sve daljnje mjere će, prema tome, biti izračunate pri frekvenciji uzorkovanja od 7 minuta.

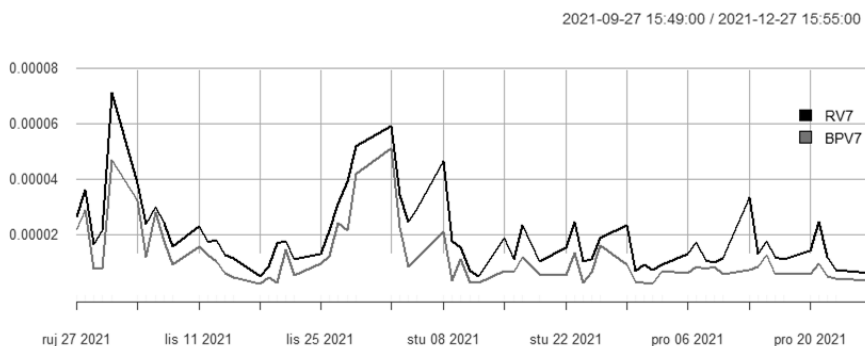
Tablica 2.

Uprosječene dnevne realizirane varijance za odabrane frekvencije uzorkovanja

Frekvencija uzorkovanja	Prosječna dnevna realizirana varijanca
1 min	0,00002119
2 min	0,00002074
3 min	0,00002070
4 min	0,00002031
5 min	0,00002022
6 min	0,00002019
7 min	0,00001996
8 min	0,00001995
9 min	0,00001995
10 min	0,00001995

Izvor: Izračunali autori

Za identifikaciju onih dana u kojima su se pojavili značajni cjenovni skokovi koristio se Barndorff–Nielsen i Shephardov test. Za svaki dan trgovanja potrebno je izračunati realiziranu varijancu i *bi-power* varijancu pri istoj optimalnoj frekvenciji uzorkovanja od 7 minuta (Slika 3). Može se primijetiti kako realizirana varijanca i *bi-power* varijanca imaju istu dinamiku kretanja, uz razliku u magnitudama u cijelom promatranom razdoblju. Veća razlika između realizirane varijance i *bi-power* varijance sugerira i veći cjenovni skok.

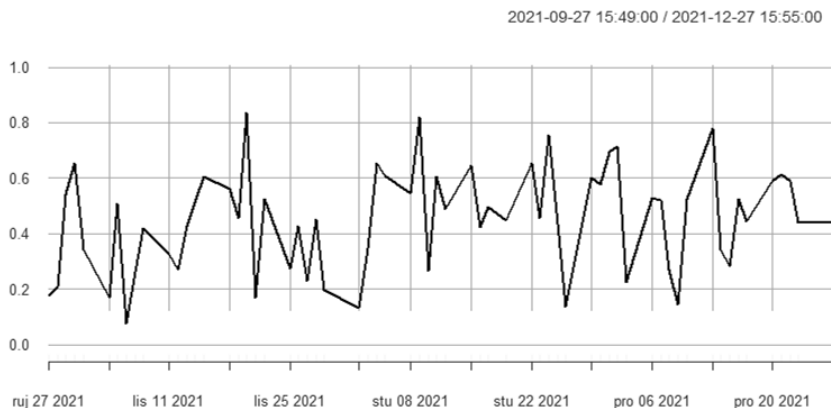


Slika 3. Usporedba realizirane i *bi-power* varijance na 7-minutnoj frekvenciji

Izvor: Izradili autori

Uz informacije o realiziranim varijancama i *bi-power* varijancama, izračunati su i relativni cjenovni skokovi. Izračunom relativne mjere cjenovnih skokova dobiva se indikator doprinosa (ako postoji) cjenovnih skokova ukupnoj

dnevnoj varijanci iz intervala od 0 do 1. Na Slici 4 prikazana je relativna mjera cjenovnih skokova pri frekvenciji uzorkovanja od 7 minuta, koja poprima vrijednosti od 0.07358885 do 0.8372891. Dakle, u promatranom razdoblju cjenovni skokovi pridonose između 7,36% i 83,73% varijance prinosa tržišnog indeksa CROBEX.



Slika 4. Prikaz relativnih cjenovnih skokova za svaki trgovinski dan

Izvor: Izradili autori

Tablica 3 predočuje postupak utvrđivanja cjenovnih skokova indeksa CROBEX i testiranje značajnosti tih skokova za svaki od prvih pet trgovinskih dana u uzorku (27. 9. 2021. – 1. 10. 2021.). Od dostupnih jednominutnih opažanja tržišnog indeksa CROBEX izdvojeni su sedmominutni intervali, čija je zaključna vrijednost zadnja dostupna unutar pojedinog intervala. Realizirana varijanca potom je izračunata kao zbroj kvadriranih sedmominutnih prinosa (RV7). Nadalje, normalizirani zbroj umnožaka susjednih apsolutnih sedmominutnih prinosa predstavlja *bi-power* varijancu koja je robusna na cjenovne skokove (BPV7). Kako bi se odredio dio ukupne varijacije prinosa tržišnog indeksa CROBEX koji pripisujemo cjenovnom skoku, izračunata je relativna mjera cjenovnih skokova (RPJ7) prema izrazu (9). Primjerice, 27. 9. 2021. relativna mjera cjenovnih skokova iznosi 0,1758. Prema tome, cjenovni skokovi određuju 17,58% varijacije prinosa tržišnog indeksa CROBEX tog dana trgovanja. Uz već poznate vrijednosti realizirane varijance i *bi-power* varijance, izračunata je z-testovna veličina dvosmjernog BNS testa prema izrazu (11) i naposljetku pripadajuća *p*-vrijednost na osnovi koje se zaključuje je li skok bio statistički značajan (Tablica 3).

Tablica 3.

Utvrđivanje i testiranje značajnosti cjenovnih skokova indeksa CROBEX u prvih 5 trgovinskih dana

Datum	Realizirana varijanca RV7	„Bi-power“ varijanca BPV7	Relativni skok cijena RPJ7	BNS test	<i>p</i> -vrijednost
27. 9. 2021.	0,00002646	0,00002181	0,1758	1,4603	0,1442
28. 9. 2021.	0,00003614	0,00002856	0,2097	1,8603	0,0628
29. 9. 2021.	0,00001658	0,00007631	0,5399	15,1687	0,0000
30. 9. 2021.	0,00002153	0,00007439	0,6544	12,9648	0,0000
1. 10. 2021.	0,00007085	0,00004671	0,3407	5,3033	0,1177

Izvor: Izračunali autori

Na isti način izračunate su *z*-testovne veličine za svaki dan u promatranom razdoblju te se zaključuje da su se značajni cjenovni skokovi pojavili u 53 dana od 63 na razini signifikantnosti 5%, odnosno u 48 dana na razini signifikantnosti od 1%. Dakle, pri razini signifikantnosti od 5% nulta se hipoteza BNS testa odbacuje u 84,13% slučajeva, što znači da su se cjenovni skokovi pojavili u 84,13% promatranih dana. Pri razini signifikantnosti od 1% nulta hipoteza se odbacuje u 76,19% slučajeva, odnosno cjenovni skokovi pojavili su se u 76,19% promatranih dana. Dobiveni su rezultati neočekivani jer se u postojećoj literaturi te prethodnim istraživanjima pokazalo kako su se cjenovni skokovi pojavili u puno manjem postotku trgovinskih dana (10%). Međutim, hrvatsko tržište je u usporedbi s većim svjetskim tržištima nerazvijeno i jako spekulativno pa su i cjenovni skokovi češći nego što bismo očekivali, pogotovo u doba neizvjesnosti koje je donijela kriza izazvana globalnom pandemijom COVID-19. Relativna mjera cjenovnih skokova u postocima, odnosno izravna mjera postotnog doprinosa cjenovnih skokova ukupnoj varijanci prinosa tržišnog indeksa CROBEX u prosjeku je 45,04%. To znači da cjenovni skokovi u prosjeku određuju 45,04% varijance prinosa tržišnog indeksa CROBEX. S druge strane, dobiveni rezultat u skladu je s novijim stajalištima da je sastavnica skoka prevladavajuća u procesu cijena, neovisno o tome kojim je informacijama izazvana, poglavito kada se analiziraju ne samo rijetki veliki skokovi nego i česti, a mali skokovi.

Nadalje, kako bi se odredio utjecaj relativnih cjenovnih skokova na volumen trgovanja indeksa CROBEX, odnosno kako bi se došlo do zaključka u kojem smjeru i koliko je jaka povezanost između cjenovnih skokova i volumena trgovanja, koristila se linearna regresija, pri čemu je zavisna varijabla kontinuirana numerička varijabla, tj. prirodni logaritam dnevnog volumena trgovanja, dok je nezavisna varijabla relativna mjera cjenovnih skokova pri frekvenciji uzorkovanja od 7 minuta. Rezultati regresijske analize navedeni su u Tablici 4, pri čemu su se koristile robusne HAC standardne pogreške (engl. *heteroskedasticity and autocorrelation consistent standard errors*) koje nisu osjetljive na potencijalne probleme autokorelacije i/ili heteroskedastičnosti kao posljedice jedinstvenih svojstava podataka koji se analiziraju.

Tablica 4.

Rezultati regresijske analize s robusnim standardnim pogreškama

Zavisna varijabla: logaritam volumena trgovanja	Procjena parametra	Standardna pogreška HAC	t-test	p-vrijednost
Konstanta	15,9776	0,1756	90,988	0,0000
RPJ7	-0,9167	0,3054	-3,001	0,0039
R ²	0,0905			

Izvor: Izračunali autori

Rezultati regresijske analize upućuju na negativnu povezanost dnevnog volumena trgovanja i relativne mjere cjenovnih skokova. Prema tome, doprinos cjenovnog skoka varijanci prinosa od 1% u prosjeku će smanjiti dnevni volumen trgovanja indeksa CROBEX za 0,91%.

Regresijskom analizom pokazala se negativna povezanost dnevnog volumena trgovanja i relativne mjere cjenovnih skokova. Iako je regresijskim modelom objašnjeno samo 9,05% varijacije dnevnog volumena trgovanja, relativna mjera cjenovnih skokova pokazala se kao statistički značajna varijabla pri razini signifikantnosti 5%. Negativna povezanost dnevnog volumena trgovanja i relativne mjere cjenovnih skokova konzistentna je s teorijom da su cjenovni skokovi izazvani većinom općepoznatim šokovima. Osnova je teorije da općepoznate informacije, odnosno opće znanje podiže ili spušta cijene uz malo promjena u volumenu trgovanja. Zbog novih općepoznatih informacija gotovo svi investitori dionicu cijene više pa njezina cijena raste bez puno promjena u volumenu trgovanja i obrnuto. U usporedbi s normalnim danom, u onim danima kada se pojavljuju cjenovni skokovi koji su posljedica općepoznatih šokova, volumen trgovanja trebao bi biti manji. Prema ovoj teoriji, trgovanje se događa kada postoji asimetrija informacija, odnosno kada jedan investitor dionicu cijeni više nego drugi pa je kupuje jer je za njega relativno povoljna. Drugi mogući razlog za negativnu korelaciju dnevnog volumena trgovanja i relativne mjere cjenovnih skokova leži u likvidnosti. Dionice se smatraju nelikvidnima kada je volumen trgovanja mali i u takvoj situaciji gotovo svako kretanje cijena može se identificirati kao cjenovni skok. Treće moguće objašnjenje negativne korelacije odnosi se na način na koji sudionici na tržištu reaguju na pojavu cjenovnih skokova. Razumno je očekivati da sudionici zaustave svoje trgovanje nakon veće promjene cijene kako bi evaluirali svoje investicijske opcije, zbog čega se volumen trgovanja smanjuje.

5. ZAKLJUČAK

Identifikacija cjenovnih skokova važna je iz mnogobrojnih razloga. Cjenovni skokovi nisu samo slučajni događaji, već predstavljaju nagle promjene u kretanju cijene financijske imovine koje financijski stručnjaci ne smiju zanemarivati. Iz tog razloga financijska literatura posljednjih godina posvećuje

veliku pozornost istraživanju cjenovnih skokova, traženju uzroka njihova nastanka i proučavanju njihovih posljedica. Cjenovni skokovi definiraju se kao diskretne promjene u kretanju cijene te su prevladavajući ako se u obzir uzmu ne samo rijetki veliki skokovi nego i mali, ali česti skokovi, iako tradicionalno razumijevanje skokova podrazumijeva isključivo drastične promijene. Za tržišta dionica, devizna tržišta, robna tržišta i tržišta obveznica pretpostavlja se kontinuiranost prema Itôvu procesu koji se poistovjećuje s Brownovim gibanjem, a koji karakteriziraju stacionarni i nezavisni prirasti cijena u vrlo kratkim vremenskim intervalima. Danas se, pak, Itôvu procesu pridružuje i Poissonov stohastički proces kojim se opisuje proces skokova. Pri tome je složeno procijeniti stohastičku diferencijalnu jednadžbu koja objedinjuje ta dva procesa kada su cijene opažene diskretno pa se stohastički integral procjenjuje neparametarski prema konceptu realizirane varijance.

Financijska literatura identificirala je glavnu važnost detektiranja cjenovnih skokova: prisutnost cjenovnih skokova ima ozbiljne posljedice za upravljanje financijskim rizikom i vrednovanje financijske imovine. Vizualni pregled podataka često je dovoljan kako bi se identificirali vrlo veliki cjenovni skokovi. No, tako veliki cjenovni skokovi u pravilu su rijetke pojave. S druge strane, vizualni pregled većine vremenskih nizova podataka ne pruža dokaz prisutnosti, niti odsutnosti malih ili srednje velikih cjenovnih skokova. Budući da mali, a česti cjenovni skokovi imaju jedinstvena statistička svojstva, važno je imati statističke metode koje mogu s većom preciznošću identificirati i takve skokove. Literatura podržava dva glavna objašnjenja izvora cjenovnih skokova. Prvo, cjenovni skokovi mogu reflektirati reakciju tržišta na neočekivane informacije, što indicira da su novosti primarni izvor cjenovnih skokova. Drugo, neki autori stava su da su cjenovni skokovi primarno izazvani lokalnim nedostatkom likvidnosti na tržištu. Dodatno, neučinkovito osiguranje likvidnosti uzrokovano neuravnoteženom tržišnom mikrostrukturom može uzrokovati ekstremna kretanja cijena.

Nakon što se utvrdila optimalna frekvencija uzorkovanja od 7 minuta, pri kojoj je anuliran utjecaj mikrostrukturnih šumova, analizom sedmominutnih opažanja tržišnog indeksa CROBEX u 63 promatrana trgovinska dana, počevši od 27. rujna 2021. i zaključno s 27. prosincem 2021., identificirano je 48 dana u kojima su se pojavili cjenovni skokovi. Taj rezultat pokazuje da je intenzitet skokova na hrvatskom dioničkom tržištu približno 76%, dok je veličina skoka, mjerena prosječnim postotnim doprinosom cjenovnih skokova ukupnoj varijanci prinosa tržišnog indeksa CROBEX 45,04%. Dobiveni rezultati ne podudaraju se s rezultatima iz prethodnih istraživanja u kojima se pokazalo kako se cjenovni skokovi pojavljuju u približno 10% slučajeva, iako su oni izvedeni samo za razvijena tržišta. Međutim, hrvatsko je tržište u usporedbi s većim svjetskim tržištima nerazvijeno i jako spekulativno pa su i cjenovni skokovi češći nego što bismo očekivali, pogotovo u doba neizvjesnosti koje je donijela kriza izazvana globalnom pandemijom COVID-19. Relativna mjera cjenovnih skokova u postocima, odnosno izravna mjera postotnog doprinosa cjenovnih skokova ukupnoj varijanci prinosa tržišnog indeksa CROBEX varira između 7,36% i 83,73. S druge strane, dobiveni je rezultat u skladu s novijim stajalištima da je sastavnica

skoka prevladavajuća u procesu cijena neovisno o tome kojim je informacijama izazvana, poglavito kada se analiziraju ne samo rijetki veliki skokovi nego i česti, a mali skokovi.

Nadalje, kako bi se ispitaio utjecaj cjenovnih skokova na dnevni volumen trgovanja, provedena je regresijska analiza, čiji rezultati upućuju na negativnu korelaciju dnevnog volumena trgovanja i relativne mjere cjenovnih skokova. To znači da općepoznati šokovi više pridonose sastavnici cjenovnog skoka nego neslaganja među investitorima, odnosno da se cjenovni skokovi primarno sastoje od novih informacija koje su na sličan način interpretirane među većinom investitora. Relativna mjera cjenovnih skokova statistički je značajna varijabla za objašnjenje varijacije dnevnog volumena trgovanja.

LITERATURA

- Ait-Sahalia, Y., Jacod, J. (2009). "Testing for jumps in a discretely observed process". *The Annals of Statistics*, Vol. 37, No. 1, str. 184-222. <https://doi.org/10.1214/07-AOS568>
- Amatyakul, P. (2010). *The Relationship between trading volume and jump processes in financial markets*. Graduation Thesis at Duke University. Durham, North Carolina.
- Amaya, D., Vasquez, A. (2012). "Explaining stock returns with intraday jumps". *Midwest Finance Association 2012 Annual Meetings Paper*, str. 1-37. <https://doi.org/10.2139/ssrn.1929359>
- Arnerić, J., Matković, M. (2019). "Challenges of integrated variance estimation in emerging stock markets". *Proceedings of Rijeka Faculty of Economics: Journal of Economics and Business*, Vol. 37, No. 2, str. 713-739. <https://doi.org/10.18045/zbefri.2019.2.713>
- Arnerić, J., Poklepović, T., Teai, J. W. (2018). "Neural network approach in forecasting realized variance using high-frequency data". *Business System Research*, Vol. 9, No. 2, str. 18-34. <https://doi.org/10.2478/bsrj-2018-0016>
- Bajgrowicz, P., Scaillet, O., Treccani, A. (2016). "Jumps in high-frequency data: Spurious detections, dynamics, and news". *Management Science*, Vol. 62, No. 8, str. 2198-2217. <https://doi.org/10.1287/mnsc.2015.2234>
- Baker, S. R., Bloom, N., Davis, S. J., Sammon, M. (2021). "What triggers stock market jumps?". *NBER Working Paper Series*, Vol. 28687, str. 1-34. <https://doi.org/10.3386/w28687>; <https://doi.org/10.2139/ssrn.3829385>; <https://doi.org/10.2139/ssrn.3821973>
- Bandi, F. M., Russell, J. R. (2008). "Microstructure noise, realized variance, and optimal sampling". *The Review of Economic Studies*, Vol. 75, No. 2, str. 339-369. <https://doi.org/10.1111/j.1467-937X.2008.00474.x>
- Barndorff-Nielsen, O. E., Shephard, N. (2006). "Econometrics of testing for jumps in financial economics using 'bi-power' variation". *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 4, No. 1, str. 1-30. <https://doi.org/10.1093/jjfinc/nbi022>
- Bian, S., Serra, T., Garcia, P., Irwin, S. (2022). "New evidence on market response to public announcements in the presence of microstructure noise". *European Journal of Operational Research*, Vol. 298, No. 2, str. 785-800. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.07.030>
- Bollerslev, T., Zhou, H. (2022). "Estimating stochastic volatility diffusion using conditional moments of integrated volatility". *Journal of Econometrics*, Vol. 109, No. 1, str. 33-65. [https://doi.org/10.1016/S0304-4076\(01\)00141-5](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(01)00141-5)
- Christensen, K., Oomen, R. C. A., Podolskij, M. (2014). "Fact or friction: Jumps at ultra high frequency". *Journal of Financial Economics*, Vol. 114, No. 3, str. 576-599. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2014.07.007>

- Corsi, F., Pirino, D., Reno, R. (2010). "Threshold bipower variation and the impact of jumps on volatility forecasting". *Journal of Econometrics*, Vol. 159, No. 2, str. 276-288. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2010.07.008>
- Degiannakis, S., Floros, C. (2015). *Modelling and forecasting high frequency financial data*. London: Palgrave Macmillan. <https://doi.org/10.1057/9781137396495>
- Dumitru, A.-M., Urga, G. (2012). "Identifying jumps in financial assets: A comparison between nonparametric jump tests". *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 30, No. 2, str. 242-255. <https://doi.org/10.1080/07350015.2012.663250>
- Fama, E. F. (1970). "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work". *Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2, str. 383-417. <https://doi.org/10.2307/2325486>
- Fan, Y., Fan, J. (2011). "Testing and detecting jumps based on a discretely observed process". *Journal of Econometrics*, Vol. 164, No. 2, str. 331-344. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2011.06.014>
- Hanousek, J., Kočenda, E., Novotný, J. (2012). "The identification of price jumps". *Monte Carlo Methods and Applications*, Vol. 18, No. 1, str. 53-77. <https://doi.org/10.1515/mcma-2011-0019>
- Hanousek, J., Kočenda, E., Novotný, J. (2014). "Price jumps on European stock markets". *Borsa Istanbul Review*, Vol. 14, No. 1, str. 10-22. <https://doi.org/10.1016/j.bir.2013.11.003>
- Huang, X., Tauchen, G. (2005). "The relative contribution of jumps to total price variance". *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 3, No. 4, str. 456-499. <https://doi.org/10.1093/jjfinec/nbi025>
- Jeon, Y., McCurdy, T. H., Zhao, X. (2022). "News as sources of jumps in stock returns: Evidence from 21 million news articles for 9000 companies". *Journal of Financial Economics*, Vol. 145, No. 2, str. 1-17. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2021.08.002>
- Jiang, G., Oomen, R. C. A. (2008). "Testing for jumps when asset prices are observed with noise - A 'swap variance' approach". *Journal of Econometrics*, Vol. 144, No. 2, str. 352-370. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2008.04.009>
- Lee, S. S., Mykland, P. A. (2008). "Jumps in financial markets: A new nonparametric test and jump dynamics". *Review of Financial Studies*, Vol. 21, No. 6, str. 2535-2563. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhm056>
- Li, Y., Jiang, T. (2017). "Jumps in high-frequency data on the Chinese stock market". *Journal of Mathematical Finance*, Vol. 7, No. 2, str. 467-490. <https://doi.org/10.4236/jmf.2017.72025>
- Merton, C. (1976). "Option pricing when underlying stock returns are discontinuous". *Journal of Financial Economics*, Vol. 3, No. 1-2, str. 125-144. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(76\)90022-2](https://doi.org/10.1016/0304-405X(76)90022-2)
- Platen, E., Bruti-Liberati, N. (2010). "Stochastic differential equations with jumps". In Platen, E., Bruti-Liberati, N. (eds.). *Numerical solution of stochastic differential equations with jumps in finance*, str. 1-60. Berlin: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-13694-8_1
- Scaillet, O., Treccani, A., Trevisan, C. (2018). "High-frequency jump analysis of the Bitcoin market". *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 18, No. 2, str. 209-232. <https://doi.org/10.1093/jjfinec/nby013>
- Schabek, T., Olgić Draženović, B., Mance D. (2019). "Reaction of Zagreb Stock Exchange CROBEX Index to macroeconomic announcements within a high frequency time interval". *Proceedings of Rijeka Faculty of Economics: Journal of Economics and Business*, Vol. 37, No. 2, str. 741-758. <https://doi.org/10.18045/zbefri.2019.2.741>
- Sen, R., Mahotra, P. (2016). "Modeling jumps and volatility of the Indian stock market using high-frequency data". *Journal of Quantitative Economics*, Vol. 14, No. 1, str. 137-150. <https://doi.org/10.1007/s40953-016-0028-5>
- Timmermann, A. (2001). "Structural breaks, incomplete Information, and stock prices". *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 19, No. 3, str. 299-314. <https://doi.org/10.1198/073500101681019954>

Josip Arnerić, PhD

Full Professor
University of Zagreb
Faculty of Economics and Business Zagreb
E-mail: jarneric@efzg.hr
Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-2901-2609>

Marcela Stürmer

Junior tax consultant
Mazars Cinotti Tax Consulting, d.o.o.
E-mail: marcela.sturmer@gmail.com
Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-5477-3744>

PRICE JUMPS IDENTIFICATION USING INTEGRATED VARIANCE ESTIMATORS***Abstract***

Technological advances and increasing availability of high-frequency data observed at very short time intervals, e.g. every minute or second, have enabled to use more complete information for nonparametric estimation of the continuous stochastic price process. Therewith, the jump component which is commonly described by the Poisson stochastic process, additively extends the Itô process components with time-varying parameters. Adding the price jumps to the stochastic price process significantly changes traditional understanding of the financial asset pricing models and has serious implications on financial risk management. Therefore, the objectives of this paper are theoretical explanation of the causes and the consequences of the price jumps, empirical identification of the price jumps and determination of their contribution to the total variance of returns at Croatian stock market. Since the realized variance is actually an estimate of the integrated variance (stochastic integral), statistical tests were developed that compare the realized variance of returns which is robust and the one which is not robust to the price jumps. Against this background, the Barndorff-Nielsen and Shephard test indicates that the intensity of jumps is 76.19% in the observed period, and their contribution to the total variance of CROBEX returns ranges between 7.36% and 83.73%. Findings also confirm that price jumps are more induced with the well-known shocks rather than disagreements among investors.

Keywords: price jumps, high-frequency data, integrated variance, realized variance, BNS test

JEL classification: C58, G12, G32