

Stručni rad

# **MODELIRANJE LINEARNOM FUNKCIJOM U OSNOVNOJ ŠKOLI**

Lidija Podpečan

Osnovna škola Juršinci, Slovenija

**Sažetak**

U matematičkom kurikulumu u devetom razredu osnovne škole u Sloveniji učenici uče o pojmu funkcije, a detaljnije o linearnoj funkciji. Funkcija kao takva za učenike je vrlo apstraktan pojam i oni ne razumiju njegovo značenje. U radu je prikazan nastavni sat matematičkog modeliranja linearnom funkcijom pomoću programa Geogebra. Kroz matematičko modeliranje, učenici upoznaju pojam funkcije.

**Ključne riječi:** matematika, matematično modeliranje, linearna funkcija, Geogebra.

## 1. Uvod

U nastavi matematike u devetom razredu u Sloveniji učimo o linearnoj funkciji. Učenici nauče zapisati jednadžbu linearne funkcije, upoznaju značenje koeficijenata i saznaju kako izračunati vrijednost funkcije. Pojam funkcije vrlo je apstraktan za učenike i nekako ne doživljavaju njegovo značenje i upotrebu. Stoga sam nakon obrade teme odlučila održati sat modeliranja linearnom funkcijom kako bih učenicima pružila bolje razumijevanje njegovog značenja i upotrebe.

### 1.1. Matematičko modeliranje

Željela sam upoznati učenike s vrlo važnim dijelom matematike, a to je matematičko modeliranje.

„Matematičko modeliranje proces je koji stvara približan opis ili imitaciju stvarne situacije – matematički model. Ako je sadržaj matematičkog modeliranja pravilno odabran, može potaknuti entuzijazam prema predmetu matematike te se pojavljuju mogućnosti za nova pitanja i pronalaženje odgovora na njih. Matematiku otkrivamo u vlastitom okruženju, a modeliranje zapravo rješava promatrane stvarne probleme. Modeliranjem matematika nadilazi ograničenje predmeta i koncepciju suhoparnosti koja proizlazi iz učenja rješavanjem numeričkih računskih zadataka. Matematičko modeliranje može biti izazov za učenika i učitelja te izvor unutarnjeg zadovoljstva.” [ „U osnovnoj školi, [3] matematičko znanje učenika previše je skromno da bi sami izradili matematički model razmatranog fenomena. Stoga, u odnosu na modeliranje, ističemo i druge sastavnice, posebno one u kojima učenik uči što je model i kako kritički rješavati odnos između situacije modeliranja i modela. Ti elementi uključuju:

- tumačenje polazišta zadatka
- formuliranje ograničenja u rješavanju situacije
- odabir ili stvaranje matematičkog modela (ovaj aspekt manje je naglašen zbog ograničenog matematičkog znanja učenika)
- interpretacija i valjanost izračuna
- usklađivanje između sudionika o interpretacijama te izboru ograničenja i ciljeva
- zapisivanje postupka modeliranja i prezentacija modela.” [1]

U devetom razredu, u matematičkom modeliranju s funkcijama, ograničeni smo na samo jednu funkciju, to jest na linearnu funkciju, pa je potrebno odabrati odgovarajuće primjere. Da bismo pronašli pravi model, možemo se koristiti programom Geogebra.

## 2. Matematičko modeliranje pomoću programa Geogebra

Predstaviti ću primjer nastavnog sata matematičkog modeliranja u devetom razredu pomoću programa Geogebra.

Geogebra je besplatni program osmišljen za podršku svim razinama obrazovanja. Program kombinira komponente geometrije, algebre i analize. Može se koristiti online i ne mora se instalirati na računalo. Učenici su se na satu njime koristili otvarajući program na svojim pametnim telefonima i potom ga upotrebljavali. Već smo se koristili ovim programom u rješavanju linearne funkcije, tako da učenici nisu imali problema s uporabom.

### 2.1. Tijek nastavnog sata

U uvodu sam objasnila učenicima što je matematičko modeliranje i rekla im da će se na ovom satu i sami baviti matematičkim modeliranjem pomoću programa Geogebra. Zato su prvo pripremili svoje pametne telefone, otvorili preglednik i pripremili program. Nakon toga učenicima sam pokazala kako unijeti točke u program i kako podesimo funkciju prilagodbe tipkom pravca trenda (eng. trend line). S ovom funkcijom, program nam pronalazi odgovarajuću funkciju koja je najprikladnija za naše podatke. Zatim sam

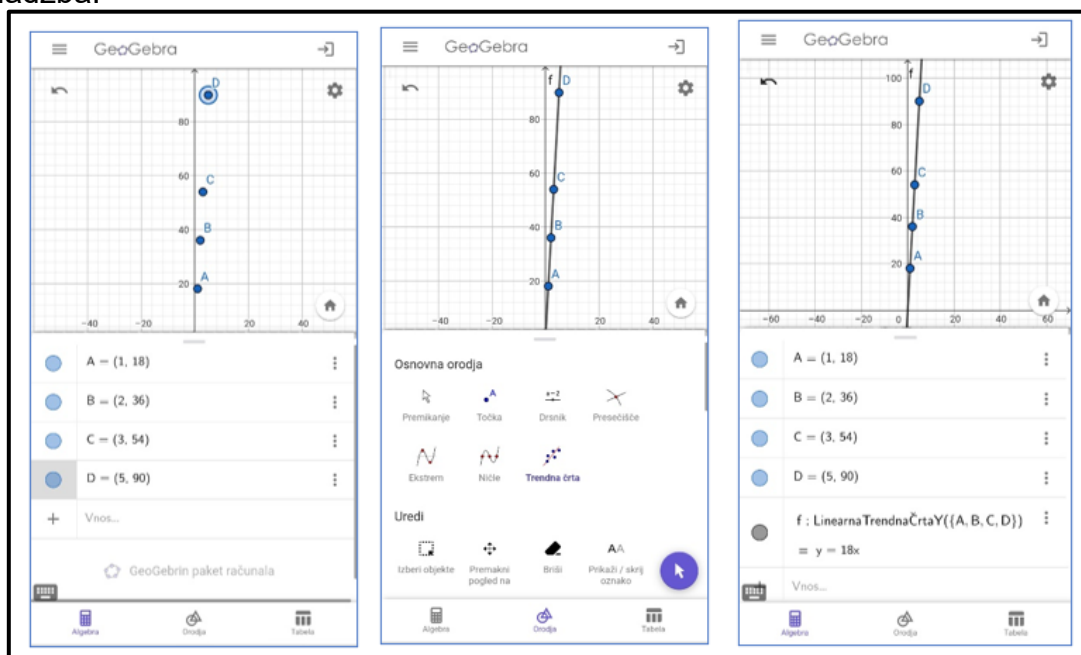
učenicima podijelila radne listove s dva zadatka koje su rješavali samostalno, dok sam im kod mogućih problema pomagala savjetima.

**1. zadatak:** Maša je biciklom za dva sata prešla 36 km. Popunite tablicu:

Vrijeme (h)	1	2	3	5
Put (km)		36		

- Što ste morali pretpostaviti da ste mogli ispuniti gornju tablicu?
- U program Geogebra unesite točke koje ste unijeli u tablicu. Neka vrijeme bude nezavisna varijabla ( $x$ ), a put zavisna varijabla ( $y$ ).
- Pomoću naredbe „trend line” odredite funkciju prilagodbe za ucrtane točke. Zapišite jednadžbu ove funkcije. Kako nazivamo ovu funkciju?
- Uz pomoć jednadžbe, izračunajte koliki bi put Maša prešla u 12 sati i koliko bi prevalila u 15 sati?
- Ima li jednadžba koju ste dobili u ovom zadatku smisla za bilo koju vrijednost vremena? Odgovor obrazložite.

U ovom zadatku učenici su najprije izračunali vrijednosti u tablici jer poznaju proporcionalni omjer. Tek tada su se bavili pitanjem pretpostavki i razmišljali o tome što moramo pretpostaviti kako bismo mogli računati na taj način. Zatim su točke unesene u program Geogebra, definirana je funkcija prilagodbe i zabilježena je njezina jednadžba.



Slika 1: Tri snimke zaslona (vlastiti izvor)

Slika 1 prikazuje tri slike zaslona telefona, koje prikazuju formiranje linearne funkcije prilagodbe u programu Geogebra. Prva snimka prikazuje unos točaka iz tablice. Druga snimka prikazuje gumb pravca trenda koji se nalazi na kartici Alati. Funkciju prilagodbe u programu formiramo klikom na gumb pravac trenda, a zatim prstom prijedemo po zaslonu kako bismo obuhvatili sve točke koje imamo spremne u koordinatnom sustavu. Treća snimka prikazuje graf funkcije i jednadžbu pravca, koja se nalazi u kartici Algebra.

Učenici nisu imali nikakvih problema u radu s programom, svi su ucrtali odgovarajuće točke, odredili liniju trenda i zapisali jednadžbu funkcije. Bili su oduševljeni programom jer su jednadžbu funkcije mogli samo prepisati.

Zatim su se učenici koristili ovom jednadžbom linearne funkcije kako bi izračunali dvije vrijednosti vremena i tako su također ponovili računanje vrijednosti funkcije. O posljednjem pitanju smisla modela koji su dobili razgovarali smo zajedno. Zaključili su da je vrijeme za koje su računali put najvjerojatnije ograničeno ili da će se s vremenom umor biciklistkinja vjerojatno povećati te da više neće moći voziti istom brzinom cijelo vrijeme.

**Zadatak 2:** Rok je promatrao plamen svijeće. Svaki je sat zapisao visinu svijeće.

Vrijeme (h)	0	1	2	3	4
Put (cm)	15	13,5	11,9	10,5	9,1

a) U program Geogebra unesite točke navedene u tablici. Vrijeme bi trebalo biti nezavisna varijabla ( $x$ ), a visina svijeće zavisna varijabla ( $y$ ).

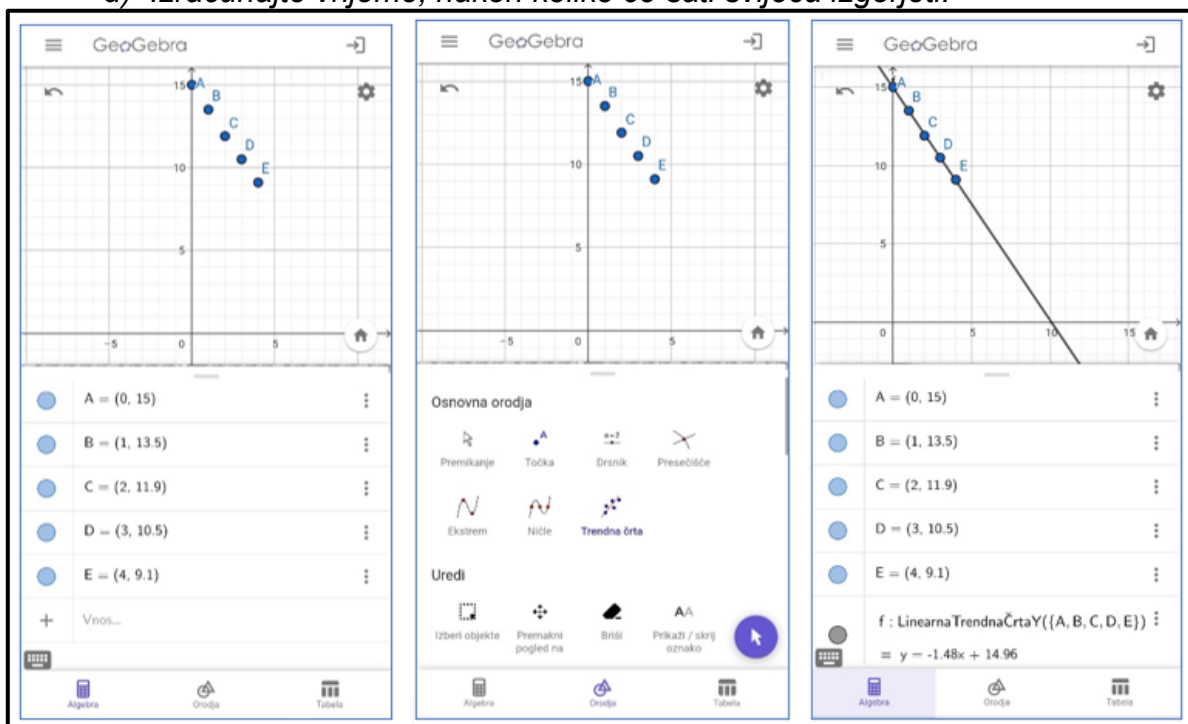
b) Pomoću naredbe „trend line” odredite funkciju prilagodbe za unesene podatke.

Zapišite jednadžbu funkcije: \_\_\_\_\_

Kako nazivamo ovu funkciju? \_\_\_\_\_

c) Izračunajte koliko će svijeća biti visoka nakon 8 sati?

d) Izračunajte vrijeme, nakon koliko će sati svijeća izgorjeti.



Slika 2: Tri snimke zaslona nastanka funkcije prilagodbe (vlastiti izvor)

U drugom zadatku učenici su već imali spremnu tablicu podataka za koju su kreirali funkciju prilagodbe. Nažalost, nismo imali vremena napraviti ovaj eksperiment sami kod kuće i promatrati plamen svijeće. Slika 2 prikazuje tri snimke zaslona telefona. Prva snimka prikazuje unos točaka, druga prikazuje upotrebu gumba pravac trenda, a treće funkciju prilagodbe i njezinu jednadžbu.

U ovom zadatku učenici su brzo unijeli točke i lako stvorili funkciju prilagodbe te zapisali njezinu jednadžbu. Također su morali izračunati kada je svijeća izgorjela, što znači da

su izračunali nul-točku funkcije. Na kraju ovog zadatka raspravljali smo o pretpostavkama za ovaj slučaj i je li model dobiven programom dovoljno dobar.

### 3. Zaključak

Matematičko modeliranje funkcijama vrlo je važno područje matematike i ispravno je da kakav jednostavan primjer modeliranja učenici nauče u osnovnoj školi. Tako uče o važnosti matematike i razumijevaju obradu funkcije. Pomoću programa koji su nam na raspolaganju, učenici mogu biti visoko motivirani za rad, dok ih istovremeno učimo da se užive u stvarnu situaciju, kritički prosuđuju rezultate, predviđaju i donose odluke. Tako razvijamo matematičku kompetenciju kod učenika.

### 4. Literatura

- [1.] Magajna, Z. (2013.). Matematičko modeliranje v osnovni šoli. V: Suban, M. [et.al.] Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi. Matematika. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo, str. 293-304.
- [2.] *Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika* (2011.). Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport: Zavod RS za šolstvo.
- [3.] Žakelj, A. [et. al.] (2010.). Posodobitve pouka v gimnazijski praksi. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.