

PROSJEK: ARITMETIČKA SREDINA ILI MEDIJAN?

Anja Stanković, Zagreb



U svakodnevnom životu često se susrećemo s podacima poput prosječne visine učenika u razredu, prosječne količine padalina u određenom periodu, prosječnog prihoda koji je ostvarila tvrtka u mjesecu... Učenici najčešće prosječnu vrijednost određuju pomoću aritmetičke sredine kako bi izračunali prosječnu ocjenu iz određenog predmeta ili prosječnu ocjenu svih predmeta.

Aritmetička sredina (prosjeak) srednja je vrijednost koja se dobiva zbrajanjem vrijednosti članova skupine i dijeljenjem zbroja brojem pribrojnika. (1)

Na temelju aritmetičke sredine učenici su sposobni zaključiti koja će im biti moguća zaključna ocjena iz pojedinog predmeta s obzirom na brojčanu vrijednost ili kakav će im biti opći uspjeh na kraju školske godine. Općenito, računanje aritmetičke sredine učenicima služi za interpretiraju rezultata u danoj problemskoj situaciji.

Primjer 1. U tablici su dani podatci masa učenika u kilogramima na sistematskom pregledu učenika jednog razreda.

Masa djevojčica	45	39	49	55	36	38	48	50	41	46
Masa dječaka	49	59	53	51	49	39	44	48	50	55

- Izračunaj prosječnu masu djevojčica.
- Izračunaj prosječnu masu dječaka.



Učenici će u osnovnoj školi najčešće izračunati prosječnu masu djevojčica pomoću aritmetičke sredine. Analogno će izračunati i prosječnu masu dječaka.

Međutim, s matematičkog stajališta mjera srednje vrijednosti nije samo aritmetička sredina. Srednja vrijednost podataka iz zadanog skupa može se izračunati i pomoću medijana.

Medijan je srednja vrijednost u nizu elemenata statističkog skupa poredanih od najmanjeg do najvećeg, koja dijeli skup na dva jednaka dijela, i to tako da prvih 50 % elemenata skupa ima vrijednost obilježja (veličine) manju od medijana ili jednaku medijanu, a preostalim 50 % ima vrijednost obilježja veću od medijana ili jednaku medijanu. (2)

S obzirom na različite mjere srednjih vrijednosti, zadatak s istim podatcima mogao je biti zadan i na sljedeći način.



Primjer 2. U tablici su dani podatci masa učenika u kilogramima na sistematskom pregledu učenika jednog razreda. Podatke poredaj u redosljedu pogodnom za određivanje medijana, a zatim odgovori na pitanja.



Masa djevojčica	45	39	49	55	36	38	48	50	41	46
Masa dječaka	49	59	53	51	49	39	44	48	50	55

- Kolika je prosječna masa djevojčica?
- Kolika je prosječna masa dječaka?

Kako u zadatku prvo trebaju poredati podatke u niz pogodan za određivanje medijana, učenici će vrlo vjerojatno u nastavku zadatka prosječnu masu izračunati pomoću medijana. No, neki od njih sigurno će se pitati treba li, bez obzira na to što zadatak sugerira računanje medijana, ipak odrediti prosječnu masu pomoću aritmetičke sredine.

Budući da se aritmetička sredina i medijan za dani skup podataka gotovo nikad ne podudaraju, u tom slučaju otvoreno je pitanje je li prosjek aritmetička sredina ili medijan. Općenito, da bi riješili problemski zadatak u kojem se traži prosjek, učenici prvo trebaju za dani skup podataka izabrati mjeru srednje vrijednosti pomoću koje će računanjem doći do rješenja problema. Odabir mjere srednje vrijednosti kojom ćemo odrediti prosjek za dani skup podataka ovisi o kontekstu situacije. Tako učenik odabire mjeru srednje vrijednosti koja mu je povoljnija u danoj problemskoj situaciji. Pritom kod odabira može uzeti u obzir i činjenicu da je prednost primjene medijana pred aritmetičkom sredinom u tome što na njega ne utječu vrijednosti pojedinih ekstremnih rezultata. U sljedećoj ćemo problemskoj situaciji iz svakodnevnog života na primjeru plaća prikazati kada je bolje računati medijan, a kada aritmetičku sredinu, iako većina ljudi kada računa „prosijek” – zapravo računa aritmetičku sredinu.



Primjer 3. U tablici su prikazane neto plaće u eurima dvoje zaposlenika u jednoj tvrtki u prvoj polovici godine. Hoće li veću prosječnu plaću imati zaposlenik A ili zaposlenik B?

Zaposlenik A	729.51	1 054.13	595.14	1 456.45	989.11	1 123.99
Zaposlenik B	789.31	1 145.23	898.23	2 345.76	1 051.55	1 209.22

Zadan je problem iz svakodnevnog života. Da bi učenik riješio problem, prvo trebamo „prosječnu plaću” prevesti u matematički jezik. Iako intuitivno prosjek predstavlja aritmetičku sredinu, on se može izračunati na dva načina: aritmetičkom sredinom ili medijanom. Nakon što se izračunaju oba podatka za oba zaposlenika, dobiveni su sljedeći izračuni:



	Zaposlenik A	Zaposlenik B
aritmetička sredina	991.22	1 121.38
medijan	1 021.62	1 098.39

Iz dobivenih računa može se uočiti da je zaposleniku A veća plaća izračunata medijanom, a zaposleniku B veća je plaća izračunata aritmetičkom sredinom. Uočava se da je ekstremna vrijednost 2 345.76 iz skupa podataka kod zaposlenika B, što je utjecalo na aritmetičku sredinu, ali ne i medijan. U oba slučaja i za zaposlenika A i za zaposlenika B možemo zaključiti da imamo dva rješenja koja odgovaraju na rješenje problema. Međutim, kada bi oba zaposlenika išla pregovarati oko plaće, za zaposlenika A povoljnije je da dogovara povišicu s obzirom na medijan, a za zaposlenika B s obzirom na aritmetičku sredinu.

Česte miskoncepcije o prosječnoj vrijednosti nisu vidljive isključivo kod učenika, nego su vidljive u brojnim primjerima iz ekonomije, financijske matematike i u medijima. U Prijedlogu direktive Europskog parlamenta i Vijeća o primjerenim minimalnim plaćama u Europskoj uniji, uočavamo da nije jasna razlika između prosječne plaće i medijalne plaće. „Međunarodno priznata razina od 60 % medijana bruto plaće i 50 % prosječne bruto plaće može pomoći u procjeni primjerenosti minimalne plaće u odnosu na bruto razinu plaća”. Iz danih razloga i s ciljem izbjegavanja miskoncepcija možemo razlikovati prosječnu plaću i medijalnu plaću, a kao nastavnici trebamo kod učenika osvijestiti razliku između aritmetičke sredine i medijana.

Na primjeru plaća vidjeli smo da je prosjek istovremeno matematički gledano i medijan i aritmetička sredina. Iz tog razloga u problemskim situacijama u kojima se traži „prosjek” matematičar može birati mjeru srednje vrijednosti s obzirom na povoljniju srednju vrijednost.

Literatura:

1. Aritmetička sredina, Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje. Leksikografski zavod Miroslav Krleža, 2022., dostupno na: <https://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=3839> (srpanj 2022.)
2. Medijan, Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje. Leksikografski zavod Miroslav Krleža, 2022., dostupno na: <https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=39758> (srpanj 2022.)
3. Europski parlament, Nacrt zakonodavne rezolucije Europskog parlamenta o Prijedlogu direktive Europskog parlamenta i Vijeća o primjerenim minimalnim plaćama u Europskoj uniji, dostupno na: https://www.europarl.europa.eu/doceo/document/EMPL-PR-689873_HR.pdf (srpanj 2022.)

