MATEMAGIČAR

Petar Mladinić, Zagreb

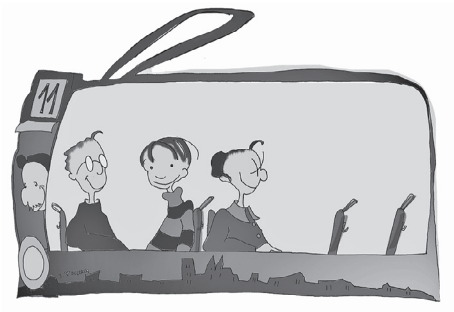
GRAFIČKO RJEŠAVANJE ZADATAKA

U ovom ćemo tekstu razmotriti i ilustrirati kako danas lako i uspješno možemo uporabiti metodu grafičkog rješavanja problema u problemima u kojima je numeričko rješavanje puno teže i kompliciranije, odnosno kako možemo „vizualizirati” rješavanje sustava linearnih jednadžbi.

Suvremeni Matemagičari smislili su kako „spojiti” mnoge numeričke probleme i rješavanje sustava linearnih jednadžbi, tj. kako na drukčiji način prikazati uobičajene matematičke pojmove i postupke.

*****

1. Uvod



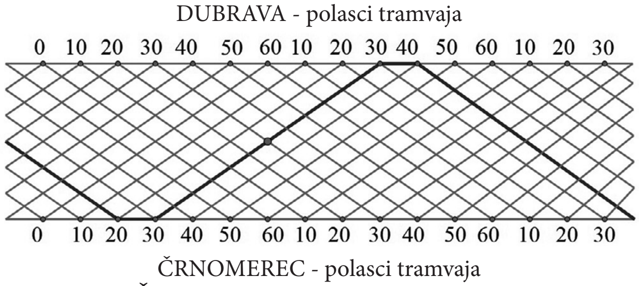
Grafičko prikazivanje ima primjenu u matematici, fizici i srodnim znanostima, u inženjerstvu, ekonomiji, društvenim znanostima i drugim područjima gdje se vizualiziraju podatci. U školskoj matematici rabe se u rješavanju sustava linearnih jednadžbi te u rješavanju niza drugih problema. Ovdje ćemo ilustrirati nekoliko dosta složenih problema koje puno lakše rješavamo grafičkim prikazom od numeričkog rješavanja.

Primjer 1[1]. Danica, Ivan, Luka, Ante i Jurica voze se zagrebačkim tramvajem broj 11 od Črnomerca prema Dubravi. Idu u posjet Ivanovoj baki. Tramvaj je na Trgu bana Jelačića. Evo razgovora koji oni vode.

[1]Zadatak objavljen kao strip „Koliko ima jedanaestica?” u Matki broj 9 (rujan 1994.)

Ako ste i vi uspješno riješili problem, pozabavite se i ostalim pitanjima. Jesu li naši prijatelji bliže Črnomercu ili Dubravi? Kad će sljedeća jedanaestica proći pokraj njih?

Rješenje. U ovakvim problemima korisno je vožnju prikazati grafički. Kretanje jedanaestice označeno je na slici.



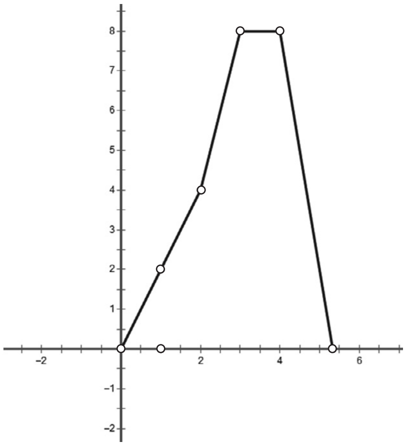
Nakon dolaska na Črnomerec (ili u Dubravu), stoji 10 minuta. U trenutku polaska na Črnomerec dolazi nova jedanaestica. To je prva koju su Matkači sreli. Isto tako će u trenutku dolaska u Dubravu sresti jednu jedanaesticu koja odlazi. Na pruzi će (vide se na slici kao presjeci pravaca) sresti još 11 jedanaestica. To je, s jedanaesticom u kojoj su Matkači, ukupno 14 tramvajskih vlakova. Brojimo li sedam susreta od početka vožnje (na slici je sedmi susret označen kružićem), vidjet ćemo da su točno na pola puta do Dubrave i da će sljedeći tramvaj sresti za 5 minuta.

Zadatak 1. Čovjek se svakoga dana s posla vraća vlakom na željeznički kolodvor u 17 sati. Njegava žena uvijek čeka vlak kako bi ga autom prevezla kući. Jednom se dogodilo da se vratio ranije, u 16 sati, ali nije želio gnjaviti ženu pa je pošao pješke istim ulicama kojima ga je kući vozila žena. Susrevši na tom putu ženu koja je išla po njega u isto vrijeme kao i svaki dan, sjedne u auto i s njom kući stigne 10 minuta ranije nego obično. Pretpostavimo da žena uvijek vozi jednom te istom brzinom i da inače uvijek stigne kući u isto vrijeme te da krene uvijek u isto vrijeme iz kuće kako bi stigla na vlak u 17 sati. Može li se odrediti koliko je vremena pješačio njezin muž prije nego je sjeo u auto?

Primjer 2. Vozilo se 2 sata gibalo brzinom od 20 km/h, a zatim 1 sat brzinom od 40 km/h. Nakon 1 sat odmaranja na polazište se vratio brzinom od 60 km/h.

a) Nacrtajmo graf gibanja vozila.

b) Nakon koliko se sati vratilo na polazište?



Rješenje. Na slici u koordinatnom sustavu vidi se gibanje vozila i odgovor na pitanje b).

Primjer 3. Ante i Mate trče stazom dugom 1300 m. Ante prelazi stazu za 10 minuta, zatim se 2 minute odmara, pa opet trči 10 minuta, pa se 2 minute odmara, itd. Mate stazu prijeđe za 6 minuta. On je trčao 30 minuta, zatim se 12 minuta odmarao, pa je opet trčao istim tempom. Trčanje je trajalo 1 sat.

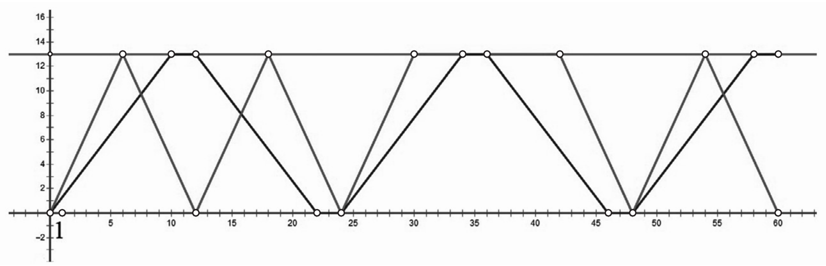
a) Gdje se nalaze Ante i Mate nakon 60 minuta?

b) Koliko su se puta sreli?

c) Koliko su vremena proveli zajedno?

d) Tko je više trčao, a tko više pretrčao?

Rješenje. Prikažimo u koordinatnom sustavu uvjete iz zadatka.



a) Sa slike je vidljivo da se nalaze na različitim stranama staze.

b) Sreli su se 6 puta.

c) Zajedno su proveli 2 minute.

d) Mate je trčao $8 \cdot 6 = 48$ minuta, a prešao je $8 \cdot 1300 = 10400$ m. Ante je trčao $5 \cdot 10 = 50$ minuta, pri čemu je prešao $5 \cdot 1300 = 6500$ m.

2. Zadatci

Evo nekoliko zadataka za vježbu i provjeru metode.

1. Jedna cijev može napuniti spremnik za 4 sata, a druga za 2 sata. Za koje će se vrijeme napuniti spremnik ako su istodobno otvorene obje cijevi?

2. Jedna cijev može napuniti spremnik za 2 sata, a druga ga cijev može isprazniti za 6 sati. Za koje će se vrijeme napuniti spremnik ako su istodobno otvorene obje cijevi?

3. Iz grada A u grad B krene pješak brzinom od 5 km/h. Sat kasnije iz grada B prema A krene biciklist brzinom od 15 km/h. Gradovi A i B udaljeni su 45 km. Kada će se sresti pješak i biciklist? Koliko će biti udaljeni od mjesta A u trenutku susreta?

4. Danica stanuje na početku, a Ante na kraju 7 km duge Ulice tulipana. U 6 sati i 5 minuta oni istodobno krenu jedan drugome ususret brzinom od 3.5 km/h. Ulicom samo prema Antinom stanu voze tramvaji brzinom od 14 km/h. Prvi tramvaj kreće u 6 sati i 30 minuta i dalje svakih 10 minuta.

a) Koliko će tramvaja prije Danice stići do kraja ulice?

b) Koliko će tramvaja putem sresti Ante?

5. Planinar pođe u 8 sati iz nekog mjesta i kreće se brzinom od 4 km/h. U 10 sati i 30 minuta za njim krene drugi planinar brzinom od 6 km/h. Kada će drugi planinar dostići prvoga i na kojoj udaljenosti od polaznog mjesta?

6. Prvi radnik može napraviti neki posao za 12 sati, a drugi za 8 sati. Za koje će vrijeme zajednički završiti posao ako:

a) posao počnu istodobno?

b) drugi počne raditi 3 sata nakon prvoga?

7. Dvije osobe istodobno krenu u šetnju stazom dugom 4 km. Prva osoba ide brzinom od 3.6 km/h, a druga brzinom od 5.4 km/h. Kad druga osoba dođe do kraja staze, odmah se vraća natrag, ususret prvoj osobi. Na kojoj će se udaljenosti od početne točke osobe sresti? Koliko će vremena proći do susreta?

Napomena. Tko nam pošalje jedan svoj zadatak ili rješenje naših primjera, nagradit ćemo jednom knjigom iz *Matkine biblioteke*.