



MATEMAGIČAR

МѠМѠМѠМѠМѠМѠ



Matka 31 (2022./2023.) br. 122

Petar Mladinić, Zagreb

Matemagičar Liu Hui i sličnost trokuta

Stari i mladi matemagičari često zadaju probleme za čije rješavanje treba samo sličnost trokuta. Ovdje ćemo ilustrirati nekoliko problema koje je prvi rješavao stari kineski matemagičar **Liu Hui** (oko 225. – oko 295. god. poslije Krista). Danas je rješavanje tih problema sastavni dio svakodnevnog poučavanja i učenja u školskoj matematici.

Takve je probleme (između drugih zadataka) rješavao i u knjizi *The Nine Chapters on the Mathemaical Art* koja je poznata i pod nazivom *Matematika u devet knjiga*. U dijelu *Matematika morskog otoka* razmatra probleme koje ćemo ovdje spomenuti.

Važno je reći da su mnogi zadatci koje je rješavao Hui bili dosta složeni. Rješenja svojih zadataka on je davao u obliku pravila. Temelj takvih pravila bilo je razmatranje svojstava sličnih trokuta.

Praktičnost takvih uputa kasnije je polučila široku uporabu ne samo u Kini nego nadaleko.



U Matki broj 95. u ožujku godine 2016. zadan je strip-zadatak pod naslovom *Koliko je veliko naselje?*

Evo toga stripa iz Matke.

Na kraju stripa postavljeno je pitanje: *Koliko je veliko naselje?* Taj zadatak ilustracija je Huijevog zadatka.



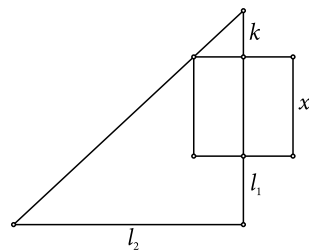
Primjer 1. Imamo grad u obliku kvadrata s nepoznatom duljinom stranice. U središtu svake stranice nalaze se vrata. Na udaljenosti 20 *bu* od sjevernih vrata nalazi se stablo. Prođemo 14 *bu* kroz južna vrata i nakon toga krenemo na zapad. Prođemo 1775 *bu* i ugledat ćemo stablo. Odredite kolika je duljina stranice grada.

Rješenje: Hui nije rješavao zadatak kako ga novi matemagičari rješavaju. Danas se zna koju je uputu/postupak dao kako bi se riješio zadatak.





Uputa: Količinu bu koja se prijeđe od sjevernih vrata pomnoži dvostrukom količinom bu prema zapadu. Za toliko se smanji zbroj dijelova izvan vrata pomnožen sa stranicom grada te uveća za kvadrat stranice. Izračuna se kvadratni korijen i to će biti stranica grada.



Skicirajmo uvjete zadatka.

Ta uputa danas se zapisuje (u skladu s oznakama na slici):

$$x^2 + (k + l_1)x - 2kl_2 = 0.$$

U zadatku je $k = 20$, $l_1 = 14$ i $l_2 = 1775$ pa se dobiva jednačba

$$x^2 + 34x - 71000 = 0.$$

Faktorizacija ovog trinoma daje

$$x^2 - 250x + 284x - 71000 = 0$$

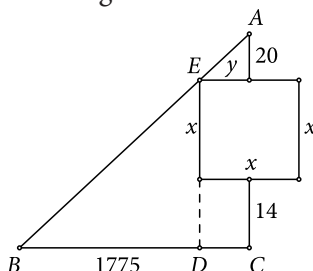
$$x(x - 250) + 284(x - 250) = 0$$

$$(x - 250)(x + 284) = 0.$$

Dakle, rješenje jednačbe je $x = 250$ ili $x = -284$, tj. naselje je kvadratnog oblika dimenzija 250×250 .

Naravno da se danas tako ne računa. Pogledajmo kako bismo riješili zadatak primjenom sličnosti trokuta. (Vjerojatno je Liu sličnim razmatranjem došao do rješenja.)

Dopunimo sliku tako da označimo vrhove i uočimo da je $y = \frac{x}{2}$ jer su sjeverna vrata na sredini stranice grada.



Uz oznake kao na slici vrijedi $|EF| = y$, $|BD| = 1775 - y$, $|ED| = x + 14$.

Trokuti $\triangle AEF$ i $\triangle EBD$ slični su pravokutni trokuti. Iz sličnosti trokuta slijedi

$$20 : (x + 14) = y : (1775 - y).$$

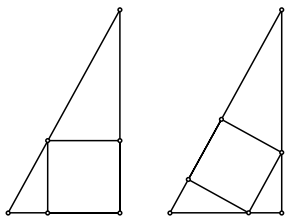
Iz ovog omjera i zamjenom $y = \frac{x}{2}$ dobivamo jednačbu $x^2 + 34x - 71000 = 0$.



Zadatci.

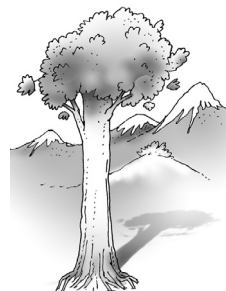
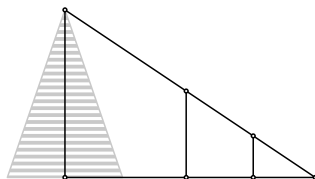
Zadatak 1. Imamo horizontalnu katetu dugačku 5 *bu*, a vertikalnu duljine 12 *bu*. Odredite duljinu stranice kvadrata upisanog u taj trokut.

Uputa: U rješavanju vam mogu pomoći sljedeći crteži.



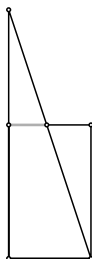
Zadatak 2. Planina je zapadno od stabla. Njezina je visina nepoznata. Ona je udaljena od stabla 53 *li*. Visina stabla je 9 *zhang* 5 *či*. Za 3 *li* istočno od njega stoji čovjek i vidi vrh stabla u istoj točki s vrhom planine. Oči čovjeka su u visini 7 *či*. Koliko je visoka planina?

Uputa: U rješavanju vam može pomoći sljedeći crtež.



Zadatak 3. Promjer bunara je 5 *či*, a dubina je nepoznata. Vrh uređaja za uzimanje vode je na visini 5 *či*. S vrha uređaja koji je na samom rubu bunara vidi se na površini vode dno promjera 5 *cun*. Kolika je dubina bunara?

Uputa: U rješavanju vam može pomoći sljedeći crtež.



Napomena. Tko nam pošalje rješenje barem jednog zadatka, nagradit ćemo ga jednom knjigom iz *Matematičke biblioteke*. Također ćemo nagraditi svakog Matkača koji nam pošalje upute za rješavanje zadataka slične uputama koje je Hui davao Matkačima svoga vremena.

