

IZ NASTAVNE PRAKSE

Klinometar¹

JANJA LINARDIĆ², TAMARA STIPČIĆ JELENOVIĆ³

Je li vaša online nastava uvijek učinkovita? Pogotovo pri kraju nastavne, godine kada su učenici zamoreni načinom prezentacije sadržaja i količinom gradiva? Nama izgleda neizbježno da bude zamorna, a ponekad čak i bez smisla...

Upravo taj problem potaknuo nas je na razmišljanje o smislu nastave matematike, online i općenito, pa smo počele tražiti način kako je učiniti svrsishodnijom, zanimljivijom i drugačijom.

Lako se složiti s činjenicom kako bi matematika trebala pomagati u razumijevanju i opisivanju svijeta te u rješavanju konkretnih životnih problema. Međutim, nije baš tako lako pronaći način kako izaći iz kolotečine te se uhvatiti u koštac s izazovima vezanim uz nove kurikulume koji su svoju prvu provedbu doživjeli upravo u online nastavi.

U Salezijanskoj klasičnoj gimnaziji u Rijeci učenicima prvih razreda željele smo objasniti i približiti trigonometriju pravokutnog trokuta i njezinu primjenu u online nastavi. Zbog toga nam je projekt Klinometar izgledao kao dobar odabir jer smo ga mogle vrednovati online, a pri tome je bio realističan, blizak i izvediv učenicima. Proveden je krajem svibnja i početkom lipnja 2020. godine u prvim razredima opće i klasične gimnazije, a povezo je ishode predmeta Matematike i Informatike. Ostvareni ishod predmeta Matematika je: MAT SŠ D.1.3. – *Primjenjuje trigonometrijske omjere* (uz međupredmetne teme: osr A.5.2. , osr A.5.3. , ikt A.4.1.), a ishodi predmeta informatika su: C.1.1 – *Pronalazi podatke i informacije, odabire prikladne izvore informacija te uređuje, stvara i objavljuje/dijeli svoje digitalne sadržaje*, C.1.3 – *U online okruženju surađuje i radi na projektu*, D.1.2 – *Opisuje probleme koje mogu prouzročiti zlonamjerni programi te probleme koji nastaju kao rezultat elektroničkih napada i krađe elektroničkoga identiteta; odgovorno primjenjuje sigurnosna pravila.*

Na samom početku projekta učenici su upoznati s projektom, zadacima, alatima i kriterijima vrednovanja. Upute su sadržavale sve potrebne informacije, kao i elemente koji će se vrednovati.

Ove upute možete pogledati na poveznici: <https://bit.ly/3c9IVSQ>.



¹Predavanje održano na 9. kongresu nastavnika matematike 2022. u Zagrebu

²Janja Linardić, Salezijanska klasična gimnazija s pravom javnosti, Rijeka

³Tamara Stipčić Jelenović, Salezijanska klasična gimnazija s pravom javnosti, Rijeka

Naš projekt Klinometar sastojao se od pet dijelova. U prvom dijelu učenici su rješavali zadatke za koje su bili sumativno vrednovani. Drugi dio sadržavao je upute za pisanje seminarskog rada, a treći dio upute za snimanje video-materijala te izradu klinometra. U četvrtom dijelu učenici su pomoću izrađenog klinometra mjerili visinu proizvoljno odabranog objekta i pri tome se snimali. Peti dio sadržavao je izračun visine objekta te postavljanje izračuna u seminarski rad.

I. Dio projekta

U prvom dijelu projekta učenici su rješavali pet matematičkih zadataka vezanih uz trigonometriju. Zadatci su učenicima dani individualno, odabrani su nasumično iz baze podataka tako da je svaki učenik dobio svoje zadatke te ih je u zadanom terminu (45 minuta) trebao riješiti, slikati i poslati profesoru. Učenici su u ovom dijelu projekta bili sumativno vrednovani te su točnim rješavanjem svih zadataka mogli ostvariti 15 od ukupno 40 bodova u cijelom projektu.

Ovdje možete vidjeti nekoliko primjera takvih zadataka:

1. Koliki su opseg i površina jednakokračnog trokuta, ako je duljina osnovice trokuta 12 cm, a kut uz osnovicu iznosi $72^{\circ}48'$?
 2. Sa svjetionika visine 120 m iznad mora vidi se brod pod kutom od $15^{\circ}30'$. Je li brod dovoljno udaljen od svjetionika, ako je sigurna udaljenost za plovidbu 30 m od svjetionika?
 3. Duljine osnovica jednakokračnog trapeza jednake su 9 cm i 12 cm, a jedan njegov unutarnji kut iznosi $72^{\circ}15'$. Kolika je površina trapeza?
 4. Duljine dijagonala romba jednake su 10 cm i 14 cm. Odredi mjere njegovi kutova i njegov opseg.
 5. Odredi manji kut između dijagonala pravokutnika ako je njegova površina 48 cm^2 , a stranice mu se odnose kao 3 : 4.
1. Odredi nepoznate kutove i stranice pravokutnog trokuta ako je zadano:
 $c = 12 \text{ cm}$, $\alpha = 25^{\circ}50'$.
 2. Odredi nepoznate kutove i stranice jednakokračnog trokuta ako je osnovica $a = 24 \text{ cm}$, a kut uz njegovu osnovicu: $\beta = 22^{\circ}45'$.
 3. Duljina stranice romba jednaka je 15 cm, a jedan njegov kut jednak je $120^{\circ}14'$. Odredi dijagonale romba.
 4. Zrakoplov leti na visini 3000 m i počinje spuštanje pod kutom (prema zemlji) od $12,5^{\circ}$. Koliko je u tom trenutku zrakoplov udaljen od točke u kojoj će dodirnuti slijetnu stazu?
 5. Pravilnom osmerokutu upisana je kružnica polumjera 8 cm. Odredi mu opseg i površinu.

Primjeri poslanih rješenja zadataka:

ZADATAK 1.

$c = 12 \text{ cm}$
 $\alpha = 25^{\circ}50'$

$\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$
 $0.436 = \frac{a}{12}$
 $5.229 = a$

$\sin(\beta) = \frac{b}{c}$
 $\sin(\beta) = \frac{10.8}{12}$
 $= 0.9$
 $\beta = 64^{\circ}10'$
 $\gamma = 90^{\circ}$

$b^2 = c^2 - a^2$
 $116.567 = b^2$
 $10.8 \text{ cm} = b$


1.

$a = ?$
 $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
 $\sin 25^{\circ}50' = \frac{a}{12}$
 $a = \sin 25^{\circ}50' \cdot 12$
 $a = 5.229 \text{ cm}$

$b^2 = c^2 - a^2$
 $b = 36.51$
 $b = 36.51 \text{ cm}$

$\cos \alpha = \frac{b}{c}$
 $b = \cos 25^{\circ}50' \cdot 12$
 $b = 36.51 \text{ cm}$

ZADATAK 2
 $a = 24 \text{ cm}$
 $\beta = 22^\circ 45'$
 $b_1 \quad \alpha = ?$



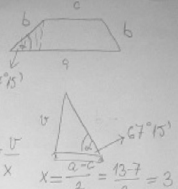
$\cos(22^\circ 45') = \frac{2\alpha}{a}$
 $= \frac{\alpha}{24}$
 $0,9222 = \frac{24}{2b}$
 $26,0247 = 2b$
 $13,01236 = b$

$\sin(\frac{\alpha}{2}) = \frac{v}{b}$
 $\sin(\frac{\alpha}{2}) = \frac{24}{26,0247}$
 $= 0,9222$
 $\frac{\alpha}{2} = 67^\circ 44' 60''$
 $= 67^\circ 15'$
 $\alpha = 134^\circ 30'$

$c = 7 \text{ cm}$
 $a = 13 \text{ cm}$
 $d = 67^\circ 15'$
 $P = ?$
 $P = \frac{a+c}{2} \cdot v$
 $P = \frac{7+13}{2} \cdot 7,15$
 $P = 71,5 \text{ cm}^2$

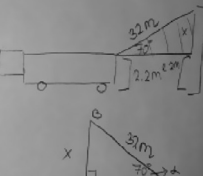
$\text{tg} \alpha = \frac{\text{nasupr.}}{\text{prič.}} = \frac{v}{x}$
 $\text{tg}(67^\circ 15') = \frac{v}{3}$
 $v = 3 \cdot \text{tg}(67^\circ 15')$
 $v = 7,15 \text{ cm}$

$x = \frac{a-c}{2} = \frac{13-7}{2} = 3$



$\alpha = 70^\circ$
 $c = 32 \text{ m}$
 $R_1 = ?$
 $x = ?$
 $\sin \alpha = \frac{\text{nasupr.}}{\text{hip.}} = \frac{x}{c}$
 $\sin 70^\circ = \frac{x}{32}$
 $x = 32 \cdot \sin 70^\circ$
 $x = 30,07 \text{ m}$

$R_1 = 2,2 + x$
 $R_1 = 2,2 + 30,07$
 $R_1 = 32,27 \text{ m}$



II. Dio projekta

U drugom dijelu projekta učenici su dobili upute kako izraditi seminarski rad prema zadanom predlošku u koji je trebalo postaviti slikane zadatke, ali i ostali sadržaj koji se polako gradio.

Predložak seminarskog rada koji su dobili učenici možete vidjeti na poveznici: <https://bit.ly/3uJGKvR>



U predlošku je postavljena forma, prored, fontovi i veličina slova te dijelovi seminarskog rada: naslovna strana, zadatci i njihova rješenja, opis problema i njihova rješavanja (izrada klinometra), link na video-sadržaj, izračun visine zgrade uz objašnjenje postupka te zaključak. Prvi dio seminarskog rada trebali su predati nakon pisanog dijela tako da su u seminar umetnuli svoje zadatke i slike rješenja zadataka koje su rješavali i koje su profesori već ispravili te su za njih imali povratne informacije i rješenja. To je bila prilika da se isprave sve nepravilnosti u formi seminarskog rada te da se dobije osjećaj jesu li učenici pripremljeni za idući korak.

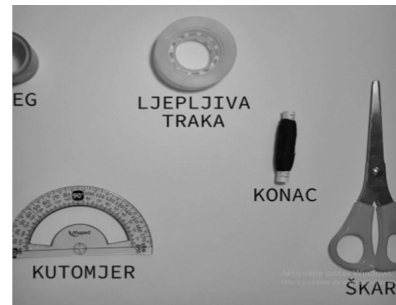
III. i IV. dio projekta

U trećem dijelu projekta učenici su izrađivali klinometar prema video-uputama koje su bile javno dostupne na stranici https://www.youtube.com/watch?v=-Je5ew-hZOW&ab_channel=OliviaN, a u četvrtom su dijelu snimali izradu klinometra te mjerenja kuta gledanja bilo koje zgrade/objekta u svojoj okolini.

U četvrtom dijelu bila je i izrada video-sadržaja, te njegovo postavljanje na YouTube kanal škole.

Ovaj dio bio je učenicima u početku vrlo zahtjevan, ali je ubrzo postao najbolji dio projekta. Susreli smo se s neočekivanim problemima, kao što je pitanje kako se snima video-sadržaj a da pritom nije vidljiv izvođač, kao i gdje će se postaviti video-sadržaj i kome će sve biti dostupan. Tada smo neplanirano morali prilagoditi dijelove jer je sigurnost na internetu bila tema koja je planirana kasnije, uz dio postavljanja sadržaja na internet. Zanimljivo je da su ti upiti dolazili profesorima matematike. Iako su učenici u ovom dijelu već obrađivali potrebne sadržaje iz informatike, još uvijek nisu u svojim glavama objedinili projekt kao zajedničku cjelinu predmeta Matematike i Informatike, tako da su sigurnost na internetu obradili dva puta, što se pokazalo dobrom odlukom.

Ovdje možete vidjeti dijelove izrade klinometra:

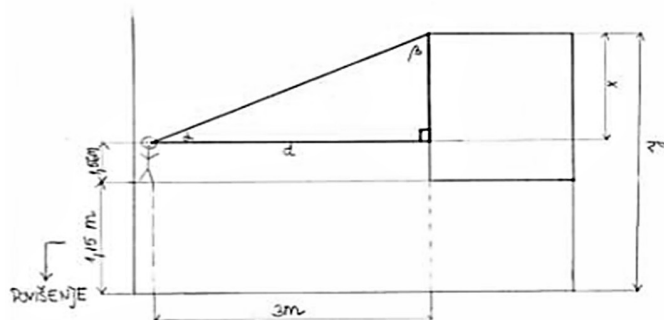


V. dio

U petom i posljednjem dijelu bio je izračun visine objekta, slikanje rješenja, postavljanje u seminarski rad, uređivanje i slanje seminarskog rada.

U ovom dijelu učenici su sami morali zaključiti koji kut mjere klinometrom, što je dijelu učenika bio problem. Oni su, naime, dobili nerealna rješenja oko kojih se dio učenika zabrinuo i pokušao riješiti zadatak na razne načine. Bilo je tu traženja pomoći na internetu, neki su se konzultirali s profesorima, neki su namještali rješenja, a nekolicina se (doduše rijetki) nije previše brinula oko neobičnih rješenja.

Ovdje možete vidjeti primjere izračuna:



$$\beta = 40^\circ$$

$$\angle = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$$d = 3\text{ m}$$

$$\operatorname{tg} \angle = \frac{x}{d}$$

$$\operatorname{tg} 50^\circ = \frac{x}{3} / \cdot 3$$

$$x = \operatorname{tg} 50^\circ \cdot 3$$

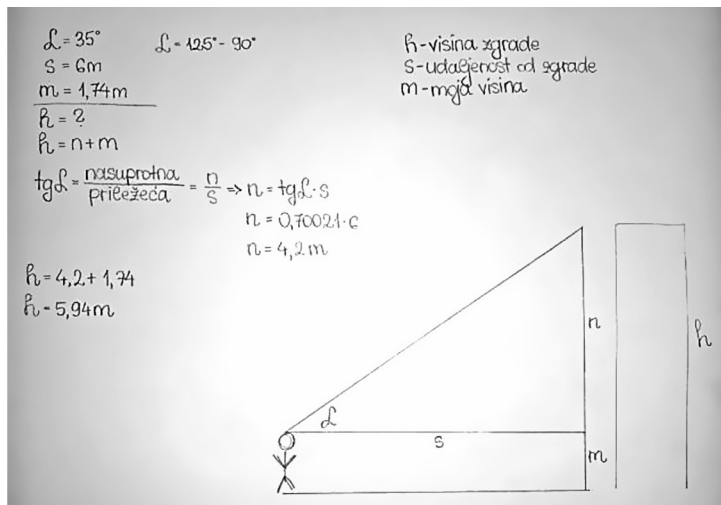
$$x = 3,58\text{ m}$$

$$h = ?$$

$$h = x + 1,15\text{ m} + 1,56\text{ m}$$

$$h = 3,58\text{ m} + 1,15\text{ m} + 1,56\text{ m}$$

$$h = 6,29\text{ m}$$



$$\angle = 35^\circ \quad \angle = 125^\circ - 90^\circ$$

$$s = 6\text{ m}$$

$$m = 1,74\text{ m}$$

$$h = ?$$

$$h = n + m$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{nasuprotna}}{\text{prieležica}} = \frac{n}{s} \Rightarrow n = \operatorname{tg} \alpha \cdot s$$

$$n = 0,70021 \cdot 6$$

$$n = 4,2\text{ m}$$

$$h = 4,2 + 1,74$$

$$h = 5,94\text{ m}$$

Jedan učenički seminar možete pogledati na poveznici:

<https://bit.ly/3yq8hUc>



Nakon svega učenici su uredili svoje video-uratkne prema uputama profesora informatike te ih postavili na internet. Jedan učenički film možete pogledati na poveznici:

<https://bit.ly/3yZfVqf>



Za potrebe projekta učenici su svladali osnovne trigonometrijske funkcije, iskoristili ih u jednostavnom izmjeru visine nekog objekta, osvrnuli se na točnost podataka i kritički ih promotrili, te ih komentirali. Naučili su napisati seminarski rad i ovladali nekima od tekst editora kojim su ga uredili, izradili i uredili. Video-sadržaj postavili su na privatni Youtube kanal vodeći pritom računa o sigurnosti na internetu.

Nakon provedenog projekta i njegove evaluacije zaključile smo da su učenici pokazali veliku kreativnost i trud, te da su pronašli smislenost sadržaja koje obrađuju, a samim time i motivaciju, što smatramo dobrim pokazateljem usvojenosti niza ishoda koje smo željeli ostvariti. Naše putovanje od užasnutih lica prilikom predstavljanja projekta do konačnih filmova na web-stranici bilo je inspirativno nama profesorima i učenicima. Iziskivalo je velik trud učenika i usvajanje više različitih sadržaja koje su morali povezati i upotrijebiti u smislenu cjelinu te izniman trud praćenja rada učenika i odgovaranja na njihove upite u svim mogućim trenucima (ponekad rano ujutro ili kasno navečer). Sav umor mentoriranja i izrade ovog projekta nestao je u zadovoljstvu učenika svojim uradcima. Naš put ovdje nije završio jer nastavljamo tragati za smislom u novim projektima.

Ključne riječi: klinometar, trigonometrija, projekt, modeliranje

Literatura:

1. https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/e9dc6e73-a21d-4877-9db6-295c4f5880a3/html/4846_Aktivnosti_za_samostalno_ucenje.html
2. <https://www.youtube.com/watch?v=-Je5ew-hZOw>