

MODEL PROPAGACIJE SIGNALA U RAZDJELNIM ELEKTROENERGETSKIM MREŽAMA U FREKVENCIJSKOM PODRUČJU OD 5 DO 30 MHz

Dr. sc. Dubravko SABOLIĆ, Zagreb

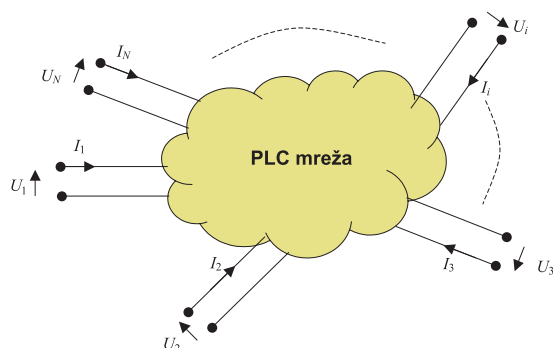
UDK 621.316.1:654.01
IZVORNI ZNANSTVENI RAD

U članku se prikazuje model propagacije visokofrekvencijskih signala razdjelnim elektroenergetskim mrežama, u frekvenzijskom području do 30 MHz, namijenjenom za širokopolasne PLC komunikacijske sustave.

Ključne riječi: Širokopolasni PLC sustavi, model propagacije, frekvenzijska domena.

1. UVOD

Elektrodistribucijska mreža u svakom slučaju ima više priključnih točaka na kojima se mogu pojavljivati različite opteretne impedancije, Z_T . Najopćenitije, ona se može ilustrirati kao na slici 1., na kojoj su označeni polariteti napona i struja na prilazima mreži u skladu s konvencijom koju ćemo primijenjivati kroz cijelo ovo poglavlje. Mi ćemo uvijek promatrati propagaciju između prilaza s rednim brojevima 1 i 2, dok na ostale prilaze mogu biti spojene bilo kakve impedancije ili neovisni izvori. Impedanciju spojene na prilaz rednog broja i zvat ćemo Z_{Tj} , a naponski izvor spojen na prilaz i zvat ćemo E_j . I impedancije i izvori moraju se pretpostaviti konstantnima za vrijeme izvođenja mjerenja. U stvarnosti, ti se parametri mijenjaju u vremenu, ali dosta sporo (minute, sati...), tako da metoda sasvim sigurno funkcioniра.



Slika 1. PLC mreža kao višeprilazni sklop, s označenim referentnim polaritetima struja i napona

Naši glavni ciljevi u ovom istraživanju su:

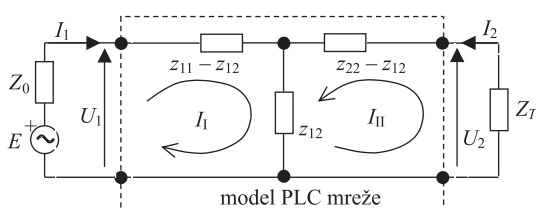
- dobiti metodu za izračunavanje/mjerenje kompleksnog faktora prigušenja između prilaza 1 i 2;
- omogućiti računanje/mjerenje utjecaja impedancija spojenih na treće prilaze mreže, osim 1 i 2.

Suštinska razlika između mjerenja i simulacije na ovome načelu je u tome da se u mjerenju mreža tretira kao crna kutija u kojoj ništa nije poznato. Rezultati dobiveni na taj način obuhvaćaju, napose, sve oblike širenja signala, bilo direkto vođenjem vala kroz vodiče, ili pak prijenosom elektromagnetskih valova izračenih u prostor s PLC strukture, pa ponovno primljenih na toj istoj mreži. Simulacija nema tu općenitost, s obzirom da se ona koristi jednadžbama linija, koje u sebi sadrže pretpostavku da se širenje vala odvija jedino TEM modom kroz prijenosne linije koje se nalaze u mreži. Stoga je vrlo interesantno usporediti rezultate dobivene na jedan i drugi način.

2. OSNOVNA ANALIZA PROPAGACIJE U DVOPRILAZNOM MODELU MREŽE

Osnovna analiza temelji se na izračunavanju propagacije između dva prilaza PLC mreži preko njenih z parametara, izraženih pomoću impedancija koje se mogu mjeriti na ulazima u mrežu. Vidjet ćemo da je u svakom slučaju moguće izračunati kompleksni faktor prigušenja mjereći impedancije koje se vide na prilazima mreži, uz poznate uvjete na ostalim prilazima. Započet ćemo najjednostavnijim i najvažnijim slučajem, kada promatramo prigušenje između dva prilaza, dok su svi ostali prilazi zaključeni vremenski nepromjenjivim zaključnim impedancijama. To znači da

za vrijeme koje je potrebno za izvođenje triju potrebnih mjerenja nema promjena u zaključenjima preostalih (skrivenih) prilaza. Veličine potrebne za izračunavanje prigušenja možemo ekstrahirati iz dva mjerenja s jednog prilaza, dok je onaj drugi u praznom hodu, odnosno kratkom spoju, te jednog mjerenja s drugog prilaza, dok je prvi u praznom hodu (ili kratkom spoju). Zbog prirode naše metode, koja se sastoji u mjerenju ili simulaciji impedancija, najpogodniji oblik parametara mreže jesu z parametri. Modelirajući pasivnu, linearnu i vremenski stalnu PLC mrežu z -parametrima, dobivamo nadomjesnu shemu za računanje prigušenja prikazanu na slici 2.



Slika 2. Nadomjesna shema PLC medija zaključenog na dva prilaza, koja služi za određivanje prigušenja, U_1/U_2 , između prilaza 1 i 2. Svi ostali prilazi zaključeni su konstantnim impedancijama.

Jednadžbe konturnih struja glase:

$$\begin{aligned} I_1 (Z_0 + z_{11}) + I_{II} z_{12} &= E \\ I_1 z_{12} + I_{II} (Z_T + z_{22}) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Naponi i struje na prilazima četveropolu su:

$$\begin{aligned} U_1 &= E - Z_0 I_1 \\ U_2 &= -I_2 Z_T \\ I_1 &= I_I; \quad I_2 = I_{II}. \end{aligned} \quad (2)$$

Iz toga slijede rješenja za struje I_1 i I_2 :

$$\begin{aligned} I_1 &= E \frac{Z_T + z_{22}}{(Z_T + z_{22})(Z_0 + z_{11}) - z_{12}^2} \\ I_2 &= -E \frac{z_{12}}{(Z_T + z_{22})(Z_0 + z_{11}) - z_{12}^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Izraz u nazivniku, koji je determinanta matrice sustava, označavat ćemo kraće kao:

$$\Delta = (Z_T + z_{22})(Z_0 + z_{11}) - z_{12}^2$$

Naponi na prilazima iznose:

$$\begin{aligned} U_1 &= E \frac{\Delta - Z_0(Z_T + z_{22})}{\Delta} \\ U_2 &= -E \frac{Z_T z_{12}}{\Delta}. \end{aligned} \quad (4)$$

Iz toga slijedi opći izraz za prigušenje napona, izražen z parametrima i opterećenim impedancijama:

$$\Gamma = \frac{U_1}{U_2} = \frac{(Z_T + z_{22}) \cdot z_{11} - z_{12}^2}{Z_T z_{12}}. \quad (5)$$

Prigušenje napona uopće ne ovisi o impedanciji izvora signala, Z_0 , na prilazu 1. Izrazit ćemo i druge omjere napona prisutnih u ovoj mreži. Parametri z_{11} i z_{22} definirani su kao impedancije koje se vide s prilaza 1, odnosno 2, kada je onaj drugi prilaz u praznom hodu. Prema tome, ova se dva parametra dobivaju direktno:

$$z_{11} = Z_1^P; \quad z_{22} = Z_2^P \quad (6)$$

Ovdje i dalje, oznaka Z_i^P obilježava impedanciju koja se vidi (mjeri) s prilaza i , kada je onaj drugi prilaz, ili svi drugi prilazi u višeprilaznoj mreži, u praznom hodu. Isto tako, oznaka Z_i^K obilježava impedanciju koja se vidi (mjeri) s prilaza i , kada je onaj drugi prilaz u kratkom spoju, te kada su svi ostali prilazi u višeprilaznoj mreži u praznom hodu. Da bi se odredio parametar z_{12} , potrebno je provesti još jedno mjerenje, npr. mjerenje impedancije s prilaza 1, kada je prilaz 2 u kratkom spoju:

$$Z_1^K = z_{11} - \frac{z_{12}^2}{Z_{22}} \Rightarrow z_{12} = \sqrt{Z_2^P (Z_1^P - Z_1^K)} \quad (7)$$

Korijen ima dva rješenja pomaknuta za 180° u kompleksnoj ravnini. Kasnije ćemo vidjeti da ta dvojnost zapravo ne predstavlja nikakav problem, kada je riječ o računanju prigušenja u dvoprilaznoj mreži. No, kod poopćenja metode na N -prilazne mreže bit će važno poznavati točan iznos amplitude i faze prigušenja, pa će se pitanje predznaka ovoga korijena morati razriješiti. Neodređenost u predznaku u osnovi dolazi iz činjenice da naša mjerenja na dvije strane mreže nisu vremenski sinkronizirana. No, ona se može razriješiti na temelju fizikalnog značenja transimpedancija u z matricama. O tome kasnije. Za sada, u daljnjim računima zadržavamo pozitivan predznak. Isti parametar, z_{12} , može se izraziti i na drugi način, iz pokusa kratkog spoja izvedenog na drugom prilazu:

$$z_{12} = \sqrt{Z_1^P (Z_2^P - Z_2^K)}. \quad (8)$$

Koristeći mjerene podatke iz (6) i (7), opći izraz za prigušenje prema (5) možemo napisati kao:

$$\Gamma = \frac{Z_T Z_1^P + Z_1^K Z_2^P}{Z_T \sqrt{Z_2^P (Z_1^P - Z_1^K)}}. \quad (9)$$

Alternativan izraz dobiva se pomoću podataka iz (8) umjesto iz (7):

$$\Gamma = \frac{Z_1^P (Z_T + Z_2^K)}{Z_T \sqrt{Z_1^P (Z_2^P - Z_2^K)}}. \quad (10)$$

Lako je dokazati da su potonja dva izraza u svakom slučaju identična.

Prigušenje napona kod propagacije s prilaza 1 na prilaz 2, kada je prilaz 2 neopterećen ($Z_T \rightarrow \infty$), je:

$$\Gamma^P = \frac{Z_1^P}{\sqrt{Z_1^P(Z_2^P - Z_2^K)}} = \frac{Z_1^P}{\sqrt{Z_2^P(Z_1^P - Z_1^K)}}. \quad (11)$$

Decibelski izraz za amplitudno-frekvencijsku karakteristiku prigušenja je:

$$\Gamma_{dB} = 20 \log |\Gamma| = 10 \log |\Gamma|^2 = 10 \log \left| \frac{(Z_T Z_1^P + Z_1^K Z_2^P)^2}{Z_T^2 Z_2^P (Z_1^P - Z_1^K)} \right|. \quad (12)$$

Fazno-frekvencijska karakteristika prigušenja napona može se izračunati ovako:

$$\text{Arg} \Gamma = \text{Arg} \Gamma^P = \frac{1}{2} \text{Arg} \frac{(Z_T Z_1^P + Z_1^K Z_2^P)}{Z_T \sqrt{Z_2^P (Z_1^P - Z_1^K)}}. \quad (13)$$

Svi izvedeni izrazi u pogodnoj su formi da se mogu normirati na impedanciju izvora Z_0 , koja će u stvari biti impedancija mjernog instrumenta, jednaka 50Ω . Mjerenja na kojima će se bazirati modeliranje obaviti će se mjernim instrumentom Anritsu Site Master S114B. Podaci se izvorno dobivaju u obliku kompleksnog faktora refleksije u odnosu na impedanciju instrumenta. Podaci koje instrument daje su decibelski iznos faktora refleksije i iznos kuta faktora refleksije izražen u radijanima. Dakle:

$$\text{raspoloživi mjerni podaci:} \quad \begin{matrix} R = 20 \log \rho \text{ [dB]} \\ \varphi \text{ [rad]} \end{matrix}$$

Modul faktora refleksije dobivamo iz mjerenog rezultata kao: $\rho = 10^{R/20}$, pa prema tomu dalje radimo s podacima (ρ, φ), pri čemu je faktor refleksije jednak $F = \rho \exp(j\varphi)$. Kako je faktor refleksije jednak $F = (Z - Z_0)/(Z + Z_0)$, impedancija normirana na Z_0 , kojoj odgovara faktor refleksije F iznosi:

$$\begin{aligned} z = \frac{Z}{Z_0} &= \frac{1 + \rho \cdot e^{j\varphi}}{1 - \rho \cdot e^{j\varphi}} = \frac{1 + \rho(\cos \varphi + j \sin \varphi)}{1 - \rho(\cos \varphi + j \sin \varphi)} = \\ &= \frac{1 - \rho^2 + j 2\rho \sin \varphi}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos \varphi}. \end{aligned}$$

Dakle, kompleksna normirana impedancija, $z = r + jx$, ima sljedeće komponente:

$$\begin{aligned} r &= \frac{1 - \rho^2}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos \varphi} \\ x &= \frac{2\rho \sin \varphi}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos \varphi} \end{aligned} \quad (14)$$

Vrijedi, naravno, da je $R + jX = Z_0(r + jx)$. Argument i fazni kut ove impedancije su:

$$\begin{aligned} |z| &= \frac{\sqrt{(1 - \rho^2)^2 + 4\rho^2 \sin^2 \varphi}}{1 + \rho^2 - 2\rho \cos \varphi} \\ \text{Arg} z &= A \tan \frac{2\rho \sin \varphi}{1 - \rho^2} \end{aligned} \quad (15)$$

3. PROŠIRENJE METODE NA MREŽE S VIŠE OD DVA PRILAZA

Neka pasivna linearna mreža određena je u potpunosti svojim z parametrima. Budući da su z matrice takvih mreža simetrične prema glavnoj dijagonali, za N -prilaznu mrežu potrebno je mjerenjima pronaći $N(N+1)/2$ parametara (impedancija). Drugim riječima, mrežom koja sadrži toliko impedancija, ako se u njoj može napisati N linearno nezavisnih jednažbi konturnih struja, moguće je jednoznačno modelirati nepoznatu mrežu. Mi, međutim, nećemo mjeriti izravno z parametre, jer to zahtijeva dvostrana istodobna i sinkronizirana mjerenja na prilazima. Umjesto toga, mi ćemo načiniti ukupno $N(3N-1)/2$ mjerenja, dakle nešto više, ali će ta mjerenja biti jednostavnoga tipa, i bit će izvedena isključivo na po jednom prilazu u jedno vrijeme. Za mreže s vrlo velikim N , omjer broja mjerenja u našoj metodi i broja mjerenja kod direktnog određivanja z parametara težiti će ka 3, ali npr. za troprilaznu mrežu on će biti svega dvaput veći, dok će kod četverprilazne mreže biti veći za faktor 11/3. Veliki dobitak za tu cijenu je mjerenje bez ikakve potrebe za sinkronizacijom mjerene aparature i njenim fizičkim povezivanjem na različitim lokacijama diljem promatrane razvodne mreže, čiji prostorni gabariti mogu biti izuzetno veliki.

Naponi i struje na prilazima mreži prema slici 1. povezani su sljedećim skupom jednažbi:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \vdots \\ U_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & \cdots & Z_{2N} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & \cdots & Z_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & Z_{N3} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Parametri z_{ij} određeni su izrazom:

$$z_{ij} = \frac{U_i}{I_j} \Big|_{I_k=0 \quad \forall \{k \in [1, N] \mid k \neq j\}}. \quad (17)$$

Dakle, z parametar s indeksom ij određen je omjerom napona na prilazu i i struje na prilazu j , kada su struje na svim drugim prilazima jednake nuli, tj. kada su svi drugi

prilazi u praznom hodu. No, s obzirom da su svi drugi prilazi u praznom hodu, struju I_j možemo izraziti kao omjer napona U_j i impedancije koja se vidi s prilaza j kada su svi drugi prilazi u praznom hodu, tj. $I_j = U_j / Z_j^P$. Iz definicije (17) vidi se da je $Z_j^P = z_{jj}$, tako da parametar z_{jj} možemo izraziti kao:

$$z_{jj} = \frac{U_j}{I_j} \Big|_{k=0 \forall \{k \in [1, N] | k \neq j\}} = \frac{U_j}{U_j / Z_j^P} = \frac{Z_j^P}{(U_j / U_j)^P} = \frac{z_{jj}}{\Gamma_{j,i}^P}. \quad (18)$$

Gornji indeks P označuje da su svi drugi osim j -tog prilaza u praznom hodu. Oznaka $\Gamma_{j,i}^P$ obilježava prigušenje napona pri propagaciji s prilaza j na prilaz i , kada su svi drugi prilazi mreže u praznom hodu. Kako se mjeri prigušenje napona između dva prilaza, dok su svi drugi u čvrsto definiranom stanju, proučili smo ranije. Možemo napisati dva ekvivalentna izraza za prigušenje s prilaza j prema prilazu i :

$$\Gamma_{j,i}^P = \frac{Z_j^P}{\sqrt{Z_j^P(Z_i^P - Z_j^K)}} = \frac{Z_j^P}{\sqrt{Z_i^P(Z_j^P - Z_j^K)}}. \quad (19)$$

Da bismo, dakle, pronašli kompleksno prigušenje $\Gamma_{j,i}^P$, moramo izvršiti 3 mjerenja. U N -prilaznoj pasivnoj linearnoj mreži postoji ukupno $1 + 2 + 3 + \dots + (N-1) = N(N-1)/2$ različitih z_{ij} parametara s nejednakim indeksima, $i \neq j$. To je zato što je z matrica dijagonalno simetrična. Gledajući dijagonalnih parametara, z_{jj} , za njihovo određivanje dovoljno je samo jedno mjerenje impedancije s prilaza j , dok su svi drugi prilazi u praznom hodu, jer su ti parametri jednaki impedancijama koje se vide s prilaza j , dok su svi ostali neopterećeni. Iz toga slijedi da je ukupan broj mjerenja potreban u našoj metodi, koja moramo poduzeti da bismo odredili sve z parametre N -prilazne mreže, jednak $N + 3N(N-1)/2$, odnosno $N(3N-1)/2$, kao što smo već ranije naveli. Određivši na opisani način sve potrebne dijagonalne z parametre i prigušenja, z matricu iz (16) možemo napisati u ovom obliku:

$$[z_{ij}] = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{22}/\Gamma_{2,1}^P & z_{33}/\Gamma_{3,1}^P & \dots & z_{jj}/\Gamma_{j,1}^P & \dots & z_{NN}/\Gamma_{N,1}^P \\ z_{11}/\Gamma_{1,2}^P & z_{22} & z_{33}/\Gamma_{3,2}^P & \dots & z_{jj}/\Gamma_{j,2}^P & \dots & z_{NN}/\Gamma_{N,2}^P \\ z_{11}/\Gamma_{1,3}^P & z_{22}/\Gamma_{2,3}^P & z_{33} & \dots & z_{jj}/\Gamma_{j,3}^P & \dots & z_{NN}/\Gamma_{N,3}^P \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{11}/\Gamma_{1,j}^P & z_{22}/\Gamma_{2,j}^P & z_{33}/\Gamma_{3,j}^P & \dots & z_{jj} & \dots & z_{NN}/\Gamma_{N,j}^P \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{11}/\Gamma_{1,N}^P & z_{22}/\Gamma_{2,N}^P & z_{33}/\Gamma_{3,N}^P & \dots & z_{jj}/\Gamma_{j,N}^P & \dots & z_{NN} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Dakle, element matrice z_{ij} može se izračunati iz pripadajućeg dijagonalnog elementa, z_{jj} , i iz prigušenja $\Gamma_{j,i}^P$. Naravno, prigušenje s prilaza j na isti taj prilaz j jednako je 1, tj: $\Gamma_{j,i}^P = 1$. Stoga na glavnoj dijagonali preostaju samo dijagonalni z parametri. Vrijedi:

$$z_{ij} = \frac{z_{jj}}{\Gamma_{j,i}^P} = \frac{z_{jj}}{\Gamma_{i,j}^P} = \sqrt{Z_i^P(Z_j^P - Z_j^K)} = \sqrt{Z_j^P(Z_i^P - Z_i^K)}. \quad (21)$$

Napomenimo ovdje vrlo važnu stvar: impedancije koje su u (21) označene velikim slovom Z , s odgovarajućim indeksima, predstavljaju *izmjerene (ili izračunate) impedancije dvoprilaznog sklopa* (četveropola) s prilazima i i j , dok su svi drugi prilazi mreže apstrahirani. Stoga u njima vrijedi, kao što smo ranije već dokazali, strogi identitet: $Z_j^P Z_i^K = Z_i^P Z_j^K$. Iz gornje je jednadžbe lako provjeriti da je taj identitet ekvivalentan sa sljedećim:

$$z_{ij} \cdot \Gamma_{i,j}^P = z_{ii} \cdot \Gamma_{j,i}^P \quad (22)$$

koji izriče da su z parametri sa zamijenjenim poretkom indeksa međusobno identični, tj. da je z matrica, naravno, simetrična u odnosu na glavnu dijagonalu.

Time smo završili opis ekstrakcije z parametara nepoznate mreže iz mjernih podataka o impedancijama koje se vide s prilaza te mreže. Sada ćemo nastaviti s određivanjem kompleksnog faktora prigušenja napona prilikom propagacije između dva prilaza u N -prilaznoj mreži, u kojemu će se reflektirati i utjecaj impedancija spojenih na ostale prilaze mreži. Promatrat ćemo propagaciju s izvora (odašiljača) spojenog na prilaz 1, prema prilazu rednog broja i . Naponi na prilazima mreži prema slici 1 jednaki su $U_i = E_i - Z_{Ti} I_i$, E_i su nezavisni naponski izvori spojeni na i -te prilaze tako da im se referentni polaritet poklapa s referentnim smjerom struja I_i , Z_{Ti} su opteretne impedancije spojene izvana na prilaze i . U sljedećim razmatranjima staviti ćemo da su svi naponski izvori, osim onoga na prilazu 1, jednaki nuli, dakle, $E_i = 0$, $i \in [2, N]$. Tako (20) poprima oblik:

$$\begin{bmatrix} E_1 - Z_{T1} I_1 \\ -Z_{T2} I_2 \\ -Z_{T3} I_3 \\ \vdots \\ -Z_{TN} I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & \dots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & \dots & z_{2N} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} & \dots & z_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{N1} & z_{N2} & z_{N3} & \dots & z_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix}, \quad (23)$$

odnosno:

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} + Z_{T1} & z_{12} & z_{13} & \dots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} + Z_{T2} & z_{23} & \dots & z_{2N} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} + Z_{T3} & \dots & z_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{N1} & z_{N2} & z_{N3} & \dots & z_{NN} + Z_{TN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Prema Cramerovom pravilu, rješenja za struje I_j glase:

$$I_j = E_1 \cdot \frac{\Delta_j}{\Delta}. \quad (25)$$

Determinante u ovoj formuli definirane su kao:

$$\Delta = \det \begin{bmatrix} z_{11} + Z_{T1} & z_{12} & z_{13} & \dots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} + Z_{T2} & z_{23} & \dots & z_{2N} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} + Z_{T3} & \dots & z_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{N1} & z_{N2} & z_{N3} & \dots & z_{NN} + Z_{TN} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\Delta_j = \det \begin{bmatrix} z_{11} + Z_{T1} & z_{12} & z_{13} & \dots & 1 & \dots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} + Z_{T2} & z_{23} & \dots & 0 & \dots & z_{2N} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} + Z_{T3} & \dots & 0 & \dots & z_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{j1} & z_{j2} & z_{j3} & \dots & 0 & \dots & z_{jN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{N1} & z_{N2} & z_{N3} & \dots & 0 & \dots & z_{NN} + Z_{TN} \end{bmatrix} \quad (27)$$

U (27), j -ti stupac zamijenjen je vertikalnim vektorom s jedinicom na prvom mjestu, i nulom na svim ostalima. Znajući sada rješenja za sve struje, sređivanjem lako dobivamo opći izraz za prigušenje napona prilikom propagacije s prilaza l na bilo koji drugi prilaz rednog broja i , $i \in [2, N]$, kao:

$$\Gamma_{1,i} = \frac{U_1}{U_i} = \frac{\sum_{k=1}^N z_{1k} \Delta_k}{\sum_{k=1}^N z_{ik} \Delta_k} = - \frac{\sum_{k=1}^N z_{1k} \Delta_k}{\Delta_i \cdot Z_{Ti}} \quad (28)$$

4. ODREĐIVANJE PREDZNAKA TRANSIMPEDANCIJA

U (21) nalazi se definicija transimpedancije, z_{ij} . Kada se transimpedancija određuje metodom mjerenja impedancija na prazno i na kratko, dakle bez vremenski sinkroniziranog mjerenja na prilazima i i j , u izrazima se uvijek pojavljuju korijeni iz kompleksnih brojeva, npr. $\sqrt{Z_i^P (Z_j^P - Z_j^K)}$. Sve impedancije koje se pojavljuju u tom izrazu su "prave", odnosno izmjerene impedancije, pa stoga njihovi realni dijelovi u linearnim pasivnim mrežama moraju biti isključivo pozitivni po predznaku. Međutim, transimpedancija ne mora imati osobine prave impedancije. Ona je u stvari faktor koji povezuje napon na jednom prilazu sa strujom na drugom, u okolnostima određenim definicijom z parametara. U općenitoj mreži taj odnos, po amplitudi i po faznom kutu, može biti bilo kakav. Stoga nije korektno zahtijevati da transimpedancija ima pozitivan realni dio. Time bi se kategorija mreža koje se mogu u potpunosti opisati z parametrima svela samo na one mreže, kod kojih fazni pomak između struje na jednom prilazu i napona na drugome, dok je taj u praznom hodu, ne izlazi izvan okvira $\pm\pi/2$. Ono što nama treba je transimpedancija koja dopušta fazni kut između tih dviju veličina u rasponu $\pm\pi$.

Pogledamo li izraz za prigušenje u dvoprilaznoj mreži, (9), vidjet ćemo da je, ukoliko ne obraćamo pažnju na predznak korijena kojim se određuje z_{12} , kompleksno

prigušenje moguće izračunati točno do na predznak. Što se tiče modula faktora prigušenja, predznak z_{12} nije važan. Faza faktora prigušenja zbog krivog predznaka i sama mijenja predznak, odnosno, imaginarni dio faktora prigušenja mijenja predznak. Sve u svemu, za naš propagacijski model, odnosno mjernu metodu, nevažan je predznak transimpedancije z_{12} , dokle god se zadržavamo na modeliranju mreže dvoprilaznim sklopom (četveropolom).

No, želimo li u razmatranje uključiti ukupno N prilaza, z parametre ćemo ekstrahirati iz mjerenih impedancija, a već letimičnim pogledom na (20) vidimo da u tom slučaju moramo poznavati točne iznose kompleksnih brojeva faktora prigušenja koji se tamo pojavljuju, što uključuje i poznavanje predznaka. Računanjem determinanti sustava lako ćemo se uvjeriti da, osim predznaka, i njihovi iznosi ovise o predznacima transimpedancija.

Rješavanje ovoga problema započet ćemo razmatranjem najjednostavnijeg slučaja zamislivog u PLC sustavima, kada čitav promatrani dvoprilazni sklop čini jedan odsječak prijenosne linije duljine l . Prema [4], napon i struja na mjestu udaljenom z metara od tereta kojim je linija zaključena su:

$$U(z) = U_0^+ (e^{-\gamma z} + \rho e^{\gamma z}); \quad (29)$$

$$I(z) = \frac{U_0^+}{Z_0} (e^{-\gamma z} - \rho e^{\gamma z}).$$

U_0^+ je kompleksni napon vala koji putuje u smjeru $+z$, a ρ je kompleksni faktor refleksije na teretu spojenom u točki $z = 0$. Konstanta γ je kompleksni faktor širenja ($\alpha + j\beta$), u smislu u kakvom je već korišten u ovome poglavlju. Promatrat ćemo odnos napona na otvorenom kraju linije ($z = 0$) i struje na drugom kraju ($z = -l$). Budući da je faktor refleksije jednak $+1$, ovaj odnos evidentno iznosi:

$$z_{12} = \frac{U(0)}{I(-l)} = \frac{Z_0}{\sinh \gamma l} = \frac{Z_0}{\sinh \alpha l \cdot \cos \beta l + j \cdot \cosh \alpha l \cdot \sin \beta l} \quad (30)$$

Modul i argument transimpedancije z_{12} su dakle:

$$|z_{12}| = \frac{Z_0}{\sqrt{(\sinh \alpha l \cdot \cos \beta l)^2 + (\cosh \alpha l \cdot \sin \beta l)^2}};$$

$$\text{Arg}(z_{12}) = -A \tan \left(\frac{\cosh \alpha l \cdot \sin \beta l}{\sinh \alpha l \cdot \cos \beta l} \right) \quad (31)$$

Kada je prigušenje vrlo malo, vrijedi približno:

$$|z_{12}| = Z_0 / |\sin \beta l|; \quad \text{Arg}(z_{12}) = \pm\pi/2.$$

Kada je prigušenje veliko, približne relacije su:

$$|z_{12}| = Z_0 e^{-\alpha l}; \quad \text{Arg}(z_{12}) = -\beta l.$$

Ako je ukupno prigušenje, $e^{-\alpha l}$, zanemarivo, mreža nema gubitke, a svi z parametri u njoj moraju imati imaginarne

vrijednosti [4], tako da fazni pomaci između struje na jednom prilazu i napona na drugom prilazu koji je u praznom hodu mogu biti samo $+\pi/2$ ili $-\pi/2$.

U PLC sustavima zanimljiviji je drugi slučaj, jer električne razvodne mreže na visokim frekvencijama uvijek, osim na najkraćim udaljenostima, imaju velike iznose prigušenja. Tada fazni kutovi transimpedancija mogu poprimiti bilo kakve vrijednosti, odnosno, određeni su zapravo fizičkim gabaritima mreže. Lako je, naime, pokazati da se u pogledu karakterističnih frekvencija fazne karakteristike situacija ne mijenja, ako je mreža strukturirana tako da u sebi sadrži odsječke linija iste duljine, l . Nadalje, mnoge elektrodistribucijske mrežne strukture, pogotovu one unutar zgrada, građene su kao prostorno periodičke strukture.

Dakle, u PLC mrežama s visokim prigušenjem fazni kut transimpedancije može biti bilo kakav, s tim da je on općenito razmjerni frekvenciji i duljini sastavnih odsječaka mreže (naime, $\text{Arg}(z_{12}) = -\beta l$). Razmotrimo sada jedan način određivanja predznaka korijena

$\sqrt{Z_1^P(Z_2^P - Z_2^K)}$. Primijetimo da je $\text{Arg}(z_{12}^2) = \text{Arg}(Z_1^P) + \text{Arg}(Z_2^P - Z_2^K)$. Kvadrat napona U_1 , dok je prilaz 1 u praznom hodu, dobiva fazni pomak u odnosu na kvadrat struje I_2 zato što impedancija Z_1^P ima izvjesni fazni pomak, te zato što razlika $Z_2^P - Z_2^K$ također unosi određeni fazni pomak. Prvi slučaj nastaje zbog kompleksnosti ulazne impedancije vidljive na prilazu 2, dok je prilaz 1 u praznom hodu, a drugi reprezentira propagaciju kroz preostali dio mreže. Impedancija Z_1^P je prava (mjerena) impedancija, koja se uvijek nalazi u prvom ili u četvrtom kvadrantu kompleksne ravnine, a njezin fazni pomak je isključivo u granicama $[-\pi/2, +\pi/2]$. Naprotiv, razlika $Z_2^P - Z_2^K$ nije prava impedancija, a njezin fazni pomak može biti bilo gdje u području $[0, 2\pi]$. Prilikom računanja kutova moramo pripaziti na predznake koje uzimamo. Naime, kod računanja pomoću elektroničkih računala, argumenti kompleksnih brojeva izražavaju se uvijek kao glavna vrijednost funkcije Atan kvocijenta imaginarnog i realnog dijela, što izaziva dvoznačnost u domeni $[0, 2\pi]$. Stoga

ćemo kod računanja $\sqrt{Z_1^P(Z_2^P - Z_2^K)}$ izračunati posebno

$$|z_{12}| = \sqrt{|Z_1^P(Z_2^P - Z_2^K)|} \text{ a posebno}$$

$\text{Arg } z_{12} = \text{Arg} \sqrt{Z_1^P(Z_2^P - Z_2^K)}$, pri čemu je $\text{Arg}(z_{12}) \in [0, 2\pi]$. Iz toga će biti: $z_{12} = |z_{12}| \times \exp(j \text{Arg } z_{12})$. Argument transimpedancije ćemo izračunati kao:

$$\text{Arg}(z_{12}) = \text{Arg}^{[-\pi/2, +\pi/2]}(Z_1^P)/2 + \text{Arg}^{[0, 2\pi]}(Z_2^P - Z_2^K)/2,$$

gdje je: (32)

- $\text{Arg}^{[-\pi/2, +\pi/2]}(Z_1^P)/2$ je polovina argumenta od Z_1^P izraženog u kutovima između $-\pi/2$ i $+\pi/2$ rad, odnosno između -90° i $+90^\circ$ (npr. ako je fazni kut od Z_1^P jednak -60° , onda je rezultat -30° ; ako je fazni kut od Z_1^P jednak $+50^\circ$, onda je rezultat $+25^\circ$).

- $\text{Arg}^{[0, 2\pi]}(Z_2^P - Z_2^K)/2$ je polovina argumenta razlike impedancija Z_2^P i Z_2^K , izražena kutom koji je isključivo izražen kao broj između 0 i 2π rad, odnosno između 0 i 360° . Naprimjer, ako je $Z_2^P = (5-j10) \Omega$, a $Z_2^K = (7+j4) \Omega$, tada je $Z_2^P - Z_2^K = (-2-j14) \Omega$, odnosno, $\text{Arg}(Z_2^P - Z_2^K) = 261,87^\circ$, odnosno, $\text{Arg}^{[0, 2\pi]}(Z_2^P - Z_2^K)/2 = 130,93^\circ$.

Pogledajmo kako to funkcionira na cjelovitom primjeru. Neka su izmjereni podaci ovakvi:

$$Z_1^P = (55-j20) \Omega; Z_2^P = (65-j35) \Omega; Z_2^K = (30+j50) \Omega.$$

Računamo:

$$|z_{12}|^2 = |55-j20| \times |(65-30)-j(35+50)| = 5379,71 \Omega^2 \\ \Rightarrow |z_{12}| = 73,35 \Omega.$$

$$\text{Arg}(z_{12}) = 0,5 \times \text{Arg}^{[-\pi/2, +\pi/2]}(55-j20) + 0,5 \times \text{Arg}^{[0, 2\pi]}((65-30)-j(35+50)) = 0,5 \times (-19,98^\circ) + 0,5 \times 292,38^\circ = 126,21^\circ.$$

$$\text{Dakle, } z_{12} = 73,35 \Omega \times (\cos 126,21^\circ + j \sin 126,21^\circ) = (-43,33+j59,33) \Omega.$$

5. SIMULACIJA ODSJEČAKA KOD KOJIH SE PRIJENOS NE ODVIJA PO ISTOM PARU VODIČA

Prethodni odjeljak obuhvaća osnovnu metodu simulacije i jedan primjer gdje se propagacija u mreži odvija po istom paru vodiča u korištenom trožilnom kabelu. U realnosti postoje situacije zbog kojih je nužno razraditi model za simulaciju odsječaka u kojima signal ne propagira po istom paru vodiča, već se barem negdje u mreži širenje odvija preslušavanjem između različitih parova vodiča u kabelima. Nas kod razrade propagacijskog modela ne zanima u prvom redu preslušavanje kao takvo, u onom štetnom smislu, nego utjecaj prijenosa takvim dionicama na ukupne propagacijske osobine kanala. Kada je riječ o prijenosu komunikacijskih signala PLC mrežama, on se injektira u mrežu na dva osnovna načina:

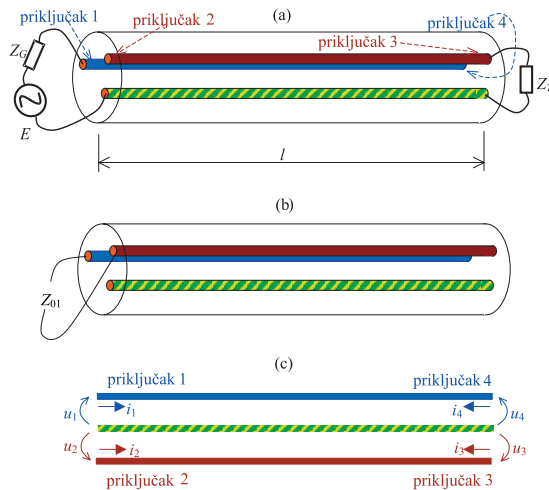
- pobudom između faznog i neutralnog vodiča; ili bolje
- pobudom između neutralnog i zaštitnog vodiča (za što je, međutim, potrebno izvesti određeno prethodno kondicioniranje postojeće mreže).

U prvom slučaju se u zgradama s trofaznim priključkom evidentno može dogoditi da se signal šalje po jednom, a prima po drugom faznom vodiču. To se može učiniti namjerno, ali, isto tako, moguće je da nema drugog izbora, ili čak da se uopće ne zna za takvu činjenicu. Pritom je u svakom slučaju neutralan vodič uvijek zajednički. U drugom slučaju nema takve opasnosti, ali se može pojaviti potreba za simuliranjem utjecaja spajanja određenih impedancija između nekog od faznih i neutralnog vodiča na propagacijske prilike u mreži sazdanj od para neutralnog i zaštitnog vodiča. Takav je utjecaj prisutan zbog postojeće

sprege između vodiča, ali je on, naravno, znatno prigušen u odnosu na utjecaj iste takve impedancije spojene na pravi priključak mreže.

Razmotrivši ove moguće scenarije, nalazimo da je za cjelovito modeliranje prijenosa visokofrekvencijskih signala razvodnim mrežama potrebno poznavati model propagacije preslušavanjem u trožičnoj strukturi, gdje je jedna žica zajednička. Pod trožičnom strukturom razumijemo bilo koji tro- ili višezilni kabel, u kojem promatramo propagaciju između dva priključka načinjena na tri vodiča, pri čemu je jedan zajednički. Analizu ćemo započeti uvodom o spregnutim linijama prema [4], zbog uvida u osnovna fizikalna svojstva propagacije po spregnutim linijama. Odredit ćemo izraze kojima se elementi ekvivalentne sheme mogu izračunati iz impedancija jednostavne prijenosne strukture bez preslušavanja (slanje i prijam na istom paru vodiča), čime ćemo omogućiti jednostavno simuliranje odsječaka s preslušavanjem, na temelju izračunavanja impedancija prisutnih na “običnim” linijama. Postupak baziran na jednostavnoj općoj teoriji spregnutih linija daje jednostavne analitičke izraze za potpuno simetrične trožilne kabele.

Na slici 3. prikazan je odsječak kabela s označenim načinom prijenosa signala (a), zatim s konfiguracijama u kojima su se mjerile valne impedancije, te sa shematskim prikazom (d). Na dovoljno niskim frekvencijama, na kojima se ne mogu razviti valovodni modovi, ovakvim linijama mogu propagirati dva moda: tzv. parni (engl. even mode) i neparni (engl. odd mode). Ukupne karakteristike dobivaju



Slika 3. (a) Prijenos signala se odvija preslušavanjem. Pobuđuje se jedan par vodiča (npr. plavi-žutozeleni), a prijam na drugom kraju vrši se na drugom paru vodiča (npr. smeđi-žutozeleni). (b) Valna impedancija Z_{01} mjeri se priključivanjem na dva vodiča u trožilnom kabele. Treći vodič se ne pobuđuje. Zbog simetrije je svejedno koji par se koristi. (c) Shematski prikaz definicije struja i napona strukture na slici (a), nacrtan plošno zbog bolje preglednosti.

se superpozicijom ta dva moda. Bez ulaženja u izvod, koji je dan u [4], navest ćemo gotove izraze za z parametre ovakvog četveroprilaznog sklopa, uz definicije struja i napona kao na slici 3.

Z_{0e} je valna impedancija kada je linija pobuđena u parnom modu, tj. kada su struje priključaka 1 i 2, odnosno 3 i 4, međusobno jednake po iznosu i po fazi. Z_{0o} je valna impedancija kada je linija pobuđena u neparnom (diferencijalnom) modu, tj. kada su struje priključaka 1 i 2, odnosno 3 i 4, međusobno jednake po amplitudi, a suprotne po fazi.

$$Z_{11} = Z_{22} = Z_{33} = Z_{44} = \frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{2} \cdot \coth[\alpha(f) \cdot l + j \cdot \beta \cdot l];$$

$$Z_{12} = Z_{21} = Z_{34} = Z_{43} = \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{2} \cdot \coth[\alpha(f) \cdot l + j \cdot \beta \cdot l];$$

$$Z_{13} = Z_{31} = Z_{24} = Z_{42} = \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{2 \cdot \sinh[\alpha(f) \cdot l + j \cdot \beta \cdot l]}; \quad (33)$$

$$Z_{14} = Z_{41} = Z_{23} = Z_{32} = \frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{2 \cdot \sinh[\alpha(f) \cdot l + j \cdot \beta \cdot l]}.$$

Recimo da želimo izračunati kompleksni faktor prijenosa prilikom propagacije s priključka 1 na priključak 3, i to pomoću impedancija na prazno i na kratko, gledano s ta dva priključka, kada su ostali u praznom hodu. Impedancija koja se vidi s priključka 1, dok je priključak 3 u praznom hodu, evidentno je jednaka z_{11} . Impedancija koja se vidi s priključka 3, dok je priključak 1 u praznom hodu, iznosi očigledno z_{33} , a to je opet jednako z_{11} . Pitanje je, kakva se impedancija $Z_{1 \rightarrow 3}^K$ vidi s priključka 1, kada je priključak 3 u kratkom spoju? Ona se jednostavno pronalazi iz z parametara, uvrstivši u jednadžbu $[z_{ij}] \cdot [i_j] = [u_i]$ sljedeće vrijednosti: $i_2 = i_4 = 0$; $u_3 = 0$. Sljedi da je:

$$Z_{1 \rightarrow 3}^K = \frac{u_1}{i_1} \Big|_{i_2=i_4=0, u_3=0} = z_{11} - \frac{z_{13}z_{31}}{z_{33}} = z_{11} - \frac{z_{13}^2}{z_{11}}. \quad (34)$$

Prema (33), to iznosi:

$$Z_{1 \rightarrow 3}^K = \frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{2} \coth(\gamma l) - \frac{(Z_{0e} - Z_{0o})^2}{2(Z_{0e} + Z_{0o})} \cdot \frac{1}{\sinh^2(\gamma l) \cdot \coth(\gamma l)}. \quad (35)$$

Sada ćemo dokazati da se ova impedancija može prikazati kao linearna kombinacija sljedećih dviju impedancija:

- $Z_{1 \rightarrow 4}^p = Z_1^p$, koja se vidi s priključka 1, kada su svi drugi priključci (pa tako i priključak 4) u praznom hodu;
- $Z_{1 \rightarrow 4}^k$, koja se vidi s priključka 1, kada je priključak 4 u kratkom spoju, a svi su ostali u praznom hodu.

Drugim riječima, propagacijska svojstva prilikom prijenosa signala preslušavanjem između dviju spregnutih linija mogu se jednoznačno izraziti pomoću propagacijskih

svojstava prilikom prijenosa kada su i ulazni i izlazni priključak na jednoj od tih linija, *i obratno*. U svakom slučaju, impedancija $Z_{1 \rightarrow 4}^P$ razmjerna je veličini $\coth(\gamma l)$, dok je $Z_{1 \rightarrow 4}^K$ razmjerna sa $\tanh(\gamma l)$. Faktori razmjernosti za te dvije veličine su isti, i odgovaraju valnoj impedanciji $Z_{0(1 \rightarrow 4)}$ koju vidi signal propagirajući na taj način. Zbog kraćeg pisanja uvest ćemo sljedeće konstante: $X = (Z_{0e} + Z_{0o})/2$; $Y = (Z_{0e} - Z_{0o})/[2(Z_{0e} + Z_{0o})]$. Slijedi: $Z_{1 \rightarrow 3}^K = X \coth(\gamma l) - Y / [\sinh^2(\gamma l) \coth(\gamma l)]$. To ćemo pokušati napisati kao linearnu kombinaciju od $Z_{1 \rightarrow 4}^P$ i $Z_{1 \rightarrow 4}^K$. Ako je to moguće, dobit ćemo jednoznačno rješenje za koeficijente U i V :

$$X \coth(\gamma l) - \frac{Y}{\sinh^2(\gamma l) \coth(\gamma l)} = U \coth(\gamma l) + V \tanh(\gamma l). \quad (36)$$

Sredivši nazivnik u oblik $\sinh(\gamma l) \cosh(\gamma l)$, te pomnoživši čitavu jednadžbu tim izrazom, dobivamo:

$$X \coth^2(\gamma l) - Y = U \cosh^2(\gamma l) + V \sinh^2(\gamma l) \Rightarrow \\ \Rightarrow X \coth^2(\gamma l) - Y = U \cosh^2(\gamma l) + V [\cosh^2(\gamma l) - 1]. \quad (37)$$

Iz toga slijede uvjeti za nepoznate konstante U i V :
 $V = Y$; $U + V = X$.

Rješenje toga sustava je: $V = Y$; $U = X - Y$. Povratnom supstitucijom dobivamo konačne izraze:

$$U = \frac{2Z_{0e}Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}}; \quad (38) \\ V = \frac{(Z_{0e} + Z_{0o})^2}{2(Z_{0e} + Z_{0o})}.$$

Prema tome, možemo napisati:

$$Z_{1 \rightarrow 3}^K = \frac{2Z_{0e}Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} \cdot \frac{Z_{1 \rightarrow 4}^P}{Z_{0(1 \rightarrow 4)}} + \frac{(Z_{0e} - Z_{0o})^2}{2(Z_{0e} + Z_{0o})} \cdot \frac{Z_{1 \rightarrow 4}^K}{Z_{0(1 \rightarrow 4)}}. \quad (39)$$

Ostaje još utvrditi kolika je valna impedancija kada se pobuđuje samo jedna linija u sustavu. Nju ćemo odrediti kao geometrijsku sredinu impedancija koje se vide s priključka 1, kada je priključak 4 u praznom hod, odnosno u kratkom spoju, tj: $Z_{0(1 \rightarrow 4)}^2 = Z_{1 \rightarrow 4}^P \times Z_{1 \rightarrow 4}^K$. Kako je $Z_{1 \rightarrow 4}^P = Z_{11}$, treba još samo pronaći $Z_{1 \rightarrow 4}^K$. Ova se vrijednost nalazi iz sustava $[z_{ij}] [i_j] = [u_i]$, uvrštavanjem $i_2 = i_3 = 0$; $u_4 = 0$. Slijedi da je $Z_{0(1 \rightarrow 4)}^2 = z_{11}^2 - z_{14}^2$, pa se pomoću (33) dobiva:

$$Z_{0(1 \rightarrow 4)}^2 = \left(\frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{2} \right)^2 \left[\coth^2(\gamma l) - \frac{1}{\sinh^2(\gamma l)} \right] = \left(\frac{Z_{0e} + Z_{0o}}{2} \right)^2. \quad (40)$$

Dakle, ova valna impedancija jednaka je aritmetičkoj sredini između valnih impedancija za parni i za neparni mod. Stoga se (39) može napisati u obliku:

$$Z_{1 \rightarrow 3}^K = \frac{4Z_{0e}Z_{0o}}{(Z_{0e} + Z_{0o})^2} \cdot Z_{1 \rightarrow 4}^P + \left(\frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} \right)^2 \cdot Z_{1 \rightarrow 4}^K. \quad (41)$$

Kako su valne impedancije konstantne (sigurno barem u području frekvencija koje je nama interesantno), ovaj izraz ima linearnu formu:

$$Z_{1 \rightarrow 3}^K = a Z_{1 \rightarrow 4}^P + b Z_{1 \rightarrow 4}^K.$$

Važno je zapaziti da uvijek vrijedi jednakost:

$a + b = 1$. Za vrlo jako spregnute linije vrijedi prema gornjemu približenje: $Z_{1 \rightarrow 3}^K \approx Z_{1 \rightarrow 4}^P$, tj. $b = 0$. Za slabo spregnute linije vrijedi pak $Z_{1 \rightarrow 3}^K \approx Z_{1 \rightarrow 4}^K$, tj. $a = 0$.

Koristeći identitet $Z_{0(1 \rightarrow 4)}^2 = Z_{1 \rightarrow 4}^P \times Z_{1 \rightarrow 4}^K$, (39) može dobiti još jednu ekvivalentnu formu:

$$Z_{1 \rightarrow 3}^K = \frac{2Z_{0e}Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} \cdot \sqrt{\frac{Z_{1 \rightarrow 4}^P}{Z_{1 \rightarrow 4}^K}} + \frac{(Z_{0e} - Z_{0o})^2}{2(Z_{0e} + Z_{0o})} \cdot \sqrt{\frac{Z_{1 \rightarrow 4}^K}{Z_{1 \rightarrow 4}^P}}. \quad (42)$$

Nama je ipak za praktične svrhe značajniji oblik (41). Ovoga trenutka još nam nisu poznate valne impedancije Z_{0e} i Z_{0o} . Treba uočiti da srednji (žutozeleni) vodič nije na potencijalu zemlje, nego je na njemu neko geometrijsko mjesto u okolnom prostoru i između vodiča, ovisno o pobudi i geometrijskim svojstvima. To, međutim, nema utjecaja na ovu analizu.

Daljnju ćemo analizu nastaviti uz pomoć eksperimentalno dobivenih podataka, a započet ćemo navođenjem točnih definicija izmjerenih impedancija Z_1^P i Z_1^K , koje ćemo koristiti za određivanje impedancije Z_x^K .

- $Z_1^P = R_1^P + j X_1^P$ je impedancija koja se vidi s s priključnica strukture prema slici 3 (b), kada su svi vodiči s druge strane u praznom hod (tj. međusobno izolirani).
- $Z_1^K = R_1^K + j X_1^K$ je impedancija koja se vidi s s priključnica strukture prema slici 3 (b), kada je isti par vodiča s druge strane kratko spojen, a treći vodič je izoliran od njih.

Da bismo u potpunosti okarakterizirali svojstva četveropola prikazanog na slici 3 (a), u kojemu se signal prenosi preslušavanjem, tj. spregom između linija, moramo odrediti sve njegove z parametre. Njih možemo jednoznačno izračunati iz sljedećih impedancija koje se vide s jednog, recimo prvog, priključka te strukture:

- $Z_x^P = R_x^P + j X_x^P$ je impedancija koja se vidi sa ulaznog priključka (kod nas na slici: par plavi-žutozeleni na lijevoj strani), kada je izlazni priključak (par smeđi-žutozeleni na drugoj strani) u praznom hod.
- $Z_x^K = R_x^K + j X_x^K$ je impedancija koja se vidi sa ulaznog priključka (kod nas na slici: par plavi-žutozeleni na lijevoj strani), kada je izlazni priključak (par smeđi-žutozeleni na drugoj strani) u kratkom spoju.

Pritom se razumije da su smeđi vodič na lijevoj, odnosno plavi na desnoj strani, izolirani od priključaka razmatranog četveropola, ili preciznije, da u te priključke ne teku nikakve struje. Z -parametri se zbog simetrije sklopa mogu izraziti pomoću samo dvije (umjesto tri) impedancije:

$$\begin{aligned} Z_{11x} &= Z_{22x} = Z_x^P \\ Z_{12x} &= Z_{21x} = \sqrt{Z_x^P(Z_x^P - Z_x^K)}. \end{aligned} \quad (43)$$

Sa slike je evidentno da su sljedeće dvije impedancije identične: $Z_x^P = Z_1^P$. Prema tomu, za potpuno rješavanje problema moramo izračunati još samo Z_x^K , a dokazali smo da se Z_x^K može izraziti kao linearna kombinacija impedancija Z_1^P i Z_1^K , tj:

$$Z_x^K = a Z_1^P + b Z_1^K. \quad (44)$$

Radna i reaktivna komponenta mogu se također svaka zasebno izraziti kao linearne kombinacije radnih, odnosno reaktivnih, komponenata impedancija Z_1^P i Z_1^K , pa ćemo to svojstvo iskoristiti za traženje koeficijenata razmjernosti p , q , u i v iz izmjerenih podataka kojima raspolažemo, očekujući da će biti $p \approx u \approx a$; $q \approx v \approx b$. Također se nadamo da će biti $p + q = u + v = 1$. Značenje p , q , u i v vidi se u izrazima:

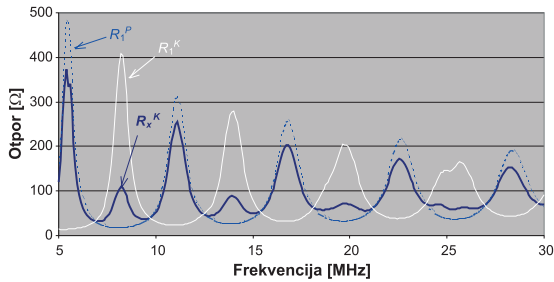
$$R_x^K = p R_1^P + q R_1^K; \quad (45)$$

$$X_x^K = u X_1^P + v X_1^K. \quad (46)$$

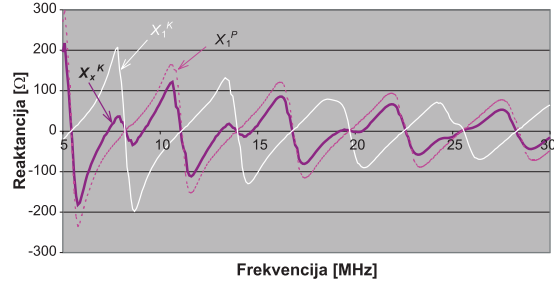
Ovu diverzifikaciju u ekstrahiranju jednih te istih koeficijenata uvodimo radi bolje kontrole rezultata. Svi se ti brojevi dobivaju iz međusobno nezavisnih izmjerenih podataka.

Na slici 4. nacrtana je izmjerena frekvencijska ovisnost realnog dijela impedancije Z_x^K , dakle R_x^K . Na istom crtežu se nalaze također i R_1^P , te R_1^K . Vidi se da R_x^K prolazi uvijek nekako "između" R_1^P i R_1^K , te da R_x^K ima lokalne maksimume na mjestima gdje ih imaju i R_1^P i R_1^K . Već se sa slike može naslutiti da R_x^K treba tražiti kao neku ponderiranu sredinu između R_1^P i R_1^K , a sa sigurnošću se može reći da to nije jednostavna aritmetička sredina, nego doprinos R_1^P ima značajno veću težinu. Slika 5. sadrži usporedni prikaz izmjerenih reaktancija X_x^K , X_1^P i X_1^K . I u ovom slučaju vrijede potpuno analogna razmatranja. Svaka krivulja na danim slikama sadrži po 259 stvarno izmjerenih podataka.

Sada ćemo metodom najmanjih kvadrata doći do odgovarajućih konstanti p , q , u i v , prema jednadžbama



Slika 4. Izmjerene frekvencijske ovisnosti otpora R_x^K , R_1^P i R_1^K .



Slika 5. Izmjerene frekvencijske ovisnosti reaktancija X_x^K , X_1^P i X_1^K .

(45) i (46). Krenuvši s prvom jednadžbom, možemo napisati izraz za ukupno kvadratno odstupanje, koje treba minimizirati:

$$E = \sum [p \cdot (R_1^P)_i + q \cdot (R_1^K)_i - (R_x^K)_i]^2 \quad (47)$$

Razumije se da se zbrajanje vrši po svim indeksima i , tj. od 1 do 259. Uvjeti iščezavanja parcijalnih derivacija po p i po q , naime: $\partial E / \partial p = 0$, $\partial E / \partial q = 0$, daju sljedeći sustav jednadžbi:

$$\begin{aligned} p \cdot \sum (R_1^P)_i^2 + q \cdot \sum (R_1^K)_i (R_1^K)_i &= \sum (R_1^P)_i (R_x^K)_i \\ p \cdot \sum (R_1^P)_i (R_1^K)_i + q \cdot \sum (R_1^K)_i^2 &= \sum (R_1^K)_i (R_x^K)_i. \end{aligned} \quad (48)$$

Ovaj sustav ima rješenja:

$$\begin{aligned} p &= \frac{\sum (R_1^P)_i (R_x^K)_i \cdot \sum (R_1^K)_i^2 - \sum (R_1^P)_i (R_1^K)_i \cdot \sum (R_1^K)_i (R_x^K)_i}{\sum (R_1^P)_i^2 \cdot \sum (R_1^K)_i^2 - [\sum (R_1^P)_i (R_1^K)_i]^2} \\ q &= \frac{\sum (R_1^K)_i (R_x^K)_i \cdot \sum (R_1^P)_i^2 - \sum (R_1^P)_i (R_1^K)_i \cdot \sum (R_1^P)_i (R_x^K)_i}{\sum (R_1^P)_i^2 \cdot \sum (R_1^K)_i^2 - [\sum (R_1^P)_i (R_1^K)_i]^2}. \end{aligned} \quad (49)$$

Na potpuno isti način dolazi se do rješenja za u i v :

$$\begin{aligned} u &= \frac{\sum (X_1^P)_i (X_x^K)_i \cdot \sum (X_1^K)_i^2 - \sum (X_1^P)_i (X_1^K)_i \cdot \sum (X_1^K)_i (X_x^K)_i}{\sum (X_1^P)_i^2 \cdot \sum (X_1^K)_i^2 - [\sum (X_1^P)_i (X_1^K)_i]^2} \\ v &= \frac{\sum (X_1^K)_i (X_x^K)_i \cdot \sum (X_1^P)_i^2 - \sum (X_1^P)_i (X_1^K)_i \cdot \sum (X_1^P)_i (X_x^K)_i}{\sum (X_1^P)_i^2 \cdot \sum (X_1^K)_i^2 - [\sum (X_1^P)_i (X_1^K)_i]^2}. \end{aligned} \quad (50)$$

Konačno, koristeći i otpore i reaktancije u zajedničkom proračunu, možemo pronaći i konstante a i b kao:

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sum (\zeta_1^P)_i (\zeta_x^K)_i \cdot \sum (\zeta_1^K)_i^2 - \sum (\zeta_1^P)_i (\zeta_1^K)_i \cdot \sum (\zeta_1^K)_i (\zeta_x^K)_i}{\sum (\zeta_1^P)_i^2 \cdot \sum (\zeta_1^K)_i^2 - [\sum (\zeta_1^P)_i (\zeta_1^K)_i]^2} \\ b &= \frac{\sum (\zeta_1^K)_i (\zeta_x^K)_i \cdot \sum (\zeta_1^P)_i^2 - \sum (\zeta_1^P)_i (\zeta_1^K)_i \cdot \sum (\zeta_1^P)_i (\zeta_x^K)_i}{\sum (\zeta_1^P)_i^2 \cdot \sum (\zeta_1^K)_i^2 - [\sum (\zeta_1^P)_i (\zeta_1^K)_i]^2}. \end{aligned} \quad (51)$$

Ovaj put se zbrajanja obavljaju za indekse j od 1 do 518, s tim da se za j od 1 do 259 na mjesto ζ uvrštavaju otpori $(R)_{j=p}$, a za indekse od 260 do 518 uvrštavaju se reaktancije $(X)_{j=i+259}$. Do sada smo uvijek odvojeno tražili konstante a i b , p i q , te u i v . S obzirom na njihovu povezanost relacijama $a + b = 1$, $p + q = 1$, $u + v = 1$, to omogućuje dobru kontrolu rezultata. No, isto tako, metodu najmanjih kvadrata možemo primijeniti i na oblik $Z_x^K = a Z_1^P + (1 - a) Z_1^K$. Time se dobivaju jednostavniji izrazi:

$$a = 1 - b = \frac{\sum_{j=1}^{2N} [(\zeta_1^K)_j - (\zeta_x^K)_j][(\zeta_1^P)_j - (\zeta_x^K)_j]}{\sum_{j=1}^{2N} [(\zeta_1^P)_j - (\zeta_1^K)_j]^2};$$

$$p = 1 - q = \frac{\sum_{j=1}^N [(R_1^K)_j - (R_x^K)_j][(R_1^P)_j - (R_1^K)_j]}{\sum_{j=1}^N [(R_1^P)_j - (R_1^K)_j]^2}; \quad (52)$$

$$u = 1 - v = \frac{\sum_{j=1}^N [(X_1^K)_j - (X_x^K)_j][(X_1^P)_j - (X_1^K)_j]}{\sum_{j=1}^N [(X_1^P)_j - (X_1^K)_j]^2}.$$

N je ukupni broj izmjerenih kompleksnih vrijednosti za svaku od impedancija Z_x^K , Z_1^P i Z_1^K . Bilo bi idealno kada bi sve tri formule dale jednake rezultate, ali to zbog pogrešaka u mjerenju općenito nije bilo moguće postići s približenjem boljim oko 1%.

Kada smo pronašli neki od ovih koeficijenata (zapravo je svejedno koji), njega također možemo *pribrojiti skupu parametara kabela*, dakle tretirati ga isto kao valnu impedanciju Z_{01} , valni broj β , odnosno faktor prigušenja, $\alpha(f)$. Te veličine omogućuju potpuno opisivanje svojstava kabela u našem propagacijskom modelu. Ipak, malo kasnije ćemo se pozabaviti i načinom kako se ti koeficijenti izvode iz karakterističnih valnih impedancija. Za potpuno simetričan trožilni kabel njihovo će rješenje posve ukloniti potrebu za ekstrahiranjem parametra a iz mjerenih podataka, jer se on može izračunati poznavajući samo impedanciju Z_{01} . No, isto tako nije loše utrošiti nekoliko minuta više i snimiti također i Z_x^K , te na opisani način odrediti optimalne koeficijente razmjernosti a i $b = (1 - a)$, jer ćemo vidjeti da oni, kada su direktno određeni, ipak malo bolje aproksimiraju stvarne krivulje, premda je ovdje već riječ o vrlo malim razlikama.

Rezimirajmo:

276

$$Z_1^P = Z_{01} \coth[\alpha(f) \cdot l + j \cdot \beta \cdot l];$$

$$Z_1^K = Z_{01} \tanh[\alpha(f) \cdot l + j \cdot \beta \cdot l];$$

$$Z_x^K = a \cdot Z_{01} \coth[\alpha(f) \cdot l + j \cdot \beta \cdot l] + (1 - a) \cdot Z_{01} \tanh[\alpha(f) \cdot l + j \cdot \beta \cdot l]. \quad (53)$$

Z parametri strukture dugačke l metara sa slike 3 (a) jednaki su dakle:

$$Z_{11x} = Z_{22x} = Z_1^P = Z_{01} \coth[\alpha(f) \cdot l + j \cdot \beta \cdot l];$$

$$Z_{12x} = Z_{21x} = \sqrt{Z_1^P (Z_1^P - Z_x^K)} = Z_{01} \cdot \frac{\sqrt{1 - a}}{\sinh[\alpha(f) \cdot l + j \cdot \beta \cdot l]}. \quad (54)$$

Potonje se lako izvodi iz (53). Jednadžbe pod (54) predstavljaju *općeniti* izraz, primjenjiv kada na bilo kakvom kabelu sa tri ili više vodiča želimo modelirati prijenos preslušavanjem dvjema spregnutim linijama sastavljenim od tri vodiča, s tim da se pored parametara Z_{01} , $\alpha(f)$ i β dodatno mora ekstrahirati i parametar a . Prema tomu, opći zaključak je da je za potpuno definiranje propagacijskog modela, koji uključuje također i opcije širenja vala preslušavanjem, osim standardnih parametara kabela – valne impedancije, faktora prigušenja i valnog broja – potrebno odrediti i parametar a , koji isto tako predstavlja *svojstvo kabela*, određeno njegovim geometrijskim osobinama i upotrijebljenim materijalima, te je jednako specifičan za svaku vrstu kabela, kao i njegove valne impedancije, faktor prigušenja, te valni broj.

Kada je riječ o transformiranju impedancije koje uzrokuju odsječak prema slici 3 (a), a što je nama u propagacijskom modelu zapravo najzanimljivije, ono se jednostavno određuje iz ekvivalentne mreže sa z parametrima koji su dani u (54):

$$Z_1 = Z_{11x} - \frac{Z_{12x}^2}{Z_{22x} + Z_{T3}}. \quad (55)$$

Ovdje je Z_1 impedancija koja se vidi s priključka 1, ako je na priključak 3 priključen teret Z_{T3} .

Usporedbom z parametara u (54) s njihovim pandanima u (33) vidimo da vrijede sljedeće jednakosti:

$$Z_{0e} + Z_{0o} = 2Z_{01};$$

$$Z_{0e} - Z_{0o} = 2Z_{01} \cdot \sqrt{1 - a}. \quad (56)$$

Iz toga slijedi:

$$Z_{0e} = Z_{01} (1 + \sqrt{1 - a}); \quad Z_{0o} = Z_{01} (1 - \sqrt{1 - a}). \quad (57)$$

Tako se dvije valne impedancije, za parni i za neparni mod, izračunavaju iz dva parametra kabela, naime Z_{01} i a . Primijetimo da uvijek vrijedi: $Z_{0e} \geq Z_{0o}$. Ako je kabel *simetričan* u bilo kojem smislu, to se svojstvo može

iskoristiti da se eliminira parametar a , kojega je općenito teže izračunati iz mjerenih podataka. Osim toga, u ponekim simetričnim strukturama se Z_{01} može dosta točno izračunati bez mjerenja, na temelju geometrijskih svojstava linije.

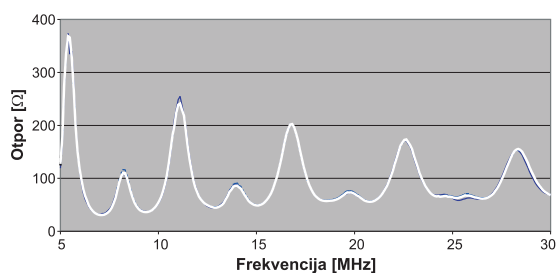
Vodiči u trožilnom kabelu u radijalnom presjeku čine istostranični trokut. Stoga su podružni kapaciteti između svih vodiča jednaki, i iznose npr. C . Svojstva sprege u takvom sustavu u potpunosti su određena odnosima ovih kapaciteta [4], a valne impedancije iznose: $Z_{0e} = 1 / (\nu C)$; $Z_{0o} = 1 / [\nu (C + 2C)]$. Simbol ν označuje brzinu širenja vala u liniji. Prema tome, u simetričnom trožilnom kabelu uvijek vrijedi: $Z_{0e} = 3 Z_{0o}$. Kada to uvrstimo u (56), dobivamo:

$$Z_{0e} = \frac{3}{2} \cdot Z_{01}; \quad Z_{0o} = \frac{1}{2} \cdot Z_{01}. \quad (58)$$

Uvrštavanjem tih vrijednosti u (39) nalazimo da parametar a uvijek iznosi točno $3/4$. Uvrstivši to u (54), nalazimo da parametar z_{12x} za simetričan trožilni kabel ima vrijednost:

$$Z_{12x} = \frac{Z_{01}}{2 \cdot \sinh[\alpha(f) \cdot l + j \cdot \beta \cdot l]}. \quad (59)$$

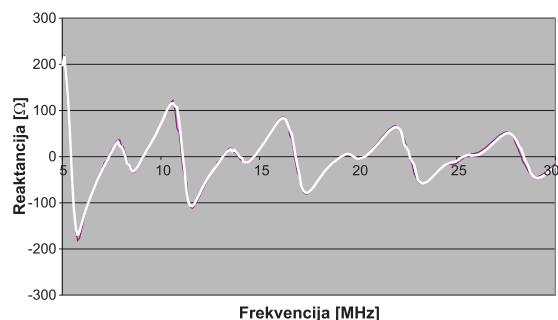
Konačno, na slikama 6. i 7. dajemo usporedbu stvarno izmjerenih krivulja frekvencijskih ovisnosti otpora R_x^K , odnosno reaktancije X_x^K , s izračunatim aproksimacijama linearnim kombinacijama. Na obje slike izvorni mjereni podaci nacrtani su tankom tamnom linijom. Bijelom linijom nacrtana je aproksimacija s koeficijentima koji su izvedeni prema (49), odnosno prema (50), a koji u smislu minimalnog kvadratnog odstupanja najbolje opisuju mjerene podatke. Isprekidanom tamnom linijom nacrtana



Slika 6. Usporedba stvarno izmjerenih krivulja frekvencijskih ovisnosti otpora R_x^K s izračunatim aproksimacijama.

- Tamna linija: izvorni mjerni podaci.
- Bijela linija: najbolja postignuta aproksimacija, $R_x^K = 0,7596 R_1^P + 0,2339 R_1^K$. Standardna devijacija apsolutnog odstupanja od izmjerene krivulje: $4,24 \Omega$. Prosječno relativno odstupanje od izmjerene krivulje: $-0,70 \%$. Standardna devijacija prosječnog relativnog odstupanja: $3,91$ postotnih poena.
- Tamna isprekidana linija: aproksimacija za trožilni simetrični kabel s teoretskim iznosima koeficijenata: $R_x^K = 0,75 R_1^P + 0,25 R_1^K$. Standardna devijacija apsolutnog odstupanja od izmjerene krivulje: $4,62 \Omega$. Prosječno relativno odstupanje od izmjerene krivulje: $+1,18 \%$. Standardna devijacija prosječnog relativnog odstupanja: $4,33$ postotnih poena.

je linearna aproksimacija s teroretskom vrijednošću koeficijenata za trožilni simetrični kabel, tj. za $a = 0,75$ i $b = 0,25$. Na obje slike, sve tri prikazane linije su toliko bliske, da se razlike praktički ne mogu vidjeti. Osnovni statistički pokazatelji dani su u komentarima slika.



Slika 7. Usporedba stvarno izmjerenih krivulja frekvencijskih ovisnosti otpora X_x^K s izračunatim aproksimacijama.

- Tamna linija: izvorni mjerni podaci.
- Bijela linija: najbolja postignuta aproksimacija, $X_x^K = 0,7596 X_1^P + 0,2339 X_1^K$. Standardna devijacija apsolutnog odstupanja od izmjerene krivulje: $6,86 \Omega$.
- Tamna isprekidana linija: aproksimacija za trožilni simetrični kabel s teoretskim iznosima koeficijenata: $X_x^K = 0,75 X_1^P + 0,25 X_1^K$. Standardna devijacija apsolutnog odstupanja od izmjerene krivulje: $6,97 \Omega$.

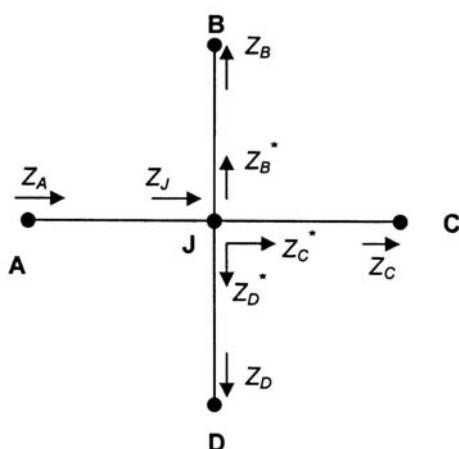
6. RAČUNANJE PROPAGACIJE U SLOŽENIM MREŽAMA

Sada ćemo u najkraćem opisati funkcioniranje računalnog alata utemeljenog na izloženoj propagacijskom modelu. Pretpostavimo da želimo izračunati Γ za propagaciju s priključka A na priključak B. Program u tom slučaju mora izračunati tri impedancije kod različitih stanja zaključenja priključaka A i B, uz konstantna stanja na ostalim priključcima. To mogu biti npr. sljedeće:

- impedancija koja se vidi s priključka A, kada je priključak B otvoren;
- impedancija koja se vidi s priključka A, kada je priključak B kratko spojen;
- impedancija koja se vidi s priključka B, kada je priključak A otvoren.

U razdjelnoj mreži bilo kojeg stupnja složenosti ovi se proračuni obavljaju jednostavno, jer se u njima koriste samo eksplicitne formule za transformacije impedancija, koje smo izveli ranije. Elemente izvođenja proračuna objasniti ćemo pomoću slike 8., koja ilustrira čvor u složenoj razdjelnoj mreži.

Pretpostavimo za primjer da želimo izračunati impedanciju koja se vidi iz točke A, kada su točke B, C i D zaključene redom impedancijama Z_B , Z_C i Z_D . Te impedancije mogu predstavljati bilo što – kompleksno zaključene terminalnog čvora, ili pak prijenosnu liniju koja se



Slika 8. Primjer čvora u složenoj razdjelnoj mreži.

proteže dalje od promatranog čvora, paralelnu ili serijsku kombinaciju više linija, itd... S obzirom da se proračun odvija u frekvencijskoj domeni, program će izračunati sve ove impedancije na svakoj frekvenciji od interesa. Pretpostavimo zbog kratkoće da svi odsječci linija sa slike 8. imaju duljinu l , valnu impedanciju Z_0 , i kompleksni faktor širenja γ . Impedancija Z_B^* vidi se iz točke J kao:

$$Z_B^* = Z_0 \frac{Z_B + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_B \tanh(\gamma l)}. \quad (60)$$

Ostale dvije impedancije, Z_C^* i Z_D^* , transformiraju se u točku J na isti način. U njoj su te transformirane impedancije vezane paralelno, pa je:

$$Z_J = Z_B^* \parallel Z_C^* \parallel Z_D^*. \quad (61)$$

Konačno, transformacijom na odsječku AJ dobiva se impedancija koja se vidi iz točke A:

$$Z_A = Z_0 \frac{Z_J + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_J \tanh(\gamma l)}. \quad (62)$$

Drugačija situacija nastupa ako se na nekima od odsječaka u mreži propagacija odvija preslušavanjem. U tom slučaju, program mora izračunati z -parametre takne sekcije, kako je objašnjeno u poglavlju 5. Oni su dani jednačinom (54). Zadržavši oznake iz (54), takva sekcija transformira neku impedanciju Z_L u sljedeću:

$$Z_L^* = Z_{11x} - \frac{Z_{12x}^2}{Z_{22x} + Z_L}. \quad (63)$$

Dalje se proračun odvija po istom obrascu. Samo je po sebi jasno da se kao ulazni parametri za računanje moraju uspiati sljedeći:

- parametri voda za svaku granu u mreži (valna impedancija, konstanta širenja, fazna konstanta,

parametar a za dionice u kojima se propagacija odvija preslušavanjem);

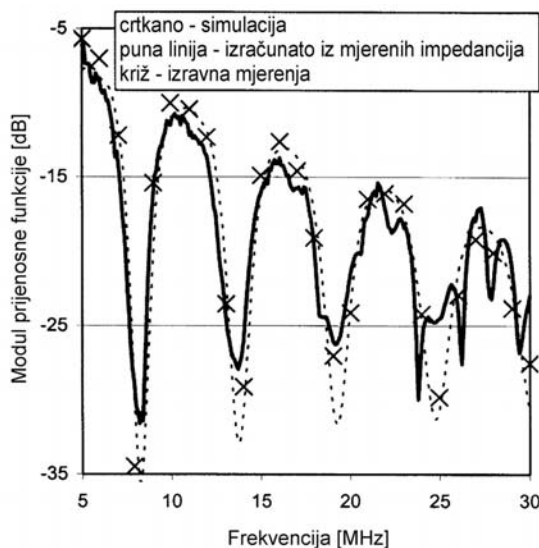
- duljina svake grane;
- topologija mreže;
- opterećenja spojena na svaki krajnji čvor mreže.

Eksperimentalna verifikacija ovoga modela provedena je na posebno sagrađenim testnim mrežama, u stvarnim uvjetima. S obzirom da je riječ o složenom postupku, koji zahtijeva dosta elaboracije, ovdje ćemo samo na jednom primjeru dati usporedbu rezultata koje smo dobili:

- simulacijom prema opisanom propagacijskom modelu;
- mjerenjem impedancija koje se vide s priključnica, i izračunavanjem propagacijskog faktora iz tih impedancija, također kako je opisano u ovome članku;
- izravnim mjerenjem razine signala na ulazu i izlazu testne mreže.

Slika 9. daje usporedbu ova tri rezultata u jednoj od mnoštva mjerenih konfiguracija. Vidi se iznimno dobro slaganje rezultata, pogotovu kada se uspoređuju rezultati simulacije propagacijskim modelom, i izravnih mjerenja. Ti su rezultati znatno bolji od onih koji se uobičajeno dobivaju metodama baziranim u vremenskoj domeni, vidjeti npr. u [1,2,3].

Proračun propagacije u jednom kanalu, uz jedan slog svih zaključnih impedancija mreže, traje izuzetno kratko. To omogućuje višekratne simulacije prilika u istome kanalu, uz različite slogove zaključnih impedancija, koji se mogu generirati stohastički, sljedeći razdiobe koje reprezentiraju realna stanja zaključnja u mreži, kao i



Slika 9. Primjer eksperimentalne verifikacije razmatranog propagacijskog modela

fluktuacije tih stanja. Moguće je izvesti tisuće simulacija s kompletnom obradom podataka, a da izvođenje programa ostane u komotnom redu veličine trajanja. Naravno, sve zavisi o kompleksnosti mreže. Prilikom testiranja programa, u mreži sa 150 priključnica simulacije su vršene sa po 1000 prolazaka kroz čitavu proceduru analize mreže i izračuna čitavog niza statističkih pokazatelja, što je sve zajedno trajalo oko pola sata na osobnom računaru. Analiza ovako složene mreže metodom zasnovanom u vremenskoj domeni gotovo je nezamisliva. Tu leži glavna prednost pristupa u frekvencijskoj domeni. Ovo svojstvo brzog izvođenja vrlo opsežnih proračuna otvara čitavo područje mogućih postupaka simulacije prilika relevantnih za širokopojasna prijenosna svojstva kanala u PLC mrežama. Također, s obzirom da je čitav postupak baziran na analizi impedancija, kao nus-proizvod simulacije pojavljuju se i impedancije izračunate u svim čvorovima mreže, tako da se mogu pratiti utjecaji zaključnih impedancija na propagaciju, propagacija između unutarnjih (skrivenih) čvorova mreže, osobine impedancija na priključcima mreže, itd.

Spomenut ćemo neke veličine važne za širokopojasne primjene PLC medija, koje se lako računaju i statistički analiziraju pomoću iznesenog modela:

- kompleksna prijenosna funkcija (amplituda, faza, odnosno realni i imaginarni dio);
- grupno kašnjenje;
- raspršenje kašnjenja (engl. *delay spread*), prema različitim korištenim definicijama;
- impulsni odziv mreže, primjenom prikladno modificirane inverzne brze Fourierove transformacije;
- kašnjenje i raspršenje kašnjenja kod ultraširokopojasne pobude kanala;
- potpuna analiza impedancija u svim točkama mreže (modul, paza, realni i imaginarni dio, Smithov dijagram);
- analiza prijenosnog kapaciteta kanala (uz korištenje podataka o šumu);
- itd...

7. ZAKLJUČAK

U ovome radu prikazan je propagacijski model koji u cijelosti funkcionira u frekvencijskoj domeni, a paralelno njemu objašnjena je i posve analogna metoda mjerenja. Razvoj toga modela bio je usmjeren pomoću sljedećih čvrstih zahtjeva:

- Model mora biti u računskom smislu jednostavan, a kao ulazne parametre može zahtijevati samo nekoliko fizikalnih značajki kabela od kojih je sazdana mreža, te topologiju same mreže.
- Paralelno s računskim modelom potrebno je razviti mjernu metodu, koja će omogućiti analizu potpuno

nepoznate mreže, korištenjem prikladnih veličina mjerljivih na priključcima "crne kutije". Vrlo poželjna osobina mjerne metode je da se ona osmisli tako, da ne zahtijeva sinkronizirana mjerenja na obje strane mreže, s obzirom da su PLC mreže prostorno vrlo protežne.

- Model i mjerna metoda moraju se eksperimentalno verificirati, kako međusobno, tako i prema posve neovisnom mjerenju, i to na referentnoj (potpuno poznatoj) mreži.
- Model i mjerna metoda moraju se bazirati isključivo na temelju lako mjerljivih/izračunljivih veličina, koje se mjere ili izračunavaju samo s vanjskih (slobodnih, dostupnih) prilaza mreži.
- Model mora u konačnici omogućiti sastavljanje programskog alata koji osim osnovnih karakteristika (kompleksnog faktora prigušenja) mora omogućiti simulacije mnogih drugih veličina koje karakteriziraju jedan prijenosni telekomunikacijski medij.

Pod tim je premisama razrađen propagacijski model za PLC sustave, i to u sljedećim koracima:

- Načinjena je elementarna analiza modela mreže u obliku dvoprilaznog četveropola, iz koje se lako izvode izrazi za faktor prigušenja u terminima z -parametara. Zatim se z -parametri izražavaju pomoću impedancija koje su mjerljive/izračunljive s mrežnih prilaza. Na tom načelu bazira se cjelokupni daljnji rad oko modela. Postavlja se teza da je propagacijske prilike moguće modelirati simulacijom impedancija na prilazima mreži. U razdjelnim mrežama impedancije se mogu simulirati na temelju primjene jednadžbi linija s gubicima. Provjereno je u kojoj mjeri takva simulacija funkcionira u zadanom frekvencijskom pojasu. Isto se odnosi i na mjerenja impedancija na prilazima. Najvažnije je da ništa u propagacijskom modelu ili mjernoj metodi ne ovisi o parametrima koji se ne mogu izravno izračunati, ili izmjeriti, s vanjskih prilaza mreži.
- Model je poopćen na mreže s više prilaza. I tu je riječ o jednostavnoj analizi višepola z -parametrima.
- U obliku prikladnih jednadžbi definirani su i svi potrebni elementi za simulaciju propagacije preslušavanjem među različitim strujnim krugovima trofazne razdjelne mreže, odnosno utjecaja tereta spojenih na priključke strujnih krugova na drugim fazama mreže. Najvažniji je zaključak da se impedancija koja se vidi s jednog od četiri priključka trožilne četveroprilazne strukture, dok je suprotni priključak na drugom paru vodiča u kratkom spoju, može uvijek izraziti kao sasvim određena linearna kombinacija impedancija koje se vide s jednog priključka, dok je drugi na istom tom paru vodiča zaključen kratkim spojem, odnosno praznim hodom. Izvedena je teoretska formula za koeficijente u takvoj linearnoj kombinaciji, a praktički gotovo savršena

točnost toga rezultata provjerena je na ekstenzivnom skupu izmjerenih podataka.

Osim toga, načinjeno je i sljedeće, što nije prikazano u ovom radu:

- Analizirane su sigurne relativne granice pogrešaka modula i argumenta kompleksnog faktora prigušenja, u ovisnosti o sigurnim relativnim granicama pogrešaka veličina koje ulaze u proračun, a to su faktori refleksije u odnosu na 50Ω , mjereni na prilazima mreži. Naime, mjerenja su izvođena reflektometrom koji mjeri kompleksni faktor refleksije. Isto tako, dana je i analiza pogrešaka s obzirom na granice pogrešaka impedancija, tako da ona pokriva i zamislive slučajeve iz prakse, u kojima bi se izravno mjerile impedancije.
- Prikazani su jednostavni i precizni postupci ekstrakcije parametara kabela potrebnih za ostvarenje propagacijskog modela, koji se osnivaju na mjerenjima refleksije na relativno kratkim odsječcima kabela poznate duljine. Relevantni parametri su: konstanta prigušenja, koja ovisi o frekvenciji, fazna konstanta, valna impedancija, te parametar geometrije kabela, a .

Obavljena je eksperimentalna verifikacija modela i mjerne metode međusobnom usporedbom rezultata ta dva postupka, te njihovom usporedbom s neovisnim izravnim mjerenjem prigušenja na potpuno poznatoj mreži. Ustanovljeno je izvršno slaganje simuliranih i mjerenih karakteristika, zbog čega je izveden važan zaključak, da je ova metoda vjerodostojna, te da fizikalne veličine izračunate u njoj doista dobro korespondiraju sa stvarnim veličinama.

LITERATURA

- [1] K. DOSTERT, "Powerline Communications", Prentice Hall PTR, 2001.
- [2] M. ZIMMERMANN, K. DOSTERT, (2004 March). "A multi-path signal propagation for the power line channel in the high frequency range", Proc. 3rd International Symposium on Power Line Communications, Lancaster, UK, 1999, [online] <http://www-iiit.etec.uni-karlsruhe.de/~plc/>
- [3] M. ZIMMERMANN, K. DOSTERT, "A multipath model for power line channel," IEEE Trans. Communications, vol. 50, No. 4, pp. 553–559, Apr. 2002.
- [4] D. M. POZAR, "Microwave engineering", 2nd ed, John Wiley and Sons, Inc, 1998, pp. 383–388; 474–485.
- [5] F. J. CAÑETE, L. DIEZ, J.A. CORTES, J.T. ENTRAMBASAGUAS, "Broadband Modelling of Indoor Power-Line Channels", IEEE Trans. on Consumer Electronics, vol. 48, No. 1, pp. 175–183; Feb. 2002.
- [6] M. ZIMMERMANN, K. DOSTERT, "A Multipath Model for the Powerline Channel", IEEE Trans. on Communications, vol. 50, No. 4, pp. 553–559; April 2002.
- [7] C. J. KIM, M.F. CHOUIKHA, "Attenuation Characteristics of High Rate Home-Networking PLC Signals", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 17, No. 4, pp. 945–950; Oct. 2002.
- [8] M. GEBHARDT, F. WEINMANN, K. DOSTERT, "Physical and Regulatory Constraints for Communication over the Power Supply Grid", IEEE Communications Magazine, vol. 41, No. 5, pp. 84–90; May 2003.
- [9] D. LIU et al, "Wide Band AC Power Line Characterization", IEEE Trans. on Consumer Electronics, vol. 45, No. 4, pp. 1087–1097; Nov. 1999.
- [10] L.T. TANG et al, "Characterization and Modeling of In-Building Power Lines for High Speed Data Transmission", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 18, No. 1, pp. 69–77; Jan. 2003.
- [11] D. SABOLIĆ et al, "Signal Propagation Modeling in Power-Line Communication Networks", IEEE Trans. on Power Delivery, (prihvaćeno za objavu, izlazi tijekom 2005.)

SIGNAL PROPAGATION MODEL IN ELECTRIC POWER DISTRIBUTION NETWORKS IN THE FREQUENCY RANGE FROM 5 TO 30 MHz

The article describes a propagation model for high-frequency signals in distribution networks in the frequency range up to 30 MHz intended for use in wide-band PLC communication systems.

EIN MODELL DER SIGNALFORTPFLANZUNG IN STROMVERTEILUNGSNETZEN IM FREQUENZBEREICH 5-30 MHz

Ein im Frequenzbereich bis 30 MHz, für die Breitbandkommunikation auf Leitungen der Stromverteilungsnetze, bestimmter Fernmeldesystem, wurde in diesem Artikel dargestellt.

Naslov pisca:

**Dr. sc. Dubravko Sabolić, dipl. ing.
HEP Operator prijenosnog sustava
Prijenosno područje Zagreb
Ulica grada Vukovara 37, 10000 Zagreb,
Hrvatska**

Uredništvo primilo rukopis:
2005 - 05 - 11.