



## MATEMATIKA

### Filip Najman – mladi zagrebački vrhunski matematičar

Željko Hanjš



Filip Najman

Naš cijenjeni matematičar, Filip Najman, rođen je 1984. godine. Dosad je objavio velik broj članaka i održao niz predavanja na raznim sveučilištima i matematičkim kongresima. Diplomirao je na Matematičkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu 2007. s temom *Prikaz prostih brojeva pomoću kvadratnih formi*, a doktorirao svega tri godine kasnije s temom *Kompaktna reprezentacija kvadratnih algebarskih brojeva i cjelobrojne točke na eliptičkim krivuljama* pod vodstvom akademika Andreja Dujelle. Odmah nakon toga zaposlio se na istom fakultetu, da bi 2011. postao docent, 2016. izvanredni profesor, 2021. redoviti profesor. Znanstveno područje interesa mu je teorija brojeva i aritmetička geometrija, posebno eliptičke krivulje. Objavio je preko 40 znanstvenih radova. Dobitnik je stipendije

*Postdoc* nacionalne zaklade za znanost za jednogodišnji boravak na Universiteit Leiden u Nizozemskoj, a kao dobitnik Fulbrightove Visiting Scolar stipendije za 2014./2015. godinu, usavršavao se na MIT-u, Cambridge, MA, SAD. Bio je na dužim istraživačkim gostovanjima na Max Planck Institutu u Bonnu i Institutu Henri Poincare u Parizu, te na mnogim kraćim gostovanjima u SAD-u, Švicarskoj, Španjolskoj, Njemačkoj, Belgiji i Velikoj Britaniji. Na dodiplomskom i diplomskom studiju držao je niz vježbi i predavanja, te uveo četiri nova kolegija na doktorskom studiju. U uredništvu je časopisa *Analele Stiintifice ale Universitatii Ovidius Constanta*, te tajnik u časopisu RAD HAZU, Matematičke znanosti, i *Glasniku Matematičkom*. Član je Hrvatskog matematičkog društva. Bio je koordinator na Međunarodnim matematičkim olimpijadama (za srednjoškolce) 2011. u Nizozemskoj, 2013. u Kolumbiji, 2014. u Južnoafričkoj Republici i 2016. u Hong Kongu. Recenzent je AMS Mathematical Reviews od 2011. Dobitnik je Državne nagrade za znanost za znanstvene novake za 2010. godinu i Godišnje državne nagrade za znanost 2020. godine. Vrlo rado se odazvao kratkom razgovoru o matematici, ali i raznim drugim zanimljivostima.

**Roden ste u Zagrebu, tu ste polazili osnovnu i srednju školu. Opišite nam neka lijepa sjećanja iz mlađenčkog doba.**

Odrastao sam u Zagrebu, u centru grada. Išao sam u Osnovnu školu Josipa Jurja Strossmayera u Varšavskoj ulici. Tamo mi je bilo jako lijepo i imao sam osobito dobro društvo. Zapravo, mnoge moje današnje najbližile prijatelje poznajem još iz osnovnoškolskih dana. Srednju školu sam polazio u V. gimnaziji, odakle imam nezaboravna sjećanja.

**Vaš otac Branko je bio vrlo uspješan matematičar i mnogima od nas je držao predavanja, ali ste rano ostali bez njega. Kako ste se zainteresirali za matematiku? Jeste**

**Li išli na matematička natjecanja? Jeste li rješavali zadatke iz Matematičko-fizičkog lista?**

Uvijek sam volio razmišljati, i to u svim oblicima. Posebno sam volio šah (a i još uvijek), društvene igre, i (strateške) računalne igre. Onda je nekako i prirodno da mi je matematika uvijek bila najdraži predmet. Išao sam na matematička natjecanja, i rekao bih da sam imao umjeren uspjeh. Došao bih do Državnog natjecanja, i tamo bio uglavnom između 5. i 10. mjesta. Nisam se baš spremao za natjecanja, niti išao na Ljetne škole. Jedino sam se koliko-toliko spremao na dodatnoj nastavi iz matematike u prvom razredu srednje škole, i tada sam bio drugi na Državnom natjecanju. Gledajući unatrag, pomalo mi je žao što se nisam malo više angažirao oko natjecanja, ali prije 25 godina sam drukčije razmišljao i druge stvari su me više zanimale. U tih malo priprema koje sam imao, Matematičko-fizički list mi je bio vrlo koristan izvor interesantnih zadataka.

**Vjerojatno ste se već tijekom studija opredijelili za teoriju brojeva. Tko Vas je usmjeravao u Vašem izboru?**

Zapravo nisam do kraja samog studija znao što će, niti bih li ostao na fakultetu i kao doktorski student se baviti znanosti, ili se baviti programiranjem. Volio sam i programirati početkom i sredinom studija, ali kako je ovaj odmicao, počela me više zanimati matematika, a manje programiranje. Krajem studija imao sam stipendiju od Privredne banke Zagreb, te sam nakon studija trebao raditi kod njih kao programer. Na kraju sam vratio stipendiju i ostao na fakultetu. Sada vidim koliko je to bila prava odluka, kao i izbor teorije brojeva s kojom se intenzivno bavim (iako su me zanimala i neka druga područja).

**Za kratko vrijeme nakon diplomiranja ste doktorirali. Kako ste našli temu za doktorat, nakon čega Vas je čekao zaista naporan rad?**

Na početku znanstvene karijere veliku ulogu obično igra mentor. Tako je bilo i kod mene. Imao sam veliku sreću da mi je mentor bio profesor (sada akademik) Andrej Dujella. On je bio sjajan mentor u svakom pogledu. Predložio mi je prve teme istraživanja i probleme, koji su mi bili zanimljivi, te osim toga ispostavilo se da su rješivi, što mi je naravno bilo posebno važno. Nakon rada na prvom problemu, prirodno se pojavljuju i drugi povezani problemi. Istraživanja su poput krčenja prašume: što se prouči veće područje to je veće ono neistraženo.



S konferencije u Grazu 2008.

Važnu ulogu je odigrao Seminar iz teorije brojeva koji sam imao na kolegiju kojeg je držao prof. Dujella na doktorskom studiju. Pokazalo se da je promatrana tema otvoreni

problem, koji je i bio osobito zanimljiv i relativno lako rješiv. Nakon toga sam se dosta dugo bavio nekim povezanim problemima, pa i matematika koju radim danas ima veze s tim seminarom, čak i više nego samom temom doktorata. Također sam često išao na razne konferencije, zimske i ljetne škole, gdje sam imao prilike puno toga naučiti i vidjeti čime se bave drugi matematičari. Osim toga, tako sam upoznao i većinu svojih suradnika.

**Suradivali ste s mnogim poznatim matematičarima, kod nas i u svijetu. Možete li nam nešto reći o tome?**

Bio sam na dva duža usavršavanja: u Leidenu u Nizozemskoj kao postdoktorand 2010.–2011. i na Massachusetts Institute of Technology kao Fulbrightov stipendist 2015. U Leidenu mi je domaćin bio prof. Hendrik Lenstra, a na MIT-u prof. Bjorn Poonen. Oba su veliki matematičari, i naučio sam mnogo od njih, kako u samoj matematici tako i u pristupu i istraživanju. Posebno mi je koristan bio boravak u Leidenu. To je bilo osobito interesantno mjesto za teoriju brojeva. Osim što tamo ima vrhunskih matematičara i puno aktivnosti, atmosfera na odjelu je bila fantastična. Obično bi išli na ručak i tamo je najčešće netko pričao na čemu sada radi, dok bi drugi onda davali svoja razmišljanja i savjete o toj temi. Više bih tada naučio za vrijeme ručka nego tijekom ostatka dana. Tamo sam upoznao buduće suradnike Petera Bruina i Maartena Derickxa, s kojima još uvijek suradujem. Na MIT-u mi je također bilo vrlo korisno, a tamo su vrlo blizu i Harvard, Boston University, kao i neka manja sveučilišta, pa se praktički često može prisustvovati fantastičnim predavanjima vodećih svjetskih matematičara. Općenito volim surađivati s drugim matematičarima, te u zadnje vrijeme većinu članaka pišem u suradnji s njima. Tu se uvi-jek nešto nauči od suradnika, a i puno je ugodnije, zanimljivije, te motivirajuće raditi i s drugim ljudima.



S međunarodne matematičke konferencije 2018. u Zagrebu na PMF-u.

**Za Vaš znanstveni rad važnu je ulogu imao i Seminar za teoriju brojeva i algebru, čiji ste sada i jedan od voditelja.**

Švakako je vrlo korisno imati kolege s kojima dijelite matematičke interese i s kojima možete porazgovarati o problemima s kojima se bavite. To je posebno važno za mlade matematičare na početku karijere. Osim što je vrlo korisno imati iskusnije kolege koje možete

pitati i koji vam mogu pomoći kada negdje zapnete, a to vrlo pozitivno djeluje i na motivaciju. Seminar za teoriju brojeva je vrlo aktivran, ima nas zaista dovoljno i rekao bih da smo svi skupa dosta složni, da se dobro slažemo, a što je također vrlo važno.

**Možete li nam ukratko opisati Vaša najznačajnija dostignuća u Vašem znanstvenom radu?**

Bavim se aritmetičkom geometrijom. To bi se moglo ukratko opisati kao grana matematike gdje se problemi iz teorije brojeva rješavaju metodama algebarske geometrije. Tu se pojavljuju mnogi problemi koji se mogu lako izreći, a vrlo teško rješiti. Poznati primjer je posljednji Fermatov teorem koji kaže da jednadžba  $x^n + y^n = z^n$  za  $n \geq 3$  nema rješenja u cijelim brojevima takva da je  $xyz \neq 0$ . Konkretno se bavim proučavanjem eliptičkih krivulja, i modularnih krivulja, koje su geometrijski objekti koji parametriziraju eliptičke krivulje s nekim svojstvom. To su objekti s nevjerojatno bogatom strukturom, te se tu isprepliću zaista razne grane matematike. Na primjer možete se pitati koliko rješenja  $x, y$  u skupu racionalnih brojeva može imati jednadžba  $y^2 = x^3 + k$ , za neki fiksani prirodan (ili racionalan) broj  $k \neq 0$ . Moguće je da nema nijedno, a moguće je da ima beskonačno rješenja, a moguće je i da ima rješenja, ali njih samo konačno mnogo (ovisno o tome koji  $k$  izaberemo). Međutim ako postoji konačno mnogo rješenja, onda ih uvijek može biti najviše 16. Ova spomenuta jednadžba definira eliptičku krivulju. Jedan od mojih najcitanijih rezultata je eliptička krivulja nad kubičnim poljem (to je proširenje racionalnih brojeva stupnja 3, npr.  $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}) = \{a + b\sqrt[3]{2} + c\sqrt[3]{4} \mid a, b, c \in \mathbb{Q}\}$ ) koja ima 21 točku – to je jedinstvena eliptička krivulja i jedinstveno kubično polje s tim svojstvom.



Sa suradnicima na konferenciji u Banffu u Kanadi 2022.

**Kakva je bila Vaša uloga na Međunarodnoj matematičkoj olimpijadi?**

Na Međunarodnim matematičkim olimpijadama sam bio koordinator četiri puta. Koordinator zapravo znači ispravljač zadataka. Opisat ću malo detaljnije kako je to zapravo izgledalo, pošto je meni to bilo dosta zanimljivo. Prvo se koordinatori raspodijele po zadacima, tj. svaki od njih ispravlja samo jedan zadatak. Koordinatori koji ispravljaju jedan zadatak pokušaju ga prvo riješiti na što više načina, pa onda zajedno odrediti bodovnu shemu kako bodovati sva moguća rješenja i njihove međukorake. Koordinatori rade u timovima od po dvoje, i ako me sjećanje dobro služi, po tri puta ispravljaju jedan zadatak.

Ispravljanje je također dosta zanimljivo, pošto natjecatelji pišu na svom jeziku i pismu, tako da smo morali ispravljati i zadatke na npr. kineskom ili gruzijskom pismu i jeziku. Tu si koordinatori međusobno pomažu, te ako netko od njih razumije taj jezik, prevede onima koji ispravljaju toj državi. Naravno ispravljanje se nastoji rasporediti tako da timovi pregleđavaju rješenja što više država čiji jezik razumiju (ali nikad svojoj državi). Nakon što koordinatori dodijele svim natjecateljima prijedlog bodova, oni se usuglašavaju s vodama državnih ekipa. Cilj je da se zajedno dođe do poštenog i pravilnog bodovanja za ono što su natjecatelji napisali. Naravno često se dogodi da voditelji pojedinih ekipa misle da njihovi natjecatelji trebaju dobiti više bodova nego što se nama čini, i onda analiziramo njihova rješenja i pokušavamo vidjeti koliko bodova zapravo zasljužuju. Tu je zanimljivo primjetiti kako vođe različitih država različito pristupaju ovim "pregovorima"; neki se svađaju i ljute, neki cjenkaju, a neki ne. Na kraju ipak gotovo uvijek se dođe do bodova za koje manje-više svi uvide da su pošteni.



Na međunarodnoj matematičkoj olimpijadi.

### Volite ići u planine, što je vrlo važno za vaše tjelesno zdravlje.

U pravu ste, općenito volim prirodu, a planine pogotovo. Volim i skijati, te se trudim svake godine otići tjeđan dana na skijanje i možda još koji dan vikendom. Skupljam zajedno sa suprugom (planinarske) žigove s različitim vrhova po Hrvatskoj planinarskoj obilaznici, te smo ih sakupili za sada preko devedeset iz svih dijelova Hrvatske. Naravno, može se činiti da to nema smisla (a možda objektivno i nema), ali tako čovjek sam sebe motivira da ode u neke druge krajeve i u neka druga brda, što na kraju bude osobito lijepo i zanimljivo. Volim i sport općenito i njime se baviti. Uvijek se bolje osjećam nakon fizičke aktivnosti. Od srednje škole se amaterski bavim stolnim tenisom, te se natječem u 2. SOKAZ ligi (Udruga stolnotenisaca rekreativaca Zagreb). Ima ukupno 20 liga. Volio sam igrati i košarku i nogomet, kojeg sam neko vrijeme i trenirao, te i igrao za PMF na studiju. Međutim, prije dvije godine sam na košarci ozlijedio koljeno, pa više ne mogu igrati ni košarku ni nogomet.

**Svake godine upisuju se novi studenti matematike. Tu je vrlo važno da mladi mogu izabrati svoje buduće zanimanje. Možete li uputiti poruku učenicima srednjih škola da lakše izaberu svoje područje, posebno za one koji se žele baviti matematikom?**

Savjetovao bih sve srednjoškolce koji upisuju fakultet da upišu ono što ih zanima. Za buduće studente koji vole matematiku, naš studij matematike na PMF-u je svakako dobar izbor. Meni je osobno studij matematike bio preporod nakon srednje škole, koja mi je uglavnom nije bila tako poticajna. Preporučio bih svima mladima, budućim matematičarima, da što više idu na ljetne matematičke škole i prigodna pedavanja. Naši studenti se vrlo lako zapošljavaju, a dobar dio njih uspije naći posao i prije nego što završe studij.