

## PROCJENA ROBUSNOSTI DRVENIH KONSTRUKCIJA

### *ROBUSTNESS EVALUATION OF TIMBER STRUCTURES*

Dean Čizmar<sup>1</sup>, Ivan Volarić<sup>1</sup>, Marija Babić Tončić<sup>1</sup>, Matija Vrkljan<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Tehničko veleučilište u Zagrebu-Graditeljski odjel, Avenija Većeslava Holjevca 15, 10000 Zagreb

<sup>2</sup>Sveučilište Sjever, Jurja Križanića 31b, 42000 Varaždin - student

#### SAŽETAK

Prilikom izrade projekata nosive konstrukcije težimo dostatnoj pouzdanosti konstrukcije protiv otkazivanja. U povijesti nisu bili dostupni suvremeni statički programi, kompleksni modeli djelovanja i otpornosti te materijali s deklariranim čvrstoćama, pa su povijesne konstrukcije projektirane na način da imaju dodatnu otpornost. Suvremene nosive konstrukcije su optimizirane s obzirom na projektne opterećenja, a često se ne uzimaju u obzir iznimna opterećenja. Poseban interes za robusnost konstrukcija se pojavljuje u svijetu nakon urušavanja Svjetskog trgovinskog centra 2001. godine u New Yorku. U proteklim desetljećima postoje mnogi pokušaji matematičkog definiranja robusnosti konstrukcije, ali opće prihvaćena definicija još ne postoji. Matematičke modele za proračun robusnosti može se podijeliti na determinističke, probabilističke i modele na osnovi teorije rizika. U radu je analizirana drvena krovna konstrukcija crkve u Krauchthalu, Švicarska starosti oko 300 godina, s osnim rasponom konstrukcije 11.5 metara. Proračun robusnosti predmetne konstrukcije rađen je prema probabilističkom pristupu, a nakon provedenih izračuna indeksi pouzdanosti su vrlo veliki. S obzirom na navedeno te analizu poprečnih presjeka može se doći do zaključka kako konstrukcija ima značajnu robusnost.

**Ključne riječi:** robusnost konstrukcija, pouzdanost konstrukcija, probabilistički pristup, drvena krovna konstrukcija

#### ABSTRACT

When creating load-bearing structure projects, we strive for sufficient reliability of the structure against failure. Hundreds of years ago, modern

static programs, complex models of action and resistance, and materials with declared strengths were not available, so historical constructions were designed in such a way as to have additional resistance. Modern load-bearing structures are optimized with regard to design loads, but exceptional loads are often not taken into account. A special interest in the robustness of structures appears among professionals after the collapse of the World Trade Center in 2001 in New York. In the past decades, there have been many attempts to mathematically define the robustness of a structure, but a widely accepted definition does not yet exist. Mathematical models for calculating robustness can be divided into deterministic, probabilistic and models based on risk theory. This article focuses on analyze the timber roof structure of the church in Krauchthal, Switzerland, which is about 300 years old, with an axial span of the structure of 11.5 meters. The calculation of the robustness of the structure in question was made according to the probabilistic approach, and after the calculations, the reliability indices are very high. After taking general analysis and cross section analysis into account, it can be concluded that the structure has significant robustness

**Keywords:** robustness of structures, reliability of structures, probabilistic approach, timber roof structure

#### 1. UVOD

##### 1. INTRODUCTION

Primarna funkcija svih nosivih konstrukcija uvijek je sadržana u preuzimanju opterećenja koja djeluju na građevinu. Pritom je osnovni postulat dostatna pouzdanost konstrukcije protiv otkazivanja, koje

ne mora nužno biti urušavanje konstrukcije ili razaranje nekoga konstrukcijskog elementa, nego to može biti i oštećenje ili deformiranje koje ugrožava funkcionalnost. Općenito djelovanje i otpornost konstrukcije čini niz parametara i veličina koje su slučajne, dakle stohastičke veličine. Progresivno otkazivanje nosive konstrukcije definira se kao djelomično ili potpuno oštećenje konstrukcije ili konstrukcijskog elementa uslijed iznimnog djelovanja (događaja) [7]. Progresivno otkazivanje je uvijek karakterizirano s nerazmjerom između početnog djelovanja i utjecaja toga djelovanja na konstrukciju [6]; [7]; [12]. U prošlosti su modeli djelovanja i otpornosti na konstrukcije bili nepouzdana i nedovoljno istraženi te su, u pravilu konstrukcije imale “dodatnu” otpornost koja je bila dovoljna da se preuzmu iznimna djelovanja i spriječi progresivno otkazivanje. No, uslijed “konstrukcijske revolucije” (upotreba računala, kompleksni modeli djelovanja i otpornosti, materijali visokih svojstava, suvremeni konstrukcijski sustavi i načini gradnje) otpornost konstrukcije je optimizirana s obzirom na projektne opterećenja, ne uzimajući u obzir iznimna opterećenja [7]; [12]. 1968. godine nakon progresivnih otkazivanja objekta Ronan Point Apartment Building, pojam robusnosti konstrukcije se prvi put spominje [17]. Nakon napada na Svjetski Trgovački Centar (WTC) robusnost konstrukcija postaje središte interesa mnogih istraživača, ponajprije zbog strahovitih posljedica napada.



*Slika 1* Urušavanje zgrade Ronan Point

*Figure 1* Building collapse Ronan Point



*Slika 2* Napad na Svjetski trgovački centar

*Figure 2* Attack on the World Trade Center

## 2. DEFINICIJA ROBUSNOSTI KONSTRUKCIJA

### 2. DEFINITION OF STRUCTURAL ROBUSTNESS

Pojam robusnosti je sposobnost ispunjavanja određene funkcije pod različitim i promjenjivim uvjetima. Također pojam robusnosti može se definirati kao svojstvo sistema koje omogućuje da preživi nepredvidive ili neobične događaje.

Prema europskim normama HRN EN 1990 i HRN EN 1991-1-1 [2]; [3] robusna konstrukcija je konstrukcija kod koje su posljedice otkazivanja konstrukcije proporcionalne djelovanju koje je izazvalo otkazivanje. Proteklih desetljeća mnogi su znanstvenici pokušali matematički definirati robusnost, no još uvijek ne postoji jedinstvena i prihvaćena definicija. Matematičke modele za proračun robusnosti može se podijeliti na determinističke, probabilističke i modele na osnovi teorije rizika.

#### 2.1. DETERMINISTIČKA DEFINICIJA

##### 2.1. DETERMINISTIC DEFINITION

Robusnost konstrukcije  $R_s$  se prema Starosseku i Haberlandu [21] definira kao:

$$R_s = \min_j \frac{\det K_j}{\det K_0}$$

gdje je  $K_j$  matrica krutosti oštećene konstrukcije

(konstrukcije nakon uklanjanja elementa  $j$ ), a  $K_0$  matrica krutosti neoštećene konstrukcije. Autori priznaju da zasada ovaj pristup nije uspješan no prednost je jednostavnost. Isti autori predlažu energetska mjeru robusnosti te mjeru robusnosti pomoću progresivnih oštećenja.

Energetska mjera robusnosti definira se kao:

$$R_s = 1 - \max_j \frac{E_{r,j}}{E_{s,k}}$$

gdje je  $E_{r,j}$  energija oslobođena prilikom početnog otkazivanja konstrukcijskog elementa  $j$  i raspoloživa za oštećenje sljedećeg elementa  $k$ , a  $E_{s,k}$  je energija potrebna za otkazivanje sljedećeg konstrukcijskog elementa.

Mjera robusnosti pomoću progresivnih oštećenja definira se kao:

$$R_d = 1 - \frac{p}{p_{lim}}$$

gdje je  $p$  maksimalno oštećenje uzorkovano inicijalnim oštećenjem  $i_{lim}$ , a  $p_{lim}$  je prihvatljivo napredovanje oštećenja.

## 2.2. PROBABILISTIČKE DEFINICIJE

### 2.2. PROBABILISTIC DEFINITIONS

Ellingwood i Leyendecker [6] definiraju koncept progresivnog kolapsa (rušenja) konstrukcije  $P(F)$  kao:

$$P(F) = P(F|DH) \cdot P(D|H) \cdot P(H)$$

gdje se vjerojatnost rušenja proračunava kao umnožak vjerojatnosti pojave iznimnog djelovanja  $P(F|DH)$ , vjerojatnosti pojave oštećenja uslijed tog djelovanja  $P(D|H)$  te vjerojatnosti rušenja konstrukcije  $P(H)$ . Pojam iznimnog djelovanja se odnosi na iznimna opterećenja ili učinke djelovanja. Iznimna opterećenja se mogu grupirati na tlačna (eksplozije, utjecaju velikih vjetrova), udarna (sudar vozila, aviona, projektila ili eventualno objekata koji mogu udariti u konstrukciju tijekom gradnje odnosno uklanjanja) i deformacijska (omekšanje čelika tijekom požara). Ova djelovanja imaju iznimno

kratkotrajan karakter ako ih usporedimo s ostalim proračunskim djelovanjima. Općenito, ova djelovanja su promjenjiva u vremenu i mogu biti statička i dinamička.

Ranih devedesetih godina Frangopol i Curley; te Fu i Frangopol [10]; [11] predlažu probabilističku mjeru indeksa suvišnosti odnosno zalihosti  $RI$  koji je definiran pomoću vjerojatnosti otkazivanja oštećenog ( $P_{f(dmg)}$ ) i neoštećenog ( $P_{f(sys)}$ ) konstrukcijskog sistema kao:

$$RI = \frac{P_{f(dmg)} - P_{f(sys)}}{P_{f(sys)}}$$

Isti autori predlažu indeks suvišnosti ( $\beta_R$ ) kao omjer indeksa pouzdanosti oštećenog ( $\beta_{damaged}$ ) i neoštećenog sustava ( $\beta_{int act}$ ). Pojam robusnosti je povezan s indeksom suvišnosti jer će u pravilu statički neodređeni sustavi imati veću robusnost od statički određenih.

$$\beta_R = \frac{\beta_{int act}}{\beta_{int act} - \beta_{damaged}}$$

Lind [16] predlaže mjeru snošljivosti konstrukcijskog sistema pomoću indeksa ranjivosti ( $V$ ):

$$V = \frac{P(r_d, S)}{P(r_o, S)}$$

gdje su u omjer postavljene vjerojatnosti rušenja sistema kao funkcije otpornosti i djelovanja neoštećene ( $P(r_o, S)$ ) odnosno oštećene konstrukcije ( $P(r_d, S)$ ).

Alternativna mogućnost određivanja robusnosti konstrukcija koja se u načelu oslanja na Ellingwood-a i Leyendecker-a [6]; [7] predlažu Kirkegaard i Sorensen [12]. Robusnost je povezana s nizom mogućih scenarija gdje djelovanja mogu izazvati oštećenje konstrukcijskog sustava. Robusnost je konstrukcijska osobina i nije ovisna o vjerojatnosti pojave iznimnih djelovanja ili oštećenja. Uvodi se pojam "ključnog elementa" koji se definira kao konstrukcijski element ili dio konstrukcije koji je iznimno bitan za nosivost, odnosno element ili dio konstrukcije nakon čijeg

otkazivanja može doći do otkazivanja cjelokupne konstrukcije. Autori osim iznimnih djelovanja definiraju i nenamjerne greške (geometrijske imperfekcije, pogreška izvedbe itd.). Ovaj rad je prvi rad u kojem se vrlo detaljno daju prijedlozi i mogući načini numeričke provjere robusnosti koristeći probablistički pristup. U ovom radu se uzimaju u obzir specifičnosti drvenih konstrukcija u korelaciji s robusnosti konstrukcija.

Robusna konstrukcija može biti ostvarena s prikladnim odabirom materijala, rasporedom konstrukcijskih elemenata i s prikladnim odabirom ključnih elemenata. Zahtjevi za stupnjem robusnosti konstrukcije su povezani s posljedicama otkazivanja konstrukcije. U pravilu robusnost konstrukcije je potrebno provjeriti samo za konstrukcije koje pripadaju u razred CC3 (konstrukcije s velikim posljedicama ukoliko dođe do otkazivanja).

Prema Kirkegaard-u i Sorensen-u [12] robusnost se mora provjeriti na način da se dokaže da:

- elementi koji su ključni za nosivost imaju malu osjetljivost na iznimna djelovanja
- u slučaju djelomičnog oštećenja konstrukcije neće doći do progresivnog sloma
- postoji zadovoljavajuća razina pouzdanosti ključnih elemenata, odnosno da pouzdanost sustava neće biti bitno smanjena ukoliko dođe do otkazivanja ključnog elementa

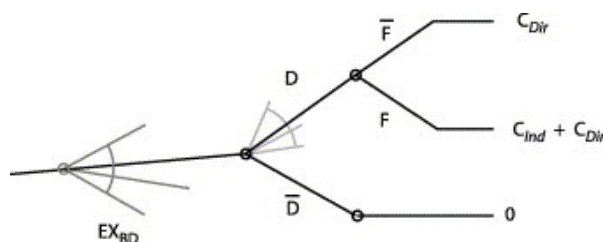
## 2.3. DEFINICIJA POMOĆU TEORIJE RIZIKA

### 2.3. DEFINITION USING RISK THEORY

Baker, Schubert i Faber, te Radowitz, Matthias i Faber [1]; [18] predlažu definiciju robusnosti konstrukcije koja se temelji teoriji rizika. Ovaj pristup dijeli posljedice na izravne, koje su povezane s lokalnim oštećenjem elemenata (konstrukcijskih sastavnica), koje se može smatrati proporcionalnim s početnim oštećenjem, te indirektno posljedice koje su neovisne o početnom oštećenju. Indeks robusnosti ( $I_{rob}$ ) je formuliran uspoređujući rizik povezan s direktnim ( $R_{Dir}$ ) i indirektnim posljedicama ( $R_{Ind}$ ):

$$I_{rob} = \frac{R_{Dir}}{R_{Dir} + R_{Ind}}$$

Promatrajući sliku 3 može se vidjeti način proračuna robusnosti pomoću ovog pristupa. Promatramo djelovanje na konstrukciju ( $Ex_{BD}$ ) uslijed kojeg ili ne dolazi do oštećenja ( $D$ ) ili uslijed kojeg dolazi do oštećenja ( $D$ ).



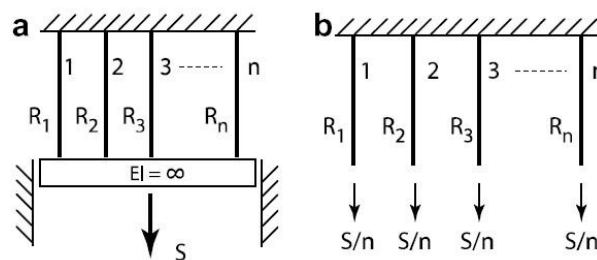
Slika 3 Određivanje direktnih i indirektnih posljedica  
Figure 3 Determination of direct and indirect consequences

Ukoliko nije došlo do oštećenja nema niti direktnih niti indirektnih posljedica, dok u slučaju ( $D$ ) se mogu odrediti direktne i indirektno posljedice ( $C_{Dir}$  odnosno  $C_{Ind}$ ). Pomoću integralne formulacije može se proračunati direktan ( $R_{Dir}$ ) odnosno indirektan ( $R_{Ind}$ ) rizik:

$$R_{Dir} = \iint_{ExD} C_{Dir}(F) \cdot p(D|Ex) \cdot p(Ex)dExdD$$

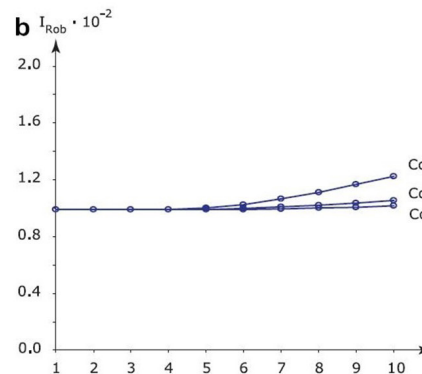
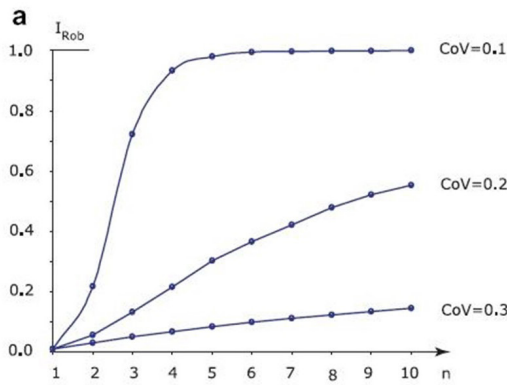
$$R_{Ind} = \iint_{ExD} C_{Ind}(F) \cdot p(F|D, Ex) \cdot p(D|Ex) \cdot p(Ex)dExdD$$

Autori su također razmatrali teorijske modele prikazane na slici 4 te su koristeći opisani pristup proračunali indeks robusnosti u ovisnosti o varijaciji djelovanja  $S$  te broj elemenata u sistemu. Rezultati proračuna su dani na slici 5.



Slika 4 Teorijski modeli a) idealan duktilan sistem, b) idealan kruti model

Figure 4 Theoretical models a) ideal ductile system, b) ideal brittle model



**Slika 5** Indeksi robusnosti teorijskih modela a) idealan duktilan sistem, b) idealan kruti model

**Figure 5** Robustness indices of theoretical models a) ideal ductile system, b) ideal brittle model

### 3. PROBABILISTIČKO MODELIRANJE DRVENIH KONSTRUKCIJA

#### 3. PROBABILISTIC MODELING OF TIMBER STRUCTURES

Jednadžba graničnog stanja nosivosti za poprečni presjek nosača u općem obliku glasi:

$$g(X) = z_d \cdot R \cdot X_M - \sum_i S_i = 0$$

gdje je  $z_d$  proračunska vrijednost geometrijskih podataka,  $R$  otpornost,  $\sum_i S_i$  učinci od svih djelovanja, a  $X_M$  faktor nepouzdanosti proračunskog modela.

U slučaju interakcije dva djelovanja (uzdužne sile i momenta savijanja) jednadžba glasi:

$$g_i(X) = X_M - \left( \frac{\sum_i S_{t,i}}{z_{d,A} \cdot R_{t,0}} + \frac{\sum_i S_{m,i}}{z_{d,M} \cdot R_m} \right) = 0$$

gdje su  $z_{d,A}$  i  $z_{d,M}$  proračunske vrijednosti geometrijskih podataka,  $R_{t,0}$  and  $R_m$  otpornosti (vlačna čvrstoća i čvrstoća na savijanje),  $\sum_i S_{t,i}$  i  $\sum_i S_{m,i}$  su učinci djelovanja (vlačnih sila odnosno momenta savijanja), a  $X_M$  je faktor

nepouzdanosti proračunskog modela.

Osnovne varijable (karakteristike) koje se koriste prilikom probabilističkog modeliranja drvenih konstrukcija su:

- čvrstoća na savijanja  $r_{m,s}$  [MPa]
- modul elastičnosti  $MOE_{m,s}$  [MPa],
- gustoća drva  $q_{den,s}$  [kg/m<sup>3</sup>]

Ukoliko su provedena laboratorijska ispitivanja na odgovarajućem broju uzoraka koriste se dobiveni statistički parametri, u ostalim slučajevima koriste se razdiobe i koeficijenti varijacije koji su dani u tablici. Ostale karakteristike dane su u tablici 2 i definirane su kao funkcija osnovnih karakteristika. Tablica 3 prikazuje osnovne varijable i pripadajuće funkcije raspodjele.

#### 4. PRIMJER EKSPERIMENTALNOG ODREĐIVANJA ROBUSNOSTI KONSTRUKCIJE

##### 4. EXAMPLE OF EXPERIMENTAL DETERMINATION OF STRUCTURAL ROBUSTNESS

Konstrukcija koja je analizirana je crkva u Krauchthalu, Švicarska. Crkva je stara oko 300 godina. Statički sustav je jednostavno pajantno

	Funkcija raspodjele	COV
Čvrstoća na savijanja $R_m = R_{m,s}$	Lognormalna	0.25
Modul elastičnosti $MOE_m = MOE_{m,s}$	Lognormalna	0.13
Gustoća $P_{den} = P_{den,s}$	Normalna	0.10

**Tablica 1** Probabilističke vrijednosti osnovnih varijabli

**Table 1** Probabilistic values of basic variables

Karakteristika	Srednja vrijednost $E[X]$	Koeficijent varijacije $COV[X]$
Vlačna čvrstoća II s vlakancima, $r_{t,0}$ :	$E[R_{t,0}] = 0.6 E[R_m]$	$COV[R_{t,0}] = 1.2 COV[R_m]$
Vlačna čvrstoća II okomito na vlakanca, $r_{t,90}$ :	$E[R_{t,90}] = 0.015 E[P_{den}]$	$COV[R_{t,90}] = 2.5 COV[P_{den}]$
Modul elastičnosti (II), $MOE_{t,0}$ :	$E[MOE_{t,0}] = E[MOE_m]$	$COV[MOE_{t,0}] = COV[MOE_m]$
Modul elastičnosti (okomito na vlakanca), $MOE_{t,90}$ :	$E[MOE_{t,90}] = \frac{E[MOE_m]}{30}$	$COV[MOE_{t,90}] = COV[MOE_m]$
Tlačna čvrstoća okomito na vlakanca, $r_{c,0}$ :	$E[R_{c,0}] = 5 E[R_m]^{0.45}$	$COV[R_{c,0}] = 0.8 COV[R_m]$
Tlačna čvrstoća paralelno s vlakancima, $r_{c,90}$ :	$E[R_{c,90}] = 0.008 E[P_{den}]$	$COV[R_{c,90}] = COV[P_{den}]$
Modul posmika $MOG_v$ :	$E[MOG_v] = \frac{E[MOE_m]}{16}$	$COV[MOG_v] = COV[MOE_m]$
Posmična čvrstoća, $r_v$ :	$E[R_v] = 0.2 E[R_m]^{0.8}$	$COV[R_v] = COV[R_m]$

Tablica 2 Probabilističke vrijednosti ostalih parametara čvrstoće

Table 2 Probabilistic values of other strength parameters

Varijabla	Funkcija raspodjele
Vlačna čvrstoća paralelno s vlakancima, $R_{t,0}$ :	Lognormalna
Vlačna čvrstoća okomito na vlakanca $R_{t,90}$ :	2-p Weibullova
Modul elastičnosti na vlak paralelno s vlakancima, $MOE_{t,0}$ :	Lognormalna
Modul elastičnosti na vlak okomito na vlakanca, $MOE_{t,90}$ :	Lognormalna
Tlačna čvrstoća paralelno s vlakancima, $R_{c,0}$ :	Lognormalna
Tlačna čvrstoća okomito na vlakanca, $R_{c,90}$ :	Normalna
Modul posmika, $MOG_v$ :	Lognormalna
Posmična čvrstoća, $R_v$ :	Lognormalna

Tablica 3 Osnovne varijable i pripadajuće funkcije raspodjele

Table 3 Basic variables and associated distribution functions

	$MOE_m$	$P_{den}$	$R_{t,0}$	$R_{t,90}$	$MOE_{t,0}$	$MOE_{t,90}$	$R_{c,0}$	$R_{c,90}$	$MOG_v$	$R_v$
$r_m$	0.8	0.6	0.8	0.4	0.6	0.6	0.8	0.6	0.4	0.4
$MOE_m$		0.6	0.6	0.4	0.8	0.4	0.6	0.4	0.6	0.4
$P_{den}$			0.4	0.4	0.6	0.6	0.8	0.8	0.6	0.6
$R_{t,0}$				0.2	0.8	0.2	0.5	0.4	0.4	0.6
$R_{t,90}$					0.4	0.4	0.2	0.4	0.4	0.6
$MOE_{t,0}$						0.4	0.4	0.4	0.6	0.4
$MOE_{t,90}$							0.6	0.2	0.6	0.6
$R_{c,0}$								0.6	0.4	0.4
$R_{c,90}$									0.4	0.4
$MOG_v$										0.6

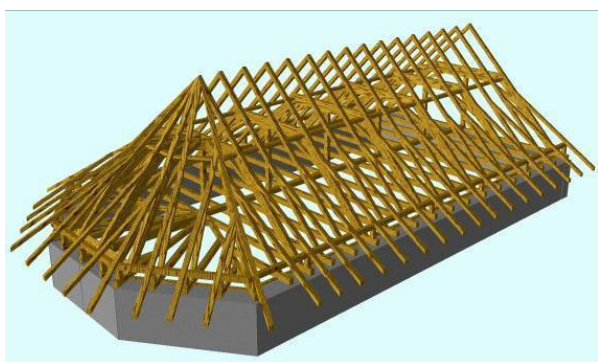
Tablica 4 Korelacijska matrica

Table 4 Correlation matrix

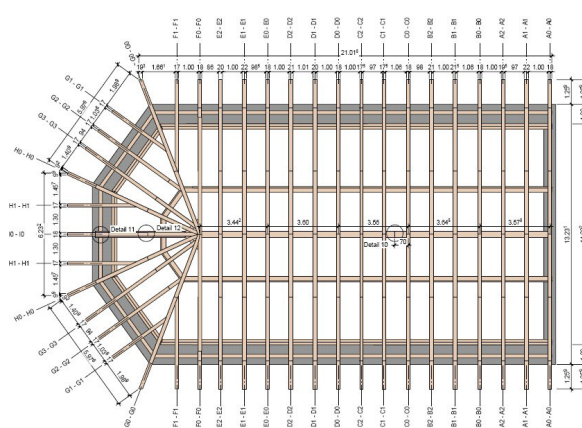
krovište. Razmak punih vezova iznosi oko 4.5 metara, a rogovi su na osnom razmaku od oko 1m. Osni raspon konstrukcije iznosi 11.5 metara. Na sljedećim slikama su prikazani karakteristični presjeci konstrukcije, 3D vizualizacijski model te tlocrt. Ova konstrukcija je vrlo masivna iz razloga što je projektirana prije više stotina godina. Projektanti (graditelji) su odabrali dimenzije elemenata koje su znatno veće od potrebnih iz uvjeta nosivosti i uporabivosti. Proračunom prema Eurokod normama s obzirom na postojeća opterećenja, vrlo je vjerojatno da bi poprečni presjeci ove konstrukcije bili znatno manji.



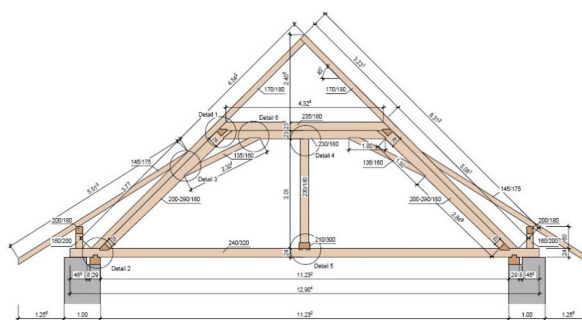
Slika 6 Crkva u Krauchtal, Švicarska  
Figure 6 Church in Krauchtal, Switzerland



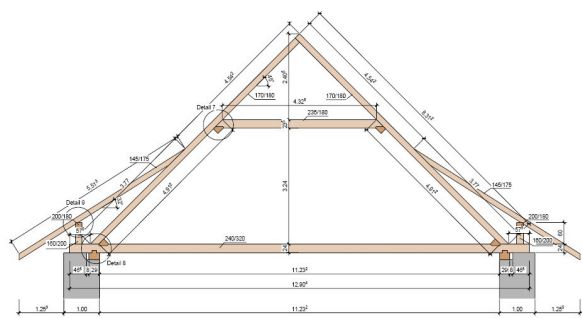
Slika 7 3d vizualizacijski prikaz konstrukcije crkve u Krauchtal, Švicarska  
Figure 7 3d visualization of the church construction in Krauchtal, Switzerland



Slika 8 Tlocrt konstrukcije crkve u Krauchtal, Švicarska  
Figure 8 Floor plan of the church structure in Krauchtal, Switzerland



Slika 9 Poprečni presjek (puni vez) crkve u Krauchtal, Švicarska  
Figure 9 Cross section (solid embroidery) of the church in Krauchtal, Switzerland

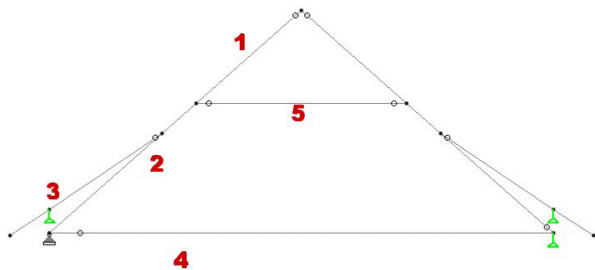


Slika 10 Poprečni presjek (sekundarni elementi) crkve u Krauchtal, Švicarska  
Figure 10 Cross section (secondary elements) of the church in Krauchtal, Switzerland

#### 4.1. PROBABILISTIČKI MODEL 4.1. PROBABILISTIC MODEL

Proračun robusnosti konstrukcije rađen je prema probabilističkom pristupu koji je definiran u prošlom poglavlju. Formirane su odgovarajuće

jednadžbe graničnih stanja nosivosti te jedna jednadžba graničnog stanja uporabljivosti. Na slici 11 su rednim brojem označeni elementi koji su uzeti u obzir pri formiranju jednadžbi graničnih stanja.



Slika 11 Elementi uzeti u obzir prilikom proračuna

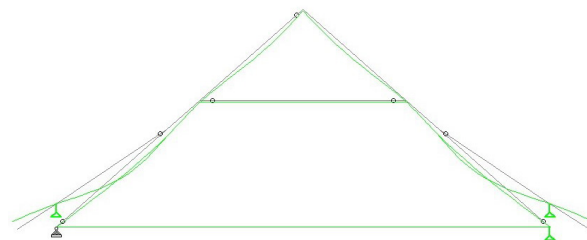
Figure 11 Elements taken into account during the calculation

U proračunu su razmatrane slijedeće jednadžbe graničnih stanja:

1. Otkazivanje elementa 1 (V)
2. Otkazivanje elementa 3 (V)
3. Otkazivanje elementa 1 (N+M)
4. Otkazivanje elementa 2 (N+M)
5. Otkazivanje elementa 3(N+M)
6. Otkazivanje elementa 4 (N+M)
7. Otkazivanje elementa 5 (N)
8. Otkazivanje elementa 4 (CP)

## 9. Granično stanje uporabljivosti

Jednadžba 1 se odnosi na otkazivanje elementa 1 i 3 uslijed posmika, jednadžba 2 na otkazivanje elemenata 1, 2 i 3 uslijed uzdužne sile i momenta savijanja. Jednadžba broj 3 se odnosi na interakciju vlačne sile i momenta savijanja. Jednadžba 4 je jednadžba graničnog stanja nosivosti pajante (djelovanje tlačne sile). Jednadžba 5 je jednadžba graničnog stanja nosivosti na tlak okomito na vlakanca. Jednadžba 6 je jednadžba graničnog stanja uporabljivosti. Presjek u kojemu je formirana ova jednadžba je prikazan na slici 12. Pretpostavljene vrijednosti osnovnih varijabli su dane u tablici 5.



Slika 12 Presjek mjerodavan za provjeru graničnog stanja uporabljivosti

Figure 12 Relevant section for the check of serviceability limit state

$$g_i = X_R - X_E = X \cdot k_{\text{mod}} \cdot b \cdot h \cdot f_v - \frac{3}{2} \cdot [V_s(g) + V_s(s)] = 0 \quad (1)$$

$$g_i = X_R - X_E = X - \left( \frac{N(g) + N(s)}{k_{\text{mod}} \cdot k_c \cdot f_{c,0} \cdot b \cdot h} + \frac{6 \cdot M(g) + 6 \cdot M(s)}{k_{\text{mod}} \cdot k_{\text{crit}} \cdot f_m \cdot b \cdot h^2} \right) = 0 \quad (2)$$

$$g_i = X_R - X_E = X - \left( \frac{N(g) + N(s)}{k_{\text{mod}} \cdot 0,8 \cdot f_{c,0} \cdot b \cdot h} + \frac{6 \cdot M(g) + 6 \cdot M(s)}{k_{\text{mod}} \cdot 0,8 \cdot f_m \cdot b \cdot h^2} \right) = 0 \quad (3)$$

$$g_i = X_R - X_E = X - \left( \frac{N(g) + N(s)}{k_{\text{mod}} \cdot k_c \cdot f_{c,0} \cdot b \cdot h} \right) = 0 \quad (4)$$

$$g_i = X_R - X_E = X - \left( \frac{R(g) + R(s)}{k_{\text{mod}} \cdot f_{c,90} \cdot b_{\text{len}} \cdot b} \right) = 0 \quad (5)$$

$$g_i = X_R - X_E = X - \left( \frac{\delta(g) \cdot (1 + k_{\text{def}}) + \delta(s)}{\delta_L} \right) = 0 \quad (6)$$



Variable	Raspodjela	Srednja vrijednosti	Koeficijent varijacije	Opis
$f_m$ [Mpa]	LN	31,4	0,25	Čvrstoća na savijanje
$f_{c,0}$ [Mpa]	LN	$5f_m^{0,45}=23,6$	0,20	Tlačna čvrstoća
$f_v$	LN	$0,2 f_m^{0,8}$	0,25	Posmična čvrstoća
$f_t$	LN	$0,015E [\rho_{den}]$	$2,5COV[\rho_{den}] = 0,25$	Vlačna čvrstoća
$f_{c,90}$	N	$0,008 E [\rho_{den}]$	$COV [\rho_{den}] = 0,10$	Tlačna čvrstoća ⊥ na vlakanca
X	LN	1	0,05	Faktor nepouzdanosti proračunskog modela
$\rho_{den}$	N	500	0,1	Gustoća drva
S [kn/m <sup>2</sup> ]	G	0,43	0,5	Opterećenje snijegom
G [kn/m <sup>2</sup> ]	N	0,80	0,10	Stalno opterećenje
L (m)	D	1,1	-	Razmak između 2 okvira
$k_{mod}$	D	0,8	-	Modifikacijski faktor
b	N	$b_{nom}$	0,07	Širina elementa
h	N	$h_{norm}$	0,07	Visina elementa
$b_{len}$	N	$b_{len}$	0,10	Širina nalijeganja
$k_c$	D	$k_c$	-	Koeficijent izvijanja
$k_{crit}$	D	$k_{crit}$	-	Koeficijent bočnog izvijanja
$\delta_L$	D	17 mm	-	Maksimalni progib

Tablica 5  
Osnovne varijable

Table 5 Basic variables

## 4.2. REZULTATI PRORAČUNA

### 4.2. CALCULATION RESULTS

Svaka od navedenih jednadžbi je riješena metodom pouzdanosti prvog reda (FORM). U sljedećoj tablici su prikazani rezultati proračuna. Kao što je vidljivo indeksi pouzdanosti su vrlo veliki, što se može objasniti ukoliko se promotre dimenzije poprečnog presjeka konstrukcijskih elemenata koji su očigledno predimenzionirani.

Ukoliko se pretpostavi serijski sistem, tada se pouzdanost sistema može proračunati:

$$\max_{i=1}^m P(M_i \leq 0) \leq P_f^s \leq \sum_{i=1}^m (P(M_i \leq 0))$$

$$-\Phi^{-1}(\sum_{i=1}^m (-\beta_i)) \leq \beta_s \leq \min_{i=1}^m \beta_i$$

Pomoću jednostavnih granica može se odrediti interval u kojem se nalazi pouzdanost sistema

Jednadžba br.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Indeks pouzdanosti $\beta$	12,6	11,8	10,2	8,48	7,73	7,01	13,8	9,56	4,97

Tablica 6 Indeksi pouzdanosti  
Table 6 Reliability indices

(razmatrajući granična stanja nosivosti)  $\beta_s \in [6.84, 7.01]$ .

U svrhu procjene robusnosti konstrukcije pretpostavljena su dva scenarija:

- povećanje opterećenja snijegom za 50% i koeficijent varijacije  $COV=0,7$
- vertikalni pomak ležaja za 3cm

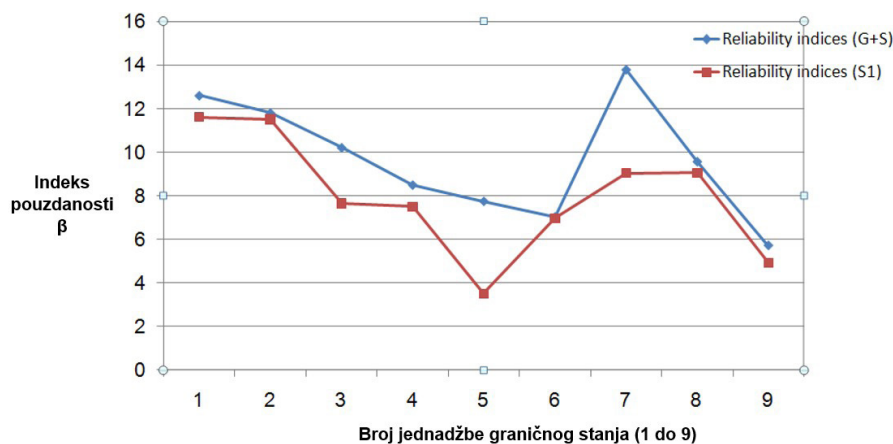
Na slici 13 prikazani su indeksi pouzdanosti za pripadajuću jednadžbu graničnog stanja. Plavom bojom označeni su indeksi pouzdanosti osnovnog modela, dok su crvenom bojom označeni indeksi pouzdanosti dobiveni pretpostavljenim scenarijom. Vidljivo je smanjenje pouzdanosti pojedinih komponenti, no unatoč tome, pouzdanosti elemenata su zadovoljavajuće. Usporedbom pouzdanosti izvornog sistema i scenarija 1 može se

zaključiti da je konstrukcija vrlo robusna.

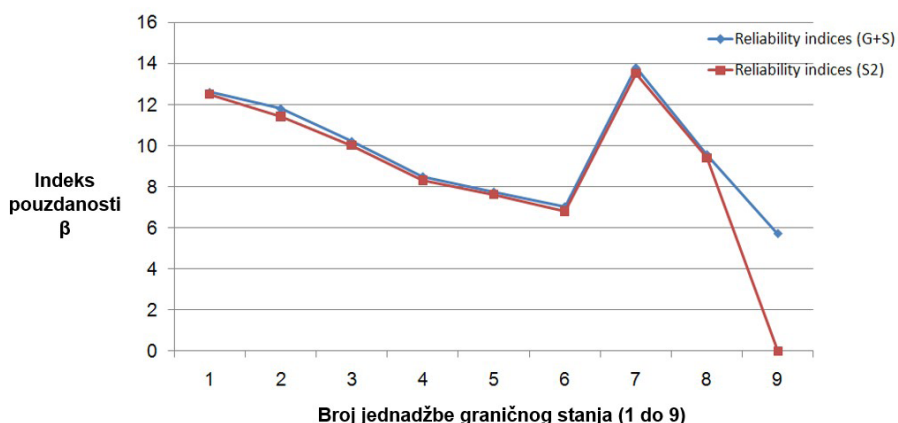
U slučaju scenarija 2 rezultati su vrlo interesantni. Pouzdanost pojedinih komponenti se vrlo malo mijenja (oko 5%) što upućuje na vrlo veliku robusnost. Naravno, ako pretpostavimo pomak od 3 cm, tada jednadžba graničnog stanja uporabljivosti neće biti zadovoljena kao što je vidljivo na slici.

## 5. ZAKLJUČAK 5. CONCLUSION

U ovom radu dan je pregled matematičkih modela za proračun robusnosti konstrukcija. Probabilistički pristup najprikladniji je za formuliranje i rješavanje problema robusnosti drvenih konstrukcija. Na primjeru crkve u



Slika 13 Indeksi pouzdanosti za osnovni sistem i scenarij 1  
Figure 13 Reliability indices for the basic system and scenario 1



Slika 14 Indeksi pouzdanosti za osnovni sistem i scenarij 2  
Figure 14 Reliability indices for the basic system and scenario 2

Krauchtalu napravljena je probabilistička analiza robusnosti. Ukoliko bi se za ovakvu konstrukciju osnovni parametri odredili eksperimentalnim metodama, dakle ukoliko bi se ispitala i odredila: čvrstoća na savijanja, modul elastičnosti te gustoća drva ovim pristupom bi se robusnost konstrukcije mogla procijeniti i odrediti eksperimentalno. U radu nisu analizirani spojevi što predstavlja buduća istraživanja.

## 6. REFERENCE

### 6. REFERENCES

- [1.] Baker, J. W., Schubert, M., & Faber, M. H. (2008), On the assessment of robustness, *Structural Safety*, 30, 253-267.
- [2.] HRN EN 1990; Eurokod: Osnove projektiranja konstrukcija; Hrvatski zavod za norme; Zagreb, 2011.
- [3.] HRN EN 1991-1-1; Eurokod 1: Djelovanja na konstrukcije – Dio 1-1: Opća djelovanja; Hrvatski zavod za norme; Zagreb, 2012.
- [4.] HRN EN 1995-1-1; Eurokod 5: Projektiranje drvenih konstrukcija – Dio 1-1: Općenito – Opća pravila i pravila za zgrade; Hrvatski zavod za norme; Zagreb, 2013.
- [5.] Čizmar, D., Sorensen, J. D., & Kirkegaard, P. H. (2009). Reliability and robustness evaluation of timber structures (Rep. No. 58). Aalborg: Aalborg University.
- [6.] Ellingwood, B. R. & Leyendecker, E. V. (1978). Approaches for Design against Progressive Collapse. *Journal of the Structural Division*, 104, 413-423.
- [7.] Ellingwood, B. R. (2002). Load and resistance factor criteria for progressive collapse design. In *National Workshop on Prevention of Progressive Collapse* Rosemont: National Institute of Building Sciences.
- [8.] Faber, M. H., Kohler, J., & Sorensen, J. D. (2004). Probabilistic modeling of graded timber material properties. *Structural Safety*, 26, 295-309.
- [9.] Faber, M. H. (2008). Risk and Safety in Civil, Environmental and Geomatic Engineering. Zuerich: Swiss Federal Institute of Technology.
- [10.] Frangopol, D. M. & Curley, J. P. (1987). Effects of Damage and Redundancy on Structural Reliability. *Journal of Structural Engineering-Asce*, 113, 1533-1549.
- [11.] Fu, G. K. & Frangopol, D. M. (1990). Balancing Weight, System Reliability and Redundancy in A Multiobjective Optimization Framework. *Structural Safety*, 7, 165-175.
- [12.] Kirkegaard, P. H. & Sorensen, J. D. (2008). A Probabilistic Approach for Robustness Evaluation of Timber Structures. Aalborg:DCE Technical Report No. 55, Aalborg University.
- [13.] Koehler, J. (2002). Probabilistic Modelling of Duration of Load Effects in Timber Structures Lund University: COST E24 Reliability of Timber Structures.
- [14.] Koehler, J. (2006). Reliability of timber structures. Swiss Federal Institute of Technology, Zuerick.
- [15.] Koehler, J., Sorensen, J. D., & Faber, M. H. (2007). Probabilistic modeling of timber structures. *Structural Safety*, 29, 255-267.
- [16.] Lind, N. C. (1995). A Measure of Vulnerability and Damage Tolerance. *Reliability Engineering & System Safety*, 48, 1-6.
- [17.] Pearson, C. & Delatte, N. (2005). Ronan Point Apartment Tower Collapse and its Effect on Building Codes. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 19, 172-177.
- [18.] Radowitz, B., Matthias, S., & Faber, M. H. (2008). Robustness of Externally and Internally Post-Tensioned Bridges. *Beton- und Stahlbetonbau*, 103, 16-22.
- [19.] Starossek, U. (2007). Disproportionate collapse: a pragmatic approach. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*, 160, 317-325.
- [20.] Starossek, U. (2007). Typology of progressive collapse. *Engineering Structures*, 29, 2302-2307.
- [21.] Starossek, U. & Haberland, M. (2008). Approaches to measures of structural robustness. In *IABMAS 08, International conference on Bridge Maintenance, Safety and Management* Seoul.
- [22.] Wisniewski, D., Casas, J. R., & Ghosn, M. (2006). Load Capacity Evaluation of Existing Railway Bridges based on Robustness Quantification. *Structural Engineering International*, 16, 161-166.

AUTORI • *AUTHORS*

• **Izv. prof. dr. sc. Dean Čizmar, mag. ing. aedif.** - Nepromijenjena biografija nalazi se u časopisu Polytechnic & Design Vol. 6, No. 2, 2018.

**Korespondencija • Correspondence**

dean.cizmar@tvz.hr

• **Ivan Volarić, mag. ing. aedif.** -

Nepromijenjena biografija nalazi se u časopisu Polytechnic & Design Vol. 10, No. 2, 2022.



• **Marija Babić Tončić, mag. ing. aedif.** - rođena je 12.01.1983. godine u Zagrebu. Stručni studij graditeljstva završava na Tehničkom veleučilištu u Zagrebu 2005. godine uspješno obranivši

završni rad na temu „Projekt slobodnostojeće kuće za odmor na Hvaru“. Specijalistički diplomski stručni studij završava izradom diplomskog rada na temu „Usporedba varijantnih rješenja konstrukcije trozglobnog luka“ 2018. godine na Tehničkom veleučilištu u Zagrebu. Od 2006. do 2010. godine je zaposlena u Urbanističkom institutu Hrvatske kao suradnik - planer u Centru za promet i infrastrukturu; 2011. godine radi u Institutu za primijenjenu ekologiju (OIKON) kao suradnik u odjelu za izradu Studija utjecaja na okoliš; od 2011. do 2012. godine radi u firmi NESEK d.o.o. - Uredu za prostorno planiranje, projektiranje, razvojne i ekološke programe kao suradnik – planer za infrastrukturu; zatim 2012. godine radi u firmi ARP ARHITEKTURA PETRINJAK d.o.o. na poslovima izrade snimaka

postojećeg stanja u sklopu legalizacije; od 2013. do 2015. godine radi u Gradu Zagrebu – Gradskom uredu za prostorno uređenje, izgradnju Grada, graditeljstvo, komunalne poslove i promet na radnom mjestu više upravne referentice u graditeljstvu u Odjelu za graditeljstvo, Sektor za prostorno uređenje i graditeljstvo; od 2017. do 2018. godine radi u Gradu Zagrebu – Gradskom uredu na radnom mjestu više stručne referentice za poslove redovnog održavanja u Sektoru za upravljanje imovinom Grada za imovinsko-pravne poslove i imovinu Grada, Sektor za upravljanje imovinom Grada; 2020. godine radi kratko u firmi DOMING – PROJEKT d.o.o. u Sisku na radnom mjestu projektanta; od 2020. do 2021. godine radi u firmi ECO SOLUTIONS d.o.o. kao samostalni inženjer projektant. U nastavno zvanje asistenta na Tehničkom veleučilištu u Zagrebu izabrana je 2021. godine te drži nastavu iz Proračuna konstrukcija, Računarstva u graditeljstvu, Drvenih konstrukcija, Betonskih konstrukcija I, Armiranobetonskih inženjerskih konstrukcija te Protupožarne zaštite. Područje interesa su joj drvene konstrukcije, protupožarna zaštita i energetska učinkovitost.



• **Matija Vrkljan, bacc. ing. aedif.** - rođen je 30.10.1996. godine u Zagrebu. Stručni studij graditeljstva završava na Tehničkom veleučilištu u Zagrebu 2020. godine uspješno obranivši završni

rad na temu „Odvodnja oborinskih otpadnih voda interpolacijom zelene infrastrukture na sjeverozapadnom dijelu naselja Siget“. Trenutno student diplomskog studija na Sveučilištu Sjever u Varaždinu. Od 2020. godine zaposlen u struci s naglaskom na protupotresnu obnovu u Zagrebu i okolici.