

*Manuel Benazić\**  
*Gordana Kordić\*\**

JEL klasifikacija: G110, G170  
 Prethodno priopćenje  
<https://doi.org/10.32910/ep.74.5.2>

## **MODELIRANJE I PROGNOZIRANJE VOLATILNOSTI SEKTORSKIH INDEKSA ZAGREBAČKE BURZE: MULTIVARIJATNI GARCH MODEL**

*Cilj ovog rada je modelirati i prognozirati volatilnost sektorskih indeksa na Zagrebačkoj burzi, odnosno na hrvatskom tržištu kapitala korištenjem multivarijatnog generaliziranog autoregresivnog uvjetnog heteroskedastičnog (MGARCH) modela sukladno dvjema pretpostavkama o uvjetnim distribucijama povrata, odnosno Gaussovoj (normalnoj) i Studentovoj t-distribuciji te ustanoviti jesu li navedene distribucije primjerene prilikom opisa distribucije povrata sektorskih indeksa na Zagrebačkoj burzi. Prilikom donošenja odluka o ulaganjima, investitori uzimaju u obzir očekivani profit (povrat) i rizik od ulaganja, a pritom im pomažu analize vezane uz različite mјere rizika poput volatilnosti povrata, koeficijenata korelacije povrata itd. Dnevni podaci o povratima sektorskih indeksa Zagrebačke burze analizirani su u razdoblju od 2013. do 2021. godine, a obuhvaćaju sektor industrijske proizvodnje, građevinarstva, proizvodnje i prerade hrane te turizma. Za potrebe analize u radu, MGARCH je korišten kako bi se procijenili dinamički*

---

\* M. Benazić, dr. sc., redoviti profesor, Sveučilište Jurja Dobrile u Puli, Fakultet ekonomije i turizma „Dr. Mijo Mirković“ Pula (e-mail: manuel.benazic@unipu.hr).

\*\* G. Kordić, dr. sc., redovita profesorica u trajnom izboru, Sveučilište u Zagrebu, Ekonomski fakultet Zagreb (e-mail: gkordic@net.efzg.hr). Rad je primljen u uredništvo 21.05.2021. godine, a prihvaćen je za objavu 07.07.2022. godine.

Rad je izrađen u okviru znanstveno – istraživačkog projekta „*Utjecaj monetarne i fiskalne politike na finansijska tržišta i institucije*“ pri Fakultetu ekonomije i turizma „Dr. Mijo Mirković“, Sveučilište Jurja Dobrile u Puli. Mišljenja, nalazi i zaključci ili preporuke navedene u ovom radu odnose se na autora i ne odražavaju nužno stajališta Fakulteta ekonomije i turizma „Dr. Mijo Mirković“ Pula.

*uvjetni koreacijski (DCC-GARCH) modeli. Izračunate bezuvjetne volatilnosti upućuju na veću stabilnost sektora turizma u odnosu na ostale sektore dok bezuvjetni koreacijski koeficijenti ukazuju na neznatnu jačinu povezanosti između sektora te na mogućnost ostvarivanja diverzifikacijskih efekata prilikom ulaganja. Uvjetne volatilnosti povrata sektorskih indeksa kreću se blisko, osim sektora građevinarstva čija se volatilnost tijekom vremena povećava ukazujući na rastuću prisutnost rizika u tom sektoru. Nadalje, primjetan je trend porasta uvjetne korelacije povrata posebice u odnosima u kojima je uključen sektor turizam sugerirajući na sve veću povezanost ostalih sektora s tim sektorom. Ta je povezanost pogotovo izražena između sektora turizam te sektora proizvodnje i prerade hrane. Usporedbe modela ukazuju da je MGARCH model temeljen na Studentovoj t-distribuciji primjerenoj prilikom opisa distribucije povrata sektorskih indeksa u odnosu na model temeljen na Gaussovoj distribuciji. Ograničenja provedene analize ogledaju se u relativno kratkom vremenskom razdoblju procjene modela i specifičnosti vezanih uz tržište kapitala Republike Hrvatske u odnosu na razvijena tržišta.*

**Ključne riječi:** volatilnost, distribucije povrata, sektorski indeksi, tržište kapitala, Zagrebačka burza, MGARCH model

## 1. UVOD

Poradi postojanja mnogobrojnih definicija, rizik nije lako jedinstveno opisati (Miloš Sprčić (2013) i Andrijanić, Gregurek i Merkaš (2016)). Rizik predstavlja opasnost nastanka štetnog događaja, a može se definirati i kao odstupanje ostvarenog od očekivanog prinosa pri čemu veći rizik zahtijeva i veći prinos (Vukičević i Odobašić, 2012). Prema Dayu (2009) rizik predstavlja mogućnost ostvarenja gubitka ili u kvantitativnom smislu postotnu mogućnost ostvarenja gubitka. Miloš Sprčić (2013) navodi da rizik proizlazi od vjerojatnosti nastanka događaja koji će imati negativne posljedice na pojedinca, organizaciju ili društvo definirajući ga kao nemogućnost predviđanja budućih ishoda s potpunom sigurnošću. Problemi se javljaju onda kada se rizici tijekom vremena pretvaraju u gubitke nanoseći štetu investitorima. Investitori se od štetnih događaja nastoje osigurati na različite načine koristeći raznovrsne metode mjerjenja, odnosno kvantifikacije rizika i različite instrumente zaštite od rizika. Investitori vrše odabir između ulaganja u odnosu na prihvatljivu razinu rizika stvarajući raznovrsne portfelje koji predstavljaju skupove različitih imovinskih oblika. Na taj način diversificiraju rizik. Stoga, diversifikacija podrazumijeva disperziju rizika na veći broj osoba, odnosno investitora (Vukičević i Odobašić, 2012). Kao najčešće statističke mjere rizika koriste se varijanca,

standardna devijacija, koeficijent varijacije, raspodjela, standardizirano obilježje, koeficijenti korelacije itd. (Vukičević i Odobašić (2012) i Day (2009)).

Ovisno o autorima, moguće su različite klasifikacije rizika (Andrijanić i sur., 2016). Osnovna podjela rizika razlikuje poslovne i financijske rizike pri čemu postoje i potkategorije rizika poput bankarskih, investicijskih, osiguratelja itd. Temeljna razlika između poslovnih i financijskih rizika je ta što poslovni podrazumijevaju štete na imovini dok financijski podrazumijevaju mogućnost gubitka uloženog novca (Vukičević i Odobašić, 2012). Financijski rizici pojavljuju se prilikom kupnje i prodaje financijske imovine, investicijske aktivnosti poduzeća, bankarskom poslovanju, ulaganjima investicijskih fondova i osiguranju. Temeljna podjela financijskih rizika uključuje tržišne i kreditne rizike (Crouhy i sur., 2006). U radu ćemo se usredotočiti na tržišni rizik koji nastaje kao posljedica nepovoljnih kretanja tržišnih cijena. Osnovna podjela tržišnih rizika uključuje valutni, likvidnosti, kamatni te ostale rizike u koje ulaze rizici promjene cijene vrijednosnica i roba, ulaganja u vrijednosne papire, opcionske, izloženosti, namire, pozicije itd. (Andrijanić i sur., 2016). Kvantifikacija tržišnih rizika podrazumijeva korištenje raznovrsnih tehnika poput metode rizične vrijednosti (*VaR*) koja uključuje četiri modela: parametarski, povjesnu i Monte Carlo simulaciju te metodu testiranja stresnih situacija (Miloš Sprčić (2013) i Andrijanić i sur. (2016)) pri čemu se kod povjesne metode za izračun rizične vrijednosti (*VaR*) koriste i GARCH modeli volatilnosti. U okviru empirijskih analiza, GARCH modeli višestruko su korišteni kako bi se modelirala i prognozirala volatilnost na tržištima kapitala te kako bi se volatilnost dovela u vezu s drugim varijablama. Navedeni modeli u aplikativnom smislu olakšavaju investitorima donošenje odluka o ispravnom formiraju portfelja.

Stoga se u ovome radu za potrebe analize s ciljem modeliranja i prognoziranja volatilnosti sektorskih indeksa na Zagrebačkoj burzi koristi multivarijatni generalizirani autoregresivni uvjetni heteroskedastični (MGARCH) model. Sektorski indeksi uključuju sektor turizma, industrijske proizvodnje, građevinarstva te proizvodnje i prerade hrane u razdoblju od u razdoblju od 2013. do 2021. godine. Rad je strukturiran u više zasebnih, međusobno povezanih poglavlja. Nakon uvida, slijedi pregled literature u poglavlju 2. U poglavlju 3 daje se pregled metodologije. Analiza rezultata i diskusija prikazani su u poglavlju 4, dok je poglavlje 5 zaključno te, osim sumiranja najznačajnijih nalaza provedenog istraživanja, ukazuje i na njegova ograničenja te daje preporuke za buduća istraživanja. Dodatne evaluacije procijenjenih modela prikazane su u prilogu rada.

## 2. PREGLED LITERATURE

Literatura koja se bavi modeliranjem i analizom volatilnosti sektorskih indeksa na tržišima kapitala prilično je opsežna te se testovi i predviđanja provode kako na razini pojedinog gospodarstva, tako i po skupinama zemalja. Pri tome nije postignuto suglasje o varijablama koje imaju presudan utjecaj na kretanje dioničkih indeksa, nego se koriste različite statističke tehnike i metode kako bi se analiziralo pojedinačno tržište, odnosno kretanja u okviru skupine zemalja. U tom kontekstu smo se i pri analizi korištene literature primarno fokusirali na onu koja kroz (M)GARCH modeli opisuje kretanja na tržišima kapitala, odnosno sam pregled literature ima dva cilja. Prvi je sistematizirati dosadašnja istraživanja vezana za hrvatsko tržište kapitala, dok je drugi cilj usmjeren na dosadašnju primjenu multivarijatnih modela kako bi se prikazala prikladnost odabrane metodologije.

Karakteristike GARCH modela razrađene su i primjenjivane u literaturi u radovima niza autora (npr. Engle i Sheppard (2001), Laurent, Rombouts i Violante (2012), Hansen, Lunde i Voev (2014), Arouria, Jouinib i Nguyenc (2011), Mensia, Beljida, Boubakera i Manag (2013)). U nastavku teksta stoga se daje pregled radova u kojima je korištena navedena metodologija, dok se dodatna pojašnjenja razvoja modela nalaze u metodološkom dijelu rada.

Vezano za istraživanja hrvatskoga tržišta kapitala, u ranijoj literaturi Erjavec i Cota (2007) koristili su GARCH metodologiju kako bi analizirali utjecaj koji na kretanje CROBEX-a imaju kretanja na međunarodnim financijskim tržišima (odnosno je li snažniji utjecaj američkog ili europskog tržišta), te također testiraju pretpostavku kako na kratkoročnu volatilnost utječe volumen trgovine vrijednosnicama. Nalaze kako na CROBEX snažnije utječu američki DJI i NASDAQ indeks nego europski DAX i FTSE indeksi.

Škrinjarić (2015), koristeći MGARCH model, analizira faktore formiranja portfelja na Zagrebačkoj burzi u razdoblju od 2013 do 2015. godine, promatrajući šest sektora (uključujući i CROBEX indeks) u kontekstu rizičnosti i povrata pri čemu je korištena metoda pokazala bolje rezultate u odnosu na druge metode formiranja potfolija. Rad se bavi investicijskim strategijama, pri čemu indekse promatra kao prikladn(ij)e za agresivne, odnosno za konzervativne ulagače.

Sličan zaključak u kontekstu prikladnosti metodologije proizlazi i iz Škrinjarić i Šego (2016), a temelji se na analizi tržišta dionica i obveznica te deviznog tečaja u Hrvatskoj u razdoblju od 2010. do 2015. godine, uzimajući u obzir i transakcijske troškove koji se u literaturi nerijetko izostavljaju.

Volatilnost CROBEX-a, najznačajnijeg indeksa na Zagrebačkoj burzi, korištenjem GARCH (1,1) modela tijekom razdoblja siječanj 2000. do prosinca 2004.

godine istraživali su Jošić i Žmuk (2021). Svojim istraživanjem potvrđuju kako je kretanje promatranog indeksa povezano s obujmom trgovanja te je pod utjecajem kretanja na američkoj i europskim burzama. Kretanja povrata na S&P500 indeks prethodnoga dana, daju signal o kretanju CROBEX-a time potvrđujući kako su burze međusobno povezane, odnosno kako se investitori u Hrvatskoj, prilikom donošenja odluka, u značajnoj mjeri rukovode informacijama o kretanju američkih indeksa, prije svega S&P500.

Utjecaj krize iz 2008. godine na hrvatsko tržište kapitala, propitujući koji sektor je bio najpogođeniji, a kroz kretanje sektorskih indeksa i korištenjem Mar-kowitzevog modela analiziraju Morić Milovanović i Ćurković (2014). Primjećuju gubitke u svim sektorima te zaključuju kako u okolnostima krize, u smislu prinosa i rizika, nije moguće formirati optimalni portfelj.

Hsing (2011) istražuje kretanje CROBEX-a kroz analizu povezanosti makro-ekonomskih varijabli i njihovog pozitivnog ili negativnog utjecaja na promatrani burzovni indeks koristeći GARCH model. Pri tome nalazi kako je hrvatsko tržište kapitala u pozitivnoj vezi s kretanjima realnog BDP-a, odnosa M1/BDP, njemačkog indeksa tržišta kapitala te prinosa na državne obveznice u europodručju. S druge strane, negativna veza ogleda se u odnosu državnog duga i BDP-a, nacionalne kamatne stope, deviznog tečaja HRK/USD te očekivane inflacije.

Dajčman (2013) koristi kopula GARCH model kako bi istražio strukturu povezanosti između hrvatskog i pet odabranih dioničkih tržišta (austrijskog, francuskog, njemačkog, talijanskog i britanskog). Rezultati pokazuju kako u kriznim uvjetima ovisnost među kapitalnim tržištima snažno raste. Najbolju ocjenu dinamična normalna kopula daje za međusobnu ovisnost između indeksa CROBEX-CAC40, CROBEX-DAX i CROBEX-FTSEMIB, dok je dinamična SJC kopula najbolje pokazatelje ostvarila za CROBEX-ATX i CROBEX-FTSE100.

Arnerić i Škrabić Perić (2018) proširuju tradicionalno korištenu GARCH metodologiju koristeći panel GARCH kako bi ispitali postojanje „učinka vikenda“ na kretanja 10 europskih tržišta u nastanku u razdoblju od siječnja 2007. do svibnja 2015. godine, odnosno kako bi detektirali postoje li anomalije u kretanju povrata koje mogu također utjecati na trgovanje, uz uobičajeno promatranje volatilnosti. Zaključuju kako postoji „učinak ponedjeljka“, odnosno (između ostalog) potvrđuju anomalije u kretanjima na promatranim tržištima koje su povezane s danima vikenda.

Ugurlu, Thalassinos i Muratoğlu (2014) koriste GARCH model (zajedno s GJR GARCH i EGARCH modelima, na temelju dnevnih podataka od siječnja 2001. do srpnja 2012. godine) za istraživanje volatilnosti dioničkih tržišta između europskih zemalja u razvoju (Bugarska, Češka, Poljska, Mađarska) i Turske. Dokazuju učinke korištenog modela za promatrana tržišta osim za bugarsko. Za ostala promatrana tržišta utjecaj postojećih informacija je značajan.

Boćoc (2017) istražuje volatilnost na tržištima kapitala zemalja središnje Europe (Češka, Poljska, Mađarska i Slovačka tijekom razdoblja od 2002. do 2015. godine) te dokazuje postojanost GARCH učinka. S obzirom na događaje u promatranom razdoblju, istraživanje je također pokazalo snažniji utjecaj loših, nego dobrih vijesti na volatilnost tržišta.

Vezu između kretanja deviznog tečaja i dioničkog tržišta istražuje Hung (2019) na primjeru pet zemalja srednje i istočne Europe (Poljska, Rumunjska, Češka, Hrvatska i Mađarska) za razdoblje od 2000. do 2017. godine koristeći MGARCH model. Između ostalog, uključujući i utjecaj krize, rezultati su pokazali snažniji utjecaj dioničkog tržišta na kretanje tečaja nego obrnuto. Također, ukazuju kako je korelacija volatilnosti bila slabija prije, nego nakon globalne krize, što može biti korisna informacija investitorima.

Mallikarjuna i Rao (2019) istražuju volatilnosti tržišta kapitala kroz razdoblje od siječnja 2000. do prosinca 2018. godine i to promatrajući dnevne promjene odabralih sektorskih indeksa za razvijena, tržišta u nastanku i granična tržišta (prema MSCI klasifikaciji tržišta), pri tome koristeći GARCH, EGARCH i TGARCH metodologiju. Volatilnost je postojala na svim promatranim tržištima, a na razvijenim tržištima prisutan je učinak poluge te asimetričnost informacija u odnosu na druge dvije promatrane skupine. Ovi učinci su u relativno manjoj mjeri prisutni i na tržištima u nastanku, dok na graničnim tržištima (osim argentinskog) nisu zabilježeni.

Shahateet, Shrydeh i Mohammad (2019) koriste MGARCH pristup kako bi kroz 720 mjesecnih opservacija istražili kretanja na 15 arapskih tržišta kapitala u razdoblju od 2014 do 2017. godine. Autori koriste više specifikacija modela koji se temelje na GARCH pristupu u cilju osiguravanja robusnosti rezultata. Istraživanje je pokazalo kako je veza između promatralih tržišta razmjerno slaba, s povezanošću koja je uglavnom zemljopisno uvjetovana te kako promatrana tržišta tek očekuje ekomska integracija.

Prikazana istraživanja motivacija su za modeliranje i prognoziranje volatilnosti sektorskih indeksa na Zagrebačkoj burzi. Stoga rad pridonosi dosadašnjim istraživanjima kroz analizu kretanja sektorskih indeksa u razdoblju od 2013. do 2021. godine uzimajući u obzir tržišne nestabilnosti. Osim u izračunu i interpretaciji uvjetnih korelacija i volatilnosti povrata sektorskih indeksa Zagrebačke burze, dodatni doprinos ovog rada u odnosu na ostale radove i analize vezane uz Republiku Hrvatsku ogleda se u tome što je u ovom radu izvršena i usporedba MGARCH modela sukladno dvjema pretpostavkama o uvjetnim distribucijama povrata, odnosno Gaussovoj (normalnoj) i Studentovoj *t*-distribuciji.

### 3. METODOLOGIJA

Velik broj financijskih vremenskih serija posjeduje karakteristike grupiranja (klasterizacije) volatilnosti što implicira postojanje značajne autokorelacije u kvadriranim prinosima ili autoregresivnu uvjetnu heteroskedastičnost, a što nadalje vodi neučinkovitosti procjenitelja, pristranosti varijance te upitnih testova značajnosti i dobivenih rezultata (Erjavec i Cota (2006), Dube (2016) te Malmgrem i Zhang (2020)). Stoga su za potrebe rješavanja navedenih problema s namjerom modeliranja i prognoziranja uvjetnih varijanci dizajnirani autoregresivni uvjetni heteroskedastični (ARCH) modeli (Engle, 1982). Nedostaci ARCH modela poput onog da zahtijevaju velik broj parametara kako bi se adekvatno opisala volatilnost, doveli su do razvoja univarijatnog generaliziranog autoregresivnog uvjetnog heteroskedastičnog (GARCH) modela (Bollerslev, 1986) koji predstavlja generalizaciju ARCH modela. Univarijatni GARCH modeli također sadrže nedostatke jer pretpostavljaju postojanje konstantne volatilnosti tijekom vremena, ne podržavaju korelacije između višestrukih vremenskih serija i ne uzimaju u obzir dinamiku (Joye i Lefen, 2019). Daljnji razvoj i uklanjanje nedostataka univarijatnih GARCH modela vodio je stvaranju multivarijatnih generaliziranih autoregresivnih uvjetnih heteroskedastičnih (MGARCH) modela koji podržavaju modeliranje varijančno-kovarijantne matrice za više varijabli, odnosno multivarijatni pristup što omogućava preciznije modeliranje volatilnosti. Multivarijatnim konstantnim uvjetnim korelacijskim GARCH modelom (CCC-GARCH) predloženim od Bollersleva (1990) uklonjeni su nedostaci univarijatnog GARCH modela ali se i dalje pretpostavlja postojanje konstantne korelacije. Engle (2002) uvodi promjenjivu uvjetnu korelaciju multivarijatnim dinamičkim uvjetnim korelacijskim (DCC-GARCH) modelom koji zapravo predstavlja proširenje CCC-GARCH modela. Uzimajući standardizirane Gaussijanske inovacije, Engle (2002) pokazuje da se funkcija log-vjerodostojnosti DCC-GARCH modela može maksimizirati primjenom postupka procjene u dva koraka. U prvom se koraku zasebno procjenjuje  $m$  univarijatan GARCH (1,1) model za svaki povrat imovine u portfelju, a zatim se u drugom koraku koeficijent uvjetne korelacije procjenjuje metodom maksimizirane vjero-dostojnosti (ML) uz pretpostavku da su povrati portfelja distribuirani sukladno Gaussovoj distribuciji. Međutim, većina distribucija povrata financijske imovine nije distribuirana sukladno Gaussovoj distribuciji što stvara problem prilikom ove procjene. Naime, kako bi se obuhvatila distribucija povrata „debelog repa“ prema kojoj je distribuirana većina povrata financijske imovine, Pesaran i Pesaran (2007) predlažu korištenje DCC-GARCH modela s multivarijatnom  $t$ -distribucijom uz upotrebu povrata standardiziranih realiziranom volatilnošću. Naime, takvi su povrati više distribuirani sukladno Gaussovoj distribuciji u odnosu na standar-dizirane. Općenito, prednosti MGARCH modela su te što spajaju fleksibilnost

univarijatnih GARCH modela, principe „štedljivosti“ parametarskih korelacijskih modela i nisu kompleksni poput uobičajenih GARCH modela (Engle, 2002). Istraživanja su pokazala da se MGARCH modeli dobro ponašaju u raznim slučajevima i pružaju senzibilne empirijske rezultate što ih čini superiornijim u odnosu na ostale modele volatilnosti (Engle, 2002).

Pesaran i Pesaran (2007) te Pesaran i Pesaran (2009) izvode multivarijatni uvjetni heteroskedastični model na način rezimiran u nastavku.

Neka je  $r_t = (r_{1t}, \dots, r_{mt})'$  vektor  $m \times 1$  povrata portfelja imovine na dan  $t$  s uvjetnom sredinom  $\mu_{t-1}$  i nesingularnom uvjetnom matricom kovarijance  $\Sigma_{t-1}$ :

$$\mu_{t-1} = E(r_t | \Omega_{t-1}), \Sigma_{t-1} = Cov(r_t | \Omega_{t-1})$$

gdje je  $\Omega_{t-1}$  skup podataka na dan  $t - 1$ .

Uvjetnu matricu kovarijance moguće je rastaviti na:

$$\Sigma_{t-1} = D_{t-1} R_{t-1} D_{t-1} \quad (1)$$

gdje je  $D_{t-1}$  dijagonalna  $m \times m$  matrica s elementima  $\sigma_{i,t-1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  označavajući uvjetnu volatilnost povrata te  $R_{t-1}$  simetrična  $m \times m$  matrica uparenih uvjetnih korelacija s elementima  $Q_{ij,t-1}$  za  $i = j$ . Bollerslev (1990) jednadžbu (1) razmatra s konstantnom uvjetnom matricom  $R_{t-1} = R$  dok Engle (2002) dozvoljava da  $R_{t-1}$  bude promjenjiva uvodeći model dinamičke uvjetne korelacije (DCC).

Dekompozicija  $\Sigma_{t-1}$  omogućava zasebnu specifikaciju uvjetnih volatilnosti i uvjetne korelacije povrata pri čemu je uvjetna volatilnost  $i$ -tog povrata moguće izračunati na sljedeći način:

$$\sigma_{i,t-1}^2 = \bar{\sigma}_i^2 (1 - \lambda_{1i} - \lambda_{2i}) + \lambda_{1i} \sigma_{i,t-2}^2 + \lambda_{2i} r_{i,t-1}^2 \quad (2)$$

gdje je  $\bar{\sigma}_i^2$  bezuvjetna varijanca  $i$ -tog povrata. Parametrima  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  omogućeno je da su različiti za sve vrste imovine. U slučaju da je  $\lambda_{1i} + \lambda_{2i} = 1$  imamo tzv. integrirani GARCH, odnosno IGARCH model.

Nadalje,  $(i, j)$ -ta uvjetna korelacija procjenjuje se kao:

$$\tilde{p}_{i,j,t-1}(\emptyset) = \frac{q_{ij,t-1}}{\sqrt{q_{ii,t-1} q_{jj,t-1}}} \quad (3)$$

pri čemu su  $q_{ij,t-1}$  dani kao:

$$q_{ij,t-1} = \bar{p}_{ij} (1 - \emptyset_1 - \emptyset_2) + \emptyset_1 q_{ij,t-2} + \emptyset_2 \tilde{r}_{i,t-1} \tilde{r}_{j,t-1} \quad (4)$$

gdje je  $\bar{p}_{ij}$   $(i, j)$ -ta bezuvjetna korelacija,  $\emptyset_1, \emptyset_2$  su parametri tako da je  $\emptyset_1 + \emptyset_2 < 1$  i  $\tilde{r}_{i,t-1}$  predstavljaju standardizirane povrte kojima se postiže normalnost. U slučaju

da je  $\varnothing_1 + \varnothing_2 < 1$ , proces se vraća srednjoj vrijednosti dok u slučaju  $\varnothing_1 + \varnothing_2 = 1$  vrijedi:

$$q_{ij,t-1} = \varnothing q_{ij,t-2} + (1 - \varnothing) \tilde{r}_{i,t-1} \tilde{r}_{j,t-1} \quad (5)$$

Hipoteza  $\varnothing_1 + \varnothing_2 < 1$  se uobičajeno testira.

Prema Engleu (2002) standardizacija povrata ostvaruje se na sljedeći način:

$$\tilde{r}_{i,t-1} = \tilde{r}_{i,t-1}^{exp} = \frac{r_{it}}{\sigma_{i,t-1}} \quad (6)$$

Međutim, kako je prethodno navedeno, većina distribucija povrata financijske imovine nije distribuirana sukladno Gaussovoj distribuciji što stvara problem prilikom ove procjene te iz toga razloga Pesaran i Pesaran (2007) predlažu standardizaciju povrata koristeći mjeru stvarne, odnosno realizirane volatilnosti:

$$\tilde{r}_{i,t-1} = \tilde{r}_{i,t-1}^{devol} = \frac{r_{it}}{\sigma_{i,t-1}^{realized}} \quad (6)$$

pri čemu  $\sigma_{i,t-1}^{realized}$  predstavlja proxy realizirane volatilnosti  $i$ -tog povrata u danu  $t$ . Za potrebe aproksimacije realizirane volatilnosti predlažu:

$$\tilde{\sigma}_{it}^2(p) = \frac{\sum_{s=0}^{p-1} r_{i,t-s}^2}{p} \quad (7)$$

gdje  $p$  predstavlja broj pomaka.

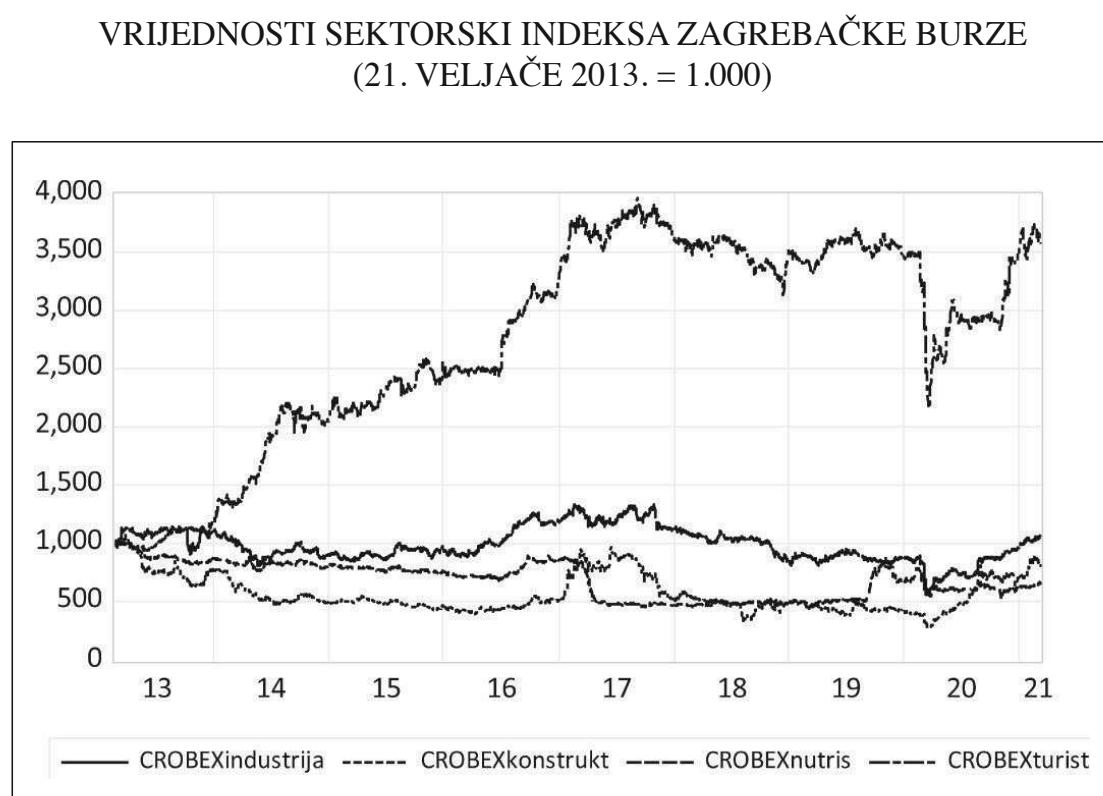
#### 4. EMPIRIJSKA ANALIZA

Primarni cilj ovog rada je modelirati i prognozirati volatilnosti sektorskih indeksa na Zagrebačkoj burzi korištenjem MGARCH modela te ustanoviti jesu li Gaussova i Studentova  $t$ -distribucija primjerene prilikom opisa distribucije povrata sektorskih indeksa na Zagrebačkoj burzi. U analizi se koriste dnevni podaci sektorskih indeksa Zagrebačke burze (Zagrebačka burza, 2021) u razdoblju od 21. veljače 2013. godine do 12. ožujka 2021. godine<sup>1</sup>. U sastav sektorskih indeksa ulaze samo dionice uključene u indeks CROBEXplus u kojem sve dionice imaju jednak udio pri čemu moraju zadovoljiti uvjete poput uvrštenja na uređeno tržiste,

<sup>1</sup> Zagrebačka burza je 22. veljače 2013. godine počela s objavljivanjem pet sektorskih indeksa pri čemu 21. veljače 2013. godine predstavlja bazni datum njihova izračuna s baznim vrijednostima 1.000,00 (Zagrebačka burza, 2021b).

broj trgovinskih dana te tržišnu kapitalizaciju (Zagrebačka burza, 2021c). Korište- ni indeksi prikazani su na Grafikonu 1 i obuhvaćaju sljedeće sektore: industrijsku proizvodnju (CROBEXindustrija – IND), građevinarstvo (CROBEXkonstrukt – KON), proizvodnju i preradu hrane (CROBEXnutris – NUT) te turizam (CROBEXturist – TUR)<sup>2</sup>.

*Grafikon 1.*



Izvor: Zagrebačka burza (2021).

Iz Grafikona 1 vidljivo je da svi sektorski indeksi, osim CROBEXturist vezanog uz turizam, imaju slična kretanja od početka promatranog razdoblja. Sektorski indeks CROBEXturist od početaka promatranog razdoblja ostvaruje značajan

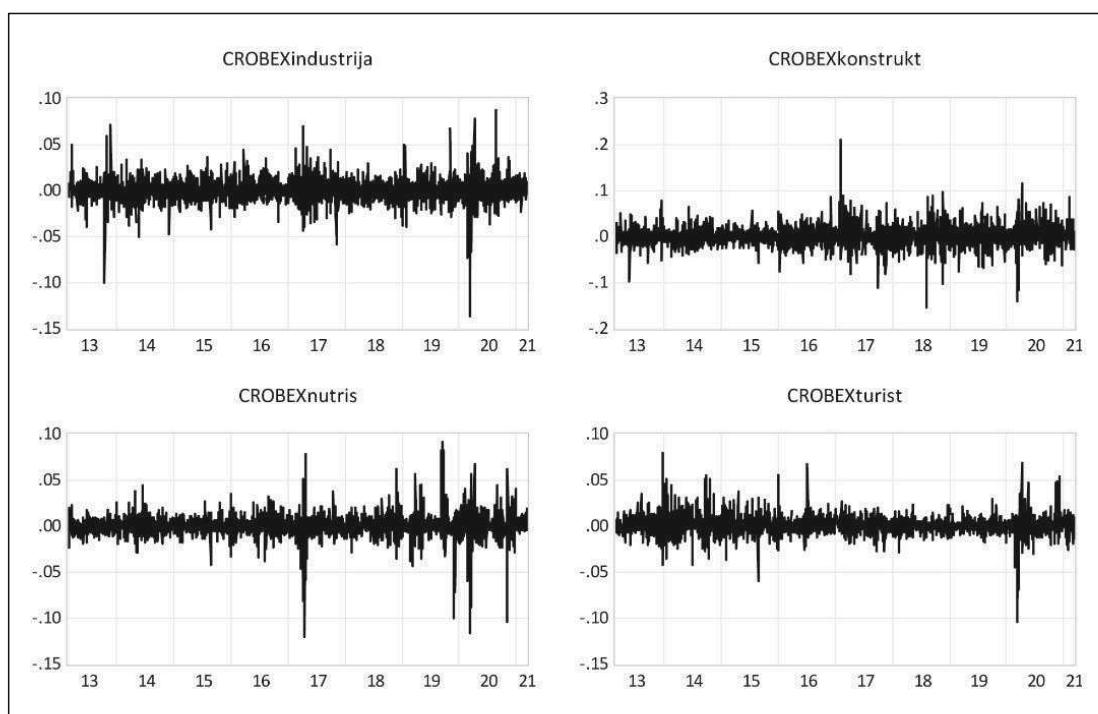
<sup>2</sup> Do 15. listopada 2019. godine Zagrebačka burza je izračunavala i sektorski indeks CROBEXtransport koji je obuhvaćao sektor transporta, a njegov izračun obustavljen je zbog nedovoljnog broja sastavnica (Zagrebačka burza, 2021d). Odbor za indekse Zagrebačke burze ponovno je počeo s izračunavanjem indeksa 27. travnja 2021. godine zbog zadovoljenja uvjeta ponovnog izračuna. Međutim, zbog prekida u izračunu i nedostatka kontinuiteta podataka navedenog indeksa isti nije uključen u daljnju analizu.

trend rasta do 2017. godine nakon čega slijedi njegova stagnacija, pad i ponovni rast. Značajan rast sektorskog indeksa CROBEXturist u odnosu na ostale sektorske indekse temelji se na kontinuiranoj rastućoj potražnji za turističkim uslugama u proteklim godinama. Ostali se indeksi zadržavaju na znatno nižim razinama uz ponešto izraženije promjene vrijednosti tijekom 2013. godine, 2016. i 2017. godine te 2020. i 2021. godine.

Promatranjem dnevnih promjena vrijednosti sektorskih indeksa moguće je uočiti razdoblja veće volatilnosti. Stoga su na Grafikonu 2 prikazane dnevne promjene vrijednosti sektorskih indeksa.

Grafikon 2.

#### DNEVNE PROMJENE VRIJEDNOSTI (POVRATI) SEKTORSKIH INDEKSA ZAGREBAČKE BURZE



Izvor: Izračun autora i Zagrebačka burza (2021).

Volatilnost vrijednosti promatranih sektorskih indeksa uglavnom se kretala u sličnom rasponu ( $\pm 0,1$ ). Godine u kojima se može primijetiti značajniji porast volatilnosti vrijednosti su 2013., 2017. i 2020. godina. Uzrok povećane volatilnosti tijekom 2013. godine posljedica je događaja vezanih uz predstečajnu nagodbu,

restrukturiranje i otvaranje stečajnog postupka nad društvom Dioki d.d. što se odrazilo na volatilnost vrijednosti sektorskog indeksa CROBEXindustrija. Uzrok povećane volatilnosti tijekom 2017. godine pronalazimo u krizi koncerna Agrokor d.d. što se posebice odrazilo na volatilnost vrijednosti sektorskog indeksa CROBEXnutris te istovremenog buma građevinskog sektora što se odrazilo na porast volatilnosti vrijednosti sektorskog indeksa CROBEXkonstrukt. Rast volatilnosti vrijednosti sektorskih indeksa tijekom 2020. godine moguće je pripisati početku COVID-19 pandemije. Razdoblja povećane volatilnosti jasno ukazuju na postojanje grupiranja (klasterizacije) volatilnosti upućujući na to da se varijanca tijekom vremena mijenja, odnosno da nije konstantna.

Kako bi se ispitala primjerenost korištenja MGARCH modela, za dnevne promjene vrijednosti (povrata) sektorskih indeksa izračunata je deskriptivna statistika, provedeni su testovi nenormalnosti, testovi o postojanju ARCH efekata, prikazani su grafikoni autokorelacijske i parcijalne autokorelacijske funkcije te su provedeni i testovi o postojanju jediničnog korijena.

Deskriptivna statistika dnevnih promjena vrijednosti (povrata) sektorskih indeksa prikazana je u Tablici 1.

*Tablica 1.*

#### DESKRIPTIVNA STATISTIKA DNEVNIH PROMJENA VRIJEDNOSTI (POVRATA) SEKTORSKIH INDEKSA ZAGREBAČKE BURZE

	<b>DLIND</b>	<b>DLKON</b>	<b>DLNUT</b>	<b>DLTUR</b>
<b>Prosječna vrijednost</b>	0,000035	-0,000099	-0,000196	0,000636
<b>Maksimum</b>	0,086595	0,209292	0,091101	0,078995
<b>Minimum</b>	-0,137065	-0,155511	-0,120920	-0,104139
<b>Standardna devijacija</b>	0,013772	0,023560	0,013551	0,011406
<b>Skewness</b>	-0,594049	0,200109	-0,937015	-0,014974
<b>Kurtosis</b>	13,90678	9,764510	19,44687	13,65228
<hr/>				
<b>Jarque-Bera test</b>	10040,82	3830,391	22857,12	9465,446
<b>p-vrijednost</b>	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
<hr/>				
<b>ARCH-LM test (1 pomak)</b>	31,2158	26,9051	85,0817	56,3546
<b>p-vrijednost</b>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<b>ARCH-LM test (2 pomaka)</b>	63,1608	33,8151	171,4660	193,8006
<b>p-vrijednost</b>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Izvor: Izračun autora.

Iz podataka u Tablici 1 vidljivo je da je u prosjeku najveći gubitak ostvario sektor proizvodnje i prerade hrane dok je u prosjeku najveću dobit ostvario sektor turizma. Najveća volatilnost mjerena standardnom devijacijom zabilježena je u sektoru građevinarstva dok je najmanja u sektoru turizma. Negativne mjere asimetrije (engl. *skewness*) kao pokazatelji rasporeda vrijednosti oko aritmetičkih sredina ukazuju da su distribucije dnevnih promjena vrijednosti (povrata) sektorskih indeksa industrijske proizvodnje, proizvodnje i prerade hrane te turizma negativno nagnute u odnosu na Gaussovou distribuciju dok je distribucija dnevnih promjena vrijednosti (povrata) sektorskog indeksa građevinarstva pozitivno nagnuta u odnosu na Gaussovou distribuciju. Što su apsolutne vrijednosti ovog pokazatelja veće, to je asimetrija jača. Mjere zaobljenosti (engl. *kurtosis*) kao pokazatelji zaobljenosti (spljoštenosti) vrhova krivulja distribucija ukazuju da su distribucije dnevnih promjena vrijednosti (povrata) svih sektorskih indeksa značajno veće u odnosu na Gaussovou distribuciju čija vrijednost iznosi oko 3 što ukazuje na to da distribucije sadrže svojstvo „*debelog repa*“ (engl. *fat-tailed*). Što je veća vrijednost ovog pokazatelja, to su ostvarene ekstremne vrijednosti veće. Testovi nenormalnosti (Jarque-Bera test) ukazuju da dnevne promjene vrijednosti (povrata) svih sektorskih indeksa nisu distribuirane sukladno Gaussovoj distribuciji dok ARCH-LM (Lagrange multiplier) testovi potvrđuju postojanje heteroskedastičnosti, odnosno ARCH efekata za prvi i drugi pomak kod dnevnih promjena vrijednosti (povrata) svih sektorskih indeksa ukazujući na nepostojanje konstantne varijance. Prikazani grafikoni autokorelacijske i parcijalne autokorelacijske funkcije u Prilogu 1 sugeriraju na postojanje autokorelacije, odnosno ARCH efekata u dnevnim promjenama vrijednosti (povrata) svih sektorskih indeksa. Za potrebe testiranja postojanja jediničnog korijena u vremenskim serijama korišteni su proširenji Dickey-Fullerov ADF (Dickey i Fuller (1979)), Phillips-Perronov PP (Phillips i Perron (1988)) i Kwiatkowski, Phillips, Schmidt i Shinov KPSS (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt i Shin (1992)) test. Rezultati testova o postojanju jediničnog korijena prikazani su u Tablici 2.

Tablica 2.

**TESTOVI O POSTOJANJU JEDINIČNOG KORIJENA DNEVNIH  
PROMJENA VRIJEDNOSTI (POVRATA) SEKTORSKIH INDEKSA  
ZAGREBAČKE BURZE**

Varijable	ADF test		PP test		KPSS test	
	Konstanta	Konstanta i trend	Konstanta	Konstanta i trend	Konstanta	Konstanta i trend
	p-vrijednost		p-vrijednost		LM-statistika	
DLIND	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,062093	0,062211
DLKON	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,307992	0,072838
DLNUT	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,142384	0,049674
DLTUR	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,446893	0,051899

Izvor: izračun autora.

Napomena: „L“ označava logaritam varijable dok „D“ označava prvu diferenciju. Za provedbu ADF testa korišten je Akaikeov informacijski kriterij (AIC). P-vrijednosti za ADF i PP testove preuzete su od MacKinnona (1996). Asimptotske kritične vrijednosti za KPSS test preuzete su od Kwiatkowskog, Phillipsa, Schmidta i Shina (1992) te iznose: konstanta: 1 % razina (0,739), 5 % razina (0,463), 10 % razina (0,347); konstanta i trend: 1 % razina (0,216), 5 % razina (0,146), 10 % razina (0,119).

Rezultati testova jasno ukazuju da su varijable integrirane reda I(0), odnosno da su stacionarne.

Sukladno dosad navedenom, može se zaključiti da je MGARCH model primijeren za procjenu DCC-GARCH modela za portfelj sastavljen od četiri povrata sektorskih indeksa Zagrebačke burze.

Iako dnevni podaci o povratima sektorskih indeksa obuhvaćaju razdoblje od 22. veljače 2013. godine do 12. ožujka 2021. godine, za potrebe analize korišteni su podaci u razdoblju od 22. veljače 2013. godine do 12. ožujka 2019. godine dok su preostali podaci korišteni za evaluaciju i prognostičke svrhe modela.

Kao što je prethodno navedeno, procjena multivarijatnih dinamički uvjetnih korelacijskih (DCC) modela provodi se sukladno dvjema pretpostavkama o uvjetnim distribucijama povrata, odnosno multivarijatnoj Gaussovoj distribuciji i multivarijatnoj Studentovoj *t*-distribuciji pri čemu uvjetne varijance i kovarijance svakog pojedinačnog povrata ovise o vlastitim i međusobnim povijesnim uvjetnim varijancama. Za obje distribucije faktor opadanja varijance je neograničen i različit za sve vrste imovine. To nam omogućava izračun *lambda* za svaku imovinu u

portfelju. Faktor opadanja kovarijance je također neograničen za obje distribucije, ali jednak za sve vrste imovine što nam omogućava vraćanje uvjetnih korelacija srednjoj vrijednosti. U konačnici, omogućeno je da se skokovi u povratima adekvatno odraže u procijenjenoj realiziranoj volatilnosti. Početne vrijednosti parametara modela, odnosno  $\lambda_{11}$  i  $\lambda_{22}$  postavljene su na 0,95, dok su iste za  $\lambda_{12}$  i  $\lambda_{21}$  postavljene na 0,05.<sup>34</sup> DCC model sadrži  $2m + 2$  nepoznata parametra:  $2m$  koeficijenta  $\lambda_1 = (\lambda_{11}, \lambda_{12}, \dots, \lambda_{1m})'$  i  $\lambda_2 = (\lambda_{21}, \lambda_{22}, \dots, \lambda_{2m})'$  koji su dio pojedinačnih povrata portfelja te koeficijente  $\varnothing_1$  i  $\varnothing_2$  koji su dio uvjetnih korelacija. U slučaju  $t$ -distribucije potrebno je procijeniti i dodatni treći parametar  $v$ , odnosno stupnjeve slobode (SS).

U Tablici 3 prikazane su vrijednosti procijenjenih parametara MGARCH modela sukladno dvjema pretpostavkama o uvjetnim distribucijama povrata, odnosno Gaussovoj i Studentovoj  $t$ -distribuciji.

*Tablica 3.*

#### MGARCH MODELI (GAUSSOVA I STUDENTOVA $t$ -DISTRIBUCIJA)

Parameteri		Gaussova	Studentova
lambda1_DLIND	Procjena	0,64520	0,74405
	Standardna pogreška	0,065205	0,067268
	T-omjer [p-vrijednost]	9,8950 [0,000]	11,0610 [0,000]
lambda1_DLKON	Procjena	0,79596	0,80946
	Standardna pogreška	0,025700	0,048511
	T-omjer [p-vrijednost]	30,9708 [0,000]	16,6862 [0,000]
lambda1_DLNU	Procjena	0,76033	0,72572
	Standardna pogreška	0,031391	0,046376
	T-omjer [p-vrijednost]	24,2213 [0,000]	15,6486 [0,000]
lambda1_DLTUR	Procjena	0,86918	0,83187
	Standardna pogreška	0,022940	0,039149
	T-omjer [p-vrijednost]	37,8900 [0,000]	21,2487 [0,000]

<sup>3</sup> Za potrebe analize korišten je softver Microfit 5.01 (Pesaran i Pesaran, 2009), EViews 12 (IHS Global Inc., 2020) i JMulTi (Lütkepohl i Krätzig, 2004).

<sup>4</sup> Kako bi se pronašao globalni maksimum funkcije vjerodostojnosti, početne vrijednosti parametara modela je moguće i drugačije postaviti. Međutim, standardne postavke omogućile su konvergenciju modela te se stoga smatraju opravданo postavljenima.

Parameteri		Gaussova	Studentova
lambda2_DLIND	Procjena	0,19286	0,14906
	Standardna pogreška	0,029911	0,033774
	T-omjer [p-vrijednost]	6,4475 [0,000]	4,4134 [0,000]
lambda2_DLKON	Procjena	0,11049	0,093740
	Standardna pogreška	0,013502	0,020591
	T-omjer [p-vrijednost]	8,1834 [0,000]	4,5525 [0,000]
lambda2_DLNUUT	Procjena	0,14053	0,14742
	Standardna pogreška	0,018206	0,024148
	T-omjer [p-vrijednost]	7,7189 [0,000]	6,1048 [0,000]
lambda2_DLTUR	Procjena	0,10306	0,13283
	Standardna pogreška	0,015964	0,027410
	T-omjer [p-vrijednost]	6,4560 [0,000]	4,8461 [0,000]
delta1	Procjena	0,99583	0,99547
	Standardna pogreška	0,0015213	0,0025087
	T-omjer [p-vrijednost]	654,6089 [0,000]	396,8118 [0,000]
delta2	Procjena	0,0033305	0,0036717
	Standardna pogreška	0,9963E-3	0,0013892
	T-omjer [p-vrijednost]	3,3429 [0,001]	2,6430 [0,008]
SS	Procjena	-	7,1428
	Standardna pogreška	-	0,47633
	T-omjer [p-vrijednost]	-	14,9955 [0,000]
Maksimizirana log-vjerodostojnost		17671,2	17931,0
1 - $\bar{\phi}_1 - \bar{\phi}_2$		0,0008395	0,0008583
<b>Test autokorelacijske reziduala (OLS)</b>			
LM statistika		10,3332 [0,587]	9,8093 [0,633]
F statistika		0,85637 [0,592]	0,81208 [0,638]
<b>Prosječna VaR stopa pogotka (očekivana vrijednost = 0,95000)</b>			
Pihat statistika		0,95565	0,95363
Standardna normalna testna statistika		0,57686 [0,564]	0,37084 [0,711]

Izvor: Izračun autora.

Napomena: „D“ označava prvu diferenciju varijable dok „L“ označava logaritam varijable. Faktori opadanja varijance su neograničeni i različiti za svaku varijablu dok su faktori opadanja kovarijance također neograničeni ali jednaki za sve varijable. „SS“ označava stupnjeve slobode multivarijatne t-distribucije. Konvergencija multivarijatnog GARCH modela temeljenog na normalnoj distribuciji postignuta je nakon 46 iteracija dok je konvergencija multivarijatnog GARCH modela temeljenog na t-distribuciji postignuta nakon 29 iteracija.

Svi procijenjeni parametri značajni su za obje distribucije dok je maksimizirana *log-vjerodostojnost* za model koji se temelji na Studentovoj *t*-distribuciji veća u odnosu na model temeljen na Gaussovoj distribuciji. Nadalje, stupnjevi slobode za model temeljen na Studentovoj *t*-distribuciji znatno su ispod vrijednosti 30, ili druge vrijednosti očekivane za multivarijatnu normalnu distribuciju sugerirajući da je Studentova *t*-distribucija primjerenija prilikom opisa distribucije povrata imovine koja sadrži svojstvo „*debelog repa*“.<sup>5</sup> Testovi primjerenosti procijenjenih modela, odnosno *LM*-testovi i *F*-testovi autokorelacije reziduala u Tablici 3 sugeriraju da autokorelacija u procijenjenim modelima ne postoji te da su rezultati modela prihvatljivi. Dodatno, grafikoni u Prilogu 2, Prilogu 3, Prilogu 4 i Prilogu 5 prikazuju usporedbe empirijske kumulativne funkcije raspodjele varijable integralne transformacije vjerojatnosti s jednolikom raspodjelom i pripadajuće histograme. Kolmogorov-Smirnova testna statistika za Gaussovu distribuciju je neznatno veća od 5% kritične vrijednosti ukazujući na mogući problem s jednolikom raspodjelom dok navedeno nije slučaj za Studentovu *t*-distribuciju. S obzirom na to da provedeni testovi ukazuju na problem s jednolikom raspodjelom za model temeljen na Gaussovoj distribuciji, zaključuje se da je MGARCH model temeljen na Studentovoj *t*-distribuciji primjereniji prilikom opisa distribucije povrata sektorskih indeksa Zagrebačke burze te se daljnja analiza nastavlja tim modelom.

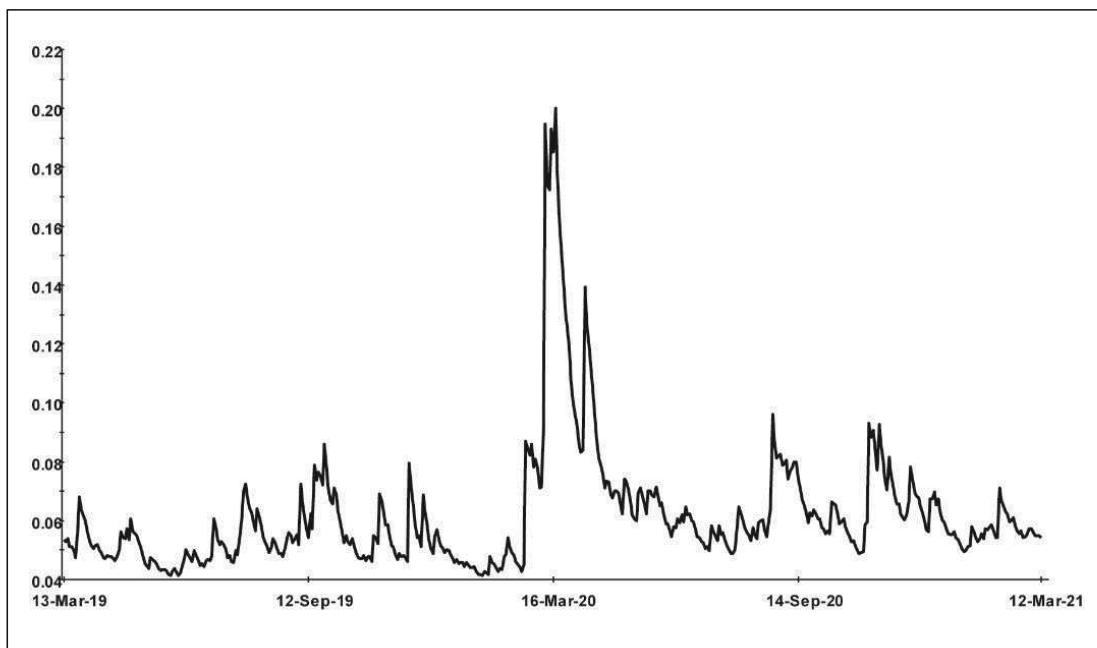
Za potrebe dodatne evaluacije odabranog modela, izvršena su i testiranja koja se temelje na rizičnoj vrijednosti (*VaR*) portfelja. Njima se ispituje narušavanje pretpostavki modela rizične vrijednosti (*VaR*) s obzirom na to da se ovi testovi usredotočuju na svojstva repa distribucije povrata. Stoga se u nastavku najprije prikazuje rizična vrijednost (*VaR*) portfelja za razdoblje od 13. ožujka 2019. godine do 12. ožujka 2021. godine uz razinu pouzdanosti 0,05.

---

<sup>5</sup> Vrlo slično rezultati dobivaju se procjenama modela korištenjem podataka za cijelokupno promatrano razdoblje od 21. veljače 2013. godine do 12. ožujka 2021. godine. Rezultati nisu prikazani poradi uštede prostora.

Grafikon 3.

RIZIČNA VRIJEDNOST ( $VaR$ ) PORTFELJA  
 (STUDENTOVA  $t$ -DISTRIBUCIJA)



Izvor: Izračun autora.

Kretanje rizične vrijednosti ( $VaR$ ) portfelja u Grafikonu 3 ukazuje na značajan porast rizika tijekom ožujka 2020. godine uzrokovanoj pojavom i širenjem bolesti COVID-19, međutim, isti se nakon toga smanjuje. Sljedećim testom izračunava se prosječna stopa pogotka modela rizične vrijednosti ( $VaR$ ) portfelja. Iz rezultata prikazanim u Tablici 2, uz razinu pouzdanosti od 0,05 može se zaključiti da je prosječna stopa pogotka odabranog modela vrlo slična očekivanoj vrijednosti (0,95000) uz neznačajnu testnu statistiku te je bliža očekivanoj vrijednosti u odnosu na model temeljen na Gaussovoj distribuciji čime se još jednom potvrđuje primjernost odabranog modela.

Volatilnost i koeficijenti korelacije kao mjere rizika dobiveni temeljem ocijenjenog odabranog modela analiziraju se u nastavku. Volatilnost predstavlja statističku mjeru disperzije povrata pojedine vrijednosnice ili tržišnog indeksa pri čemu veća volatilnost ukazuje na veći rizik (Šošić i Serdar, 1995). S druge strane, koeficijenti korelacije mjeru povezanost između varijabli pri čemu predznak koefficijenata korelacije ukazuje na smjer povezanosti između varijabli dok absolutna

vrijednost ukazuje na jačinu povezanosti između varijabli (Vukičević i Odobašić, 2012). U kontekstu upravljanja rizicima, koeficijenti korelacije pomažu investitorima pri donošenju odluka vezanih uz ostvarivanje diverzifikacijskih efekata. Tako savršeno negativna korelacija omogućava ostvarivanje bezrizičnog portfelja dok u slučaju savršeno pozitivne korelacije nema koristi od diversifikacije.

U Tablici 4 prikazane su procijenjene bezuvjetne volatilnosti i koreacijski koeficijenti vektora sektorskih indeksa.

*Tablica 4.*

**PROCIJENJENA MATRICA BEZUVJETNE VOLATILNOSTI I  
BEZUVJETNIH KORELACIJA POVRATA SEKTORSKIH INDEKSA  
(STUDENTOVA *t*-DISTRIBUCIJA)**

	<b>DLIND</b>	<b>DLKON</b>	<b>DLNUT</b>	<b>DLTUR</b>
<b>DLIND</b>	<b>0,012642</b>	0,077908	0,17569	0,047985
<b>DLKON</b>	0,077908	<b>0,022886</b>	0,15510	0,082238
<b>DLNUT</b>	0,17569	0,15510	<b>0,011112</b>	0,093362
<b>DLTUR</b>	0,047985	0,082238	0,093362	<b>0,010823</b>

Izvor: Izračun autora.

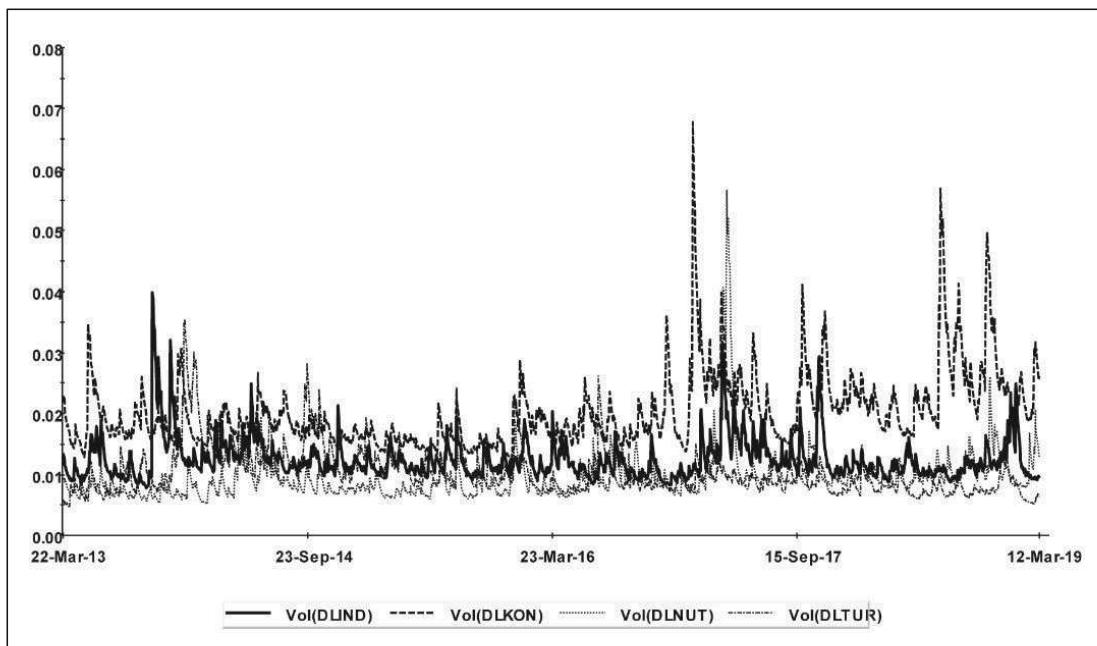
Napomena: Bezuvjetne volatilnosti (standardne pogreške) prikazane su na dijagonalnim elementima dok su bezuvjetne korelacije prikazane na izvandijagonalnim elementima.

Bezuvjetne volatilnosti prikazane na dijagonali u Tablici 4 ukazuju da je najveća bezuvjetna volatilnost ostvarena kod povrata sektorskog indeksa CROBEXkonstrukt dok je najmanja ostvarena kod povrata sektorskog indeksa CROBEXturist što je u skladu s podacima deskriptivne statistike iz Tablice 1. Navedeno upućuje na veću stabilnost sektora turizma u odnosu na ostale sektore. Nadalje, vidljivo da su bezuvjetni koreacijski koeficijenti između povrata pozitivni i relativno mali. Pozitivni bezuvjetni koreacijski koeficijenti sugeriraju proporcionalan odnos između povrata, odnosno da je rast jednog popraćen rastom drugog, i obrnuto. Mali bezuvjetni koeficijenti korelacije ukazuju na neznatnu jačinu povezanosti te na mogućnost ostvarivanja diverzifikacijskih efekata prilikom ulaganja pri čemu je najveći bezuvjetni koreacijski koeficijent ostvaren između povrata sektorskih indeksa CROBEXindustrija i CROBEXnut dok je najmanji ostvaren između CROBEXindustrija i CROBEXturist.

Na Grafikonu 4 prikazane su uvjetne volatilnosti povrata sektorskih indeksa.

Grafikon 4.

**UVJETNE VOLATILNOSTI POVRATA SEKTORSKIH INDEKSA  
 (STUDENTOVA *t*-DISTRIBUCIJA)**



Izvor: Izračun autora.

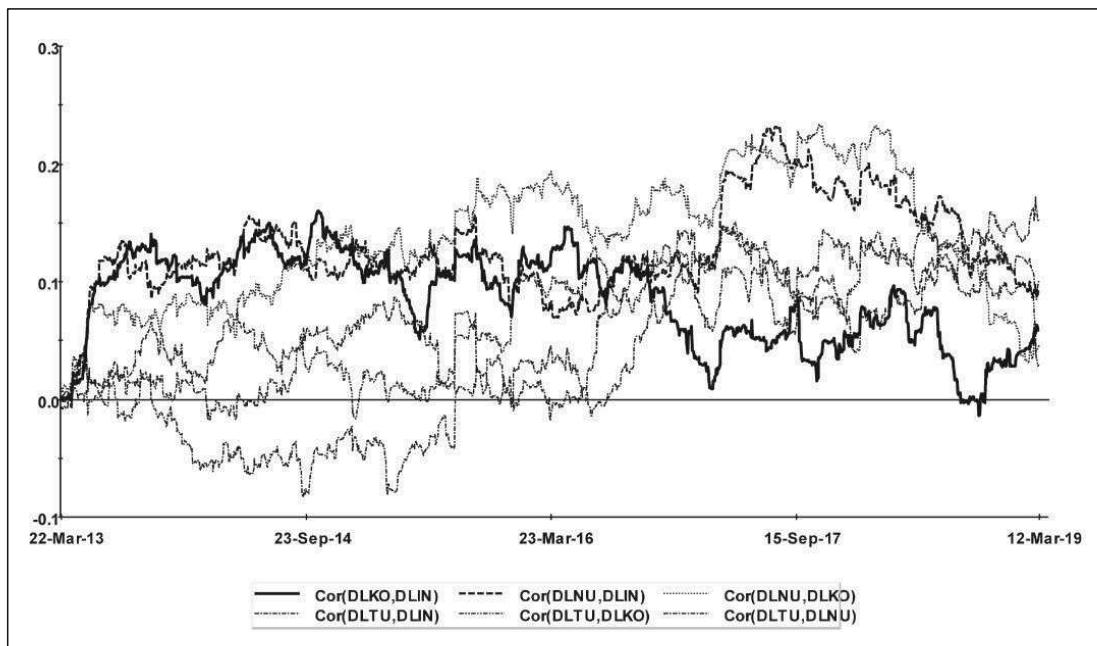
Uvidom u Grafikon 4 vidljivo je da se uvjetne volatilnosti povrata sektorskih indeksa tijekom vremena kreću poprilično blisko osim povrata sektorskog indeksa CROBEXkonstrukt koji se tijekom vremena udaljava i povećava ukazujući na porast uvjetne volatilnosti i rastuću prisutnost rizika u tom sektoru posebice u posljednjih nekoliko godina. Do sredine 2016. godine najmanju uvjetnu volatilnost povrata ostvaruje sektorski indeks CROBEXnutris dok nakon toga sektorski indeks CROBEXturist.<sup>6</sup> Dobiveni rezultati potvrđuju prethodne zaključke.

Grafikonu 5 u nastavku prikazuje uvjetne korelacije povrata sektorskih indeksa.

<sup>6</sup> Vrlo slično rezultati dobivaju se procjenama modela korištenjem podataka za cjelokupno promatrano razdoblje od 21. veljače 2013. godine do 12. ožujka 2021. godine. Pritom se jasno može uočiti snažan porast uvjetnih volatilnosti povrata svih sektorskih indeksa uzrokovanih bolešću COVID-19. Rezultati nisu prikazani poradi uštete prostora.

Grafikon 5.

UVJETNE KORELACIJE POVRATA SEKTORSKIH INDEKSA  
(STUDENTOVA *t*-DISTRIBUCIJA)



Izvor: Izračun autora.

Iako su uvjetni koeficijenti korelacije povrata sektorskih indeksa relativno mali sugerirajući neznatnu jačinu povezanosti te mogućnost ostvarivanja diverzifikacijskih efekata prilikom ulaganja, kod svih je povrata sektorskih indeksa uglavnom vidljiv trend porasta uvjetne korelacije tijekom promatranog razdoblja. Porast uvjetne korelacije povrata sektorskih indeksa ukazuje na jačanje veze između povrata te na to da se mogućnosti ostvarivanja diverzifikacijskih efekata prilikom ulaganja tijekom vremena ipak malo smanjuju. Porast trenda uvjetne korelacije povrata znakovit je kod korelacija u kojima je uključen sektorski indeks CROBEXturist sugerirajući na sve veću povezanost ostalih sektora s tim sektorom. Navedeni porast posebice je vidljiv između povrata CROBEXturist i CROBEXnutris implicirajući povezanost turističkog sektora i prehrambene industrije. Također, moguće je primijetiti da je do 2016. godine uvjetna korelacija povrata između sektorskih indeksa CROBEXturist i CROBEXindustrija bila negativna, a nakon toga postaje pozitivna.<sup>7</sup> Ponovno, dobiveni rezultati potvrđuju dosadašnje zaključke.

<sup>7</sup> Vrlo slično rezultati dobivaju se procjenama modela korištenjem podataka za cijelokupno promatrano razdoblje od 21. veljače 2013. godine do 12. ožujka 2021. godine. Pritom se jasno može

U nastavku se testiraju hipoteze da se povrati sektorskih indeksa vraćaju prema srednjoj ravnotežnoj vrijednosti volatilnosti kako bi se utvrdilo eventualno postojanje tzv. integriranog GARCH, odnosno IGARCH modela kod kojeg je šok u volatilnosti permanentan, odnosno trajan. Pritom, nulta hipoteza podrazumijeva da se proces ne vraća prema srednjoj vrijednosti te da bezuvjetna varijanca povrata ne postoji.

*Tablica 5.*

#### TESTOVI VRAĆANJA PREMA SREDNJOJ VRIJEDNOSTI VOLATILNOSTI POVRATA SEKTORSKIH INDEKSA

<b>Imovina</b>		<b>t</b>
DLIND	$1-\lambda_1-\lambda_2$	0,10689
	Standardna pogreška	0,038427
	T-omjer [p-vrijednost]	2,7817 [0,005]
DLKON	$1-\lambda_1-\lambda_2$	0,096797
	Standardna pogreška	0,033005
	T-omjer [p-vrijednost]	2,9328 [0,003]
DLNUT	$1-\lambda_1-\lambda_2$	0,12686
	Standardna pogreška	0,029723
	T-omjer [p-vrijednost]	4,2680 [0,000]
DLTUR	$1-\lambda_1-\lambda_2$	0,035304
	Standardna pogreška	0,013585
	T-omjer [p-vrijednost]	2,5987 [0,009]

Izvor: Izračun autora.

Napomena: Faktori opadanja varijance su neograničeni i različiti za svaku varijablu dok su faktori opadanja kovarijance također neograničeni ali jednaki za sve varijable.

Rezultati ukazuju da se povrati sektorskih indeksa vraćaju prema srednjoj ravnotežnoj vrijednosti volatilnosti sporo, ali statistički značajno odbacujući mogućnost postojanja IGARCH modela. To nam govori da se nakon šoka u volatilnosti povrati sektorskih indeksa neće zadržati na nekoj različitoj razini. Do sličnih zaključaka dolazimo izračunavanjem sume parametara  $\phi_1$  i  $\phi_2$  koja mora iznositi manje od 1. Iz podataka u Tablici 3 vidljivo je da navedeno vrijedi i da se uvjetne korelacije također vraćaju prema svojoj ravnotežnoj vrijednosti.

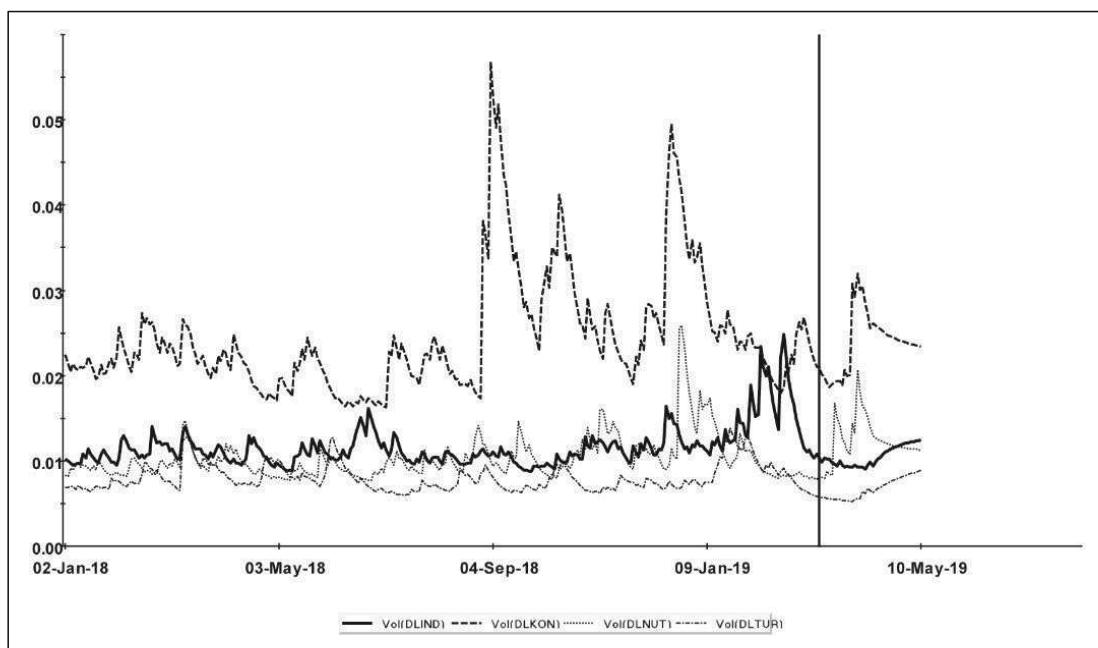
---

uočiti snažan porast uvjetnih koeficijenata korelacije povrata svih sektorskih indeksa uzrokovanih bolešću COVID-19. Rezultati nisu prikazani poradi uštede prostora.

Grafikon 6 u nastavku prikazuje prognozirane vrijednosti uvjetnih volatilnosti povrata sektorskih indeksa za razdoblje od 13. ožujka 2019. godine do 12. svibnja 2019. godine.

*Grafikon 6.*

#### PROGNOZIRANE VRIJEDNOSTI UVJETNIH VOLATILNOSTI POVRATA SEKTORSKIH INDEKSA (STUDENTOVA *t*-DISTRIBUCIJA)



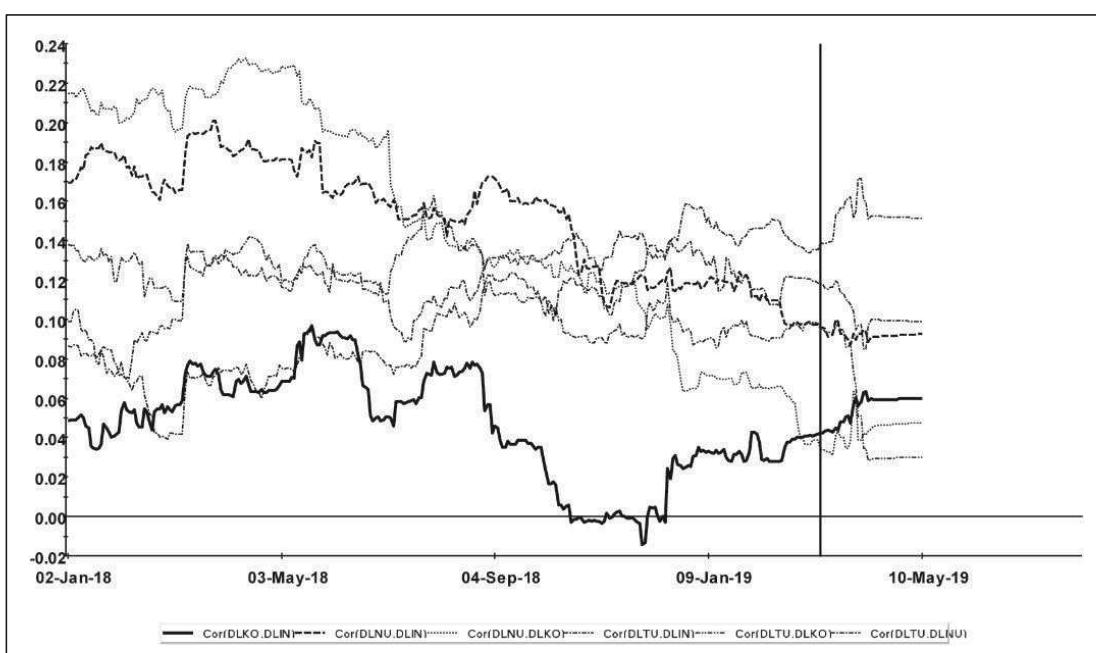
Izvor: Izračun autora.

U prognoziranom razdoblju, očekuje se porast vrijednosti uvjetnih volatilnosti povrata sektorskih indeksa CROBEXturist i CROBEXindustrija, dok se smanjenje očekuje za povrate sektorskih indeksa CROBEXnutris i CROBEXkonstrukt. Kako bi se dobiveni prognostički rezultati provjerili, prognozirane vrijednosti uvjetnih volatilnosti povrata sektorskih indeksa uspoređene su s vrijednostima uvjetnih volatilnosti povrata sektorskih indeksa modela koji obuhvaća cijelokupno promatrano razdoblje od 21. veljače 2013. godine do 12. ožujka 2021. godine. U Prilogu 6 prikazane su vrijednosti uvjetnih volatilnosti povrata sektorskih indeksa modela koji obuhvaća cijelokupno razdoblje. Usporedbom Grafikona 6 i Priloga 6 vidljivo je da se kretanje prognoziranih vrijednosti uvjetnih volatilnosti povrata sektorskih indeksa podudara s kretanjem vrijednosti uvjetnih volatilnosti povrata sektorskih indeksa modela koji obuhvaća cijelokupno razdoblje.

Grafikon 7 prikazuje prognozirane vrijednosti uvjetne korelacije povrata sektorskih indeksa za razdoblje od 13. ožujka 2019. godine do 12. svibnja 2019. godine.

*Grafikon 7.*

#### PROGNOZIRANE VRIJEDNOSTI UVJETNIH KORELACIJA POVRATA SEKTORSKIH INDEKSA (STUDENTOVA $t$ -DISTRIBUCIJA)



Izvor: Izračun autora.

Model prognozira porast vrijednosti uvjetnih korelacija povrata sektorskih indeksa CROBEXkonstrukt i CROBEXindustrija, CROBEXnutris i CROBEXkonstrukt, CROBEXTurist i CROBEXnutris dok se smanjenje vrijednosti uvjetnih korelacija očekuje za povrate sektorskih indeksa CROBEXTurist i CROBEXkonstrukt, CROBEXnutris i CROBEXindustrija te CROBEXTurist i CROBEXindustrija. Može se primijetiti da model dobro prognozira vrijednosti uvjetnih korelacija povrata sektorskih indeksa za kraća razdoblja dok za dulja razdoblja prognozirane vrijednosti postaju konstantne. Kako bi se dobiveni prognostički rezultati provjerili, prognozirane vrijednosti uvjetnih korelacija povrata sektorskih indeksa uspoređene su s vrijednostima uvjetnih korelacija povrata sektorskih indeksa modela koji obuhvaća cijelokupno promatrano razdoblje od 21. veljače 2013.

godine do 12. ožujka 2021. godine. U Prilogu 7 prikazane su vrijednosti uvjetnih korelacija povrata sektorskih indeksa modela koji obuhvaća cijelokupno razdoblje. Usporedbom Grafikona 7 i Priloga 7 vidljivo je da se kretanje prognoziranih vrijednosti uvjetnih korelacija povrata sektorskih indeksa podudara s kretanjem vrijednosti uvjetnih korelacija povrata sektorskih indeksa modela koji obuhvaća cijelokupno razdoblje.

Slične zaključke vezane uz volatilnost vrijednosti sektorskih indeksa Zagrebačke burze u kraćem vremenskom razdoblju u odnosu na ovo istraživanje, moguće je pronaći u radu Škrinjarić (2015) iako je primarni cilj njezina rada usmjeren na mjerjenje performansi sektorskih indeksa i ne uključuje prognozu njihove volatilnosti. Zaključci ovoga rada vezani uz primjerenost MGARCH modela temeljenih na Gaussovou ili Studentovou  $t$ -distribuciji poklapaju se s ostalim istraživanjima poput Pesaran i Pesaran (2007), Pesaran, Schleicher i Zaffaroni (2008), Orskaug (2009), Dube (2016), Kaur i Kaushik (2013), Mohamad i Masih (2013), Joyo i Lefen (2019) itd. ukazujući da su modeli temeljeni na Studentovoj  $t$ -distribuciji očito primjereniji prilikom opisa distribucije povrata na finansijskim tržištima.

## 5. ZAKLJUČAK

Cilj ovog rada bio je modelirati i prognozirati volatilnosti sektorskih indeksa na Zagrebačkoj burzi korištenjem dnevnih podataka o povratima i multivarijatnog generaliziranog autoregresivnog uvjetnog heteroskedastičnog (MGARCH) modela sukladno dvjema pretpostavkama o uvjetnim distribucijama povrata, odnosno Gaussovou (normalnoj) i Studentovou  $t$ -distribuciju te ustanoviti jesu li navedene distribucije primjerene prilikom opisa distribucije povrata sektorskih indeksa pri čemu sektorski indeksi obuhvaćaju sektor industrijske proizvodnje, građevinarstva, proizvodnje i prerade hrane te turizma.

Dobiveni rezultati upućuju na veću stabilnost sektora turizma u odnosu na ostale sektore. S druge strane, utvrđeno je da se volatilnost sektora građevinarstvo tijekom vremena povećava ukazujući na rastuću prisutnost rizika u tom sektoru. Rezultati nadalje sugeriraju na postojanje neznatne jačine povezanosti povrata između sektora što pruža mogućnost ostvarivanja diverzifikacijskih efekata prilikom ulaganja. Međutim, tijekom vremena se jačina povezanosti povrata u odnosima u kojima je uključen sektor turizma povećava ukazujući na sve veću povezanost ostalih sektora s tim sektorom, a posebice do izražaja dolazi povezanost između sektora turizma te sektora proizvodnje i prerade hrane.

Usporedbe procijenjenih GARCH modela ukazuju da je model temeljen na Studentovoj  $t$ -distribuciji primjereni prilikom opisa distribucije povrata sektorskih

indeksa na Zagrebačkoj burzi u odnosu na model temeljen na normalnoj Gaussovoj (normalnoj) distribuciji. Do sličnih su zaključaka došli i ostali autori analiziravši primjerenost na finansijskim tržištima različitih zemalja.

Nužno je spomenuti i ograničenja provedene analize koja se ogledaju u relativno kratkom vremenskom razdoblju procjene modela i ograničenja vezanih uz hrvatsko tržište kapitala koje se po svojim značajkama razlikuje u odnosu na razvijena tržišta. Provedena analiza korištenjem relativno nove metodologije otvara prostor za daljnja istraživanja vezana uz modeliranje i prognoziranje volatilnosti, odnosno rizika na hrvatskom tržištu kapitala.

## LITERATURA

1. Andrijanić, I., Gregurek, M. i Merkaš, Z. (2016). *Upravljanje poslovnim rizicima*. Zagreb: Libertas Međunarodno sveučilište – Plejada d.o.o.
2. Arnerić, J. i Škrabić, Perić, B. (2018). Panel Garch model with cross-sectional dependence between CEE emerging markets in trading day effects analysis. *Romanian Journal of Economic Forecasting*, 21(4), 71-84. Dostupno na [http://www.ipe.ro/rjef/rjef4\\_18/rjef4\\_2018p71-84.pdf](http://www.ipe.ro/rjef/rjef4_18/rjef4_2018p71-84.pdf)
3. Arouri, M. E. H., Jouini, J. i Nguyen, D. K. (2011). Volatility spillovers between oil prices and stock sector returns: Implications for portfolio management. *Journal of International Money and Finance*, 30(7), 1387-1405.
4. Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, Vol. 31, Issue 3, 307-327
5. Bollerslev, T. (1990). Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: a multivariate generalized ARCH model, *Review of Economic Statistics*, 72, 498-505
6. Botoc, C. (2017). Univariate and bivariate volatility in Central European stock markets. *Prague Economic Papers*, 26(2), 127-141. DOI: <https://doi.org/10.18267/j.pep.598>
7. Crouhy M., Galai D. i Mark R. (2001). *The Essentials of Risk Management*, New York: McGraw-Hill Education.
8. Dajčman, S. (2013). Dependence between Croatian and European stock markets – A copula GARCH approach. *Zbornik radova Ekonomskog fakulteta u Rijeci*, 31 (2), 209-232. Dostupno na <https://hrcak.srce.hr/112388>
9. Day, L. A. (2009). *Mastering Risk Modelling: A Practical Guide to Modelling Uncertainty with Microsoft Excel, 2nd Edition*. Harlow: Financial Times Prentice Hall, Pearson Education.

10. Dickey, D. A. i Fuller, W. A. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431.
11. Dube, S. (2016). Multivariate t- distribution and GARCH modelling of Volatility and Conditional Correlations on BRICS Stock Markets. *Journal of Applied Finance & Banking*, Vol. 6, No. 2, 53-82. Dostupno na [https://ideas.repec.org/a/spt/apfib/v6y2016i2f6\\_2\\_4.html](https://ideas.repec.org/a/spt/apfib/v6y2016i2f6_2_4.html)
12. Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, Vol. 50, No. 4, 987-1007.
13. Engle, R. F. (2002). Dynamic Conditional Correlation – A Simple Class of Multivariate GARCH Models. *Journal of Business Economics & Statistics*, 20, 339-350.
14. Engle, R. F. i Sheppard, K. (2001).Theoretical and Empirical properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH, NBER Working Paper 8554, DOI 10.3386/w8554
15. Erjavec, N. i Cota, B. (2007). Modeling Stock Market Volatility in Croatia. *Economic Research – Ekonomski istraživanja*, 20 (1), 1-7. Dostupno na <https://hrcak.srce.hr/21472>
16. Hansen, P. R., Lunde, A. i Voev, V. (2014). Realized beta GARCH: A multivariate GARCH model with realized measures of volatility. *Journal of Applied Econometrics*, 29(5), 774-799.
17. Hsing, Y. (2011). Macroeconomic Variables and the Stock Market: The Case of Croatia. *Economic Research – Ekonomski istraživanja*, 24:4, 41-50. DOI: <https://doi: 10.1080/1331677X.2011.11517479>
18. Hung, N. T. (2019). Spillover effects between stock prices and exchange rates for the central and eastern European countries. *Global Business Review*, 1-28. DOI: <https://doi.org/10.1177/0972150919869772>
19. IHS Global Inc. (2020). *EViews 12 User's Guide*. Irvine CA: USA.
20. Jošić, H. i Žmuk, B. (2021). Modeling Stock Market Volatility in Croatia: a Reappraisal. *Ekonomski vjesnik/Econviews-Review of Contemporary Business, Entrepreneurship and Economic Issues*, 34(2), 431-442.
21. Joyo, A. S. i Lefen, L. (2019). Stock Market Integration of Pakistan with Its Trading Partners: A Multivariate DCC-GARCH Model Approach. *Sustainability*, 11(2), 1-23. Dostupno na <https://www.mdpi.com/2071-1050/11/2/303>
22. Kaur, I. i Kaushik, K. P. (2013). Mutual fund performance in India: A GARCH(1,1) approach, *XII Capital Markets conference 2013*, 19-20 Prosinac, 2013, Indian Institute of Capital Markets, Navi Mumbai. Dostupno na

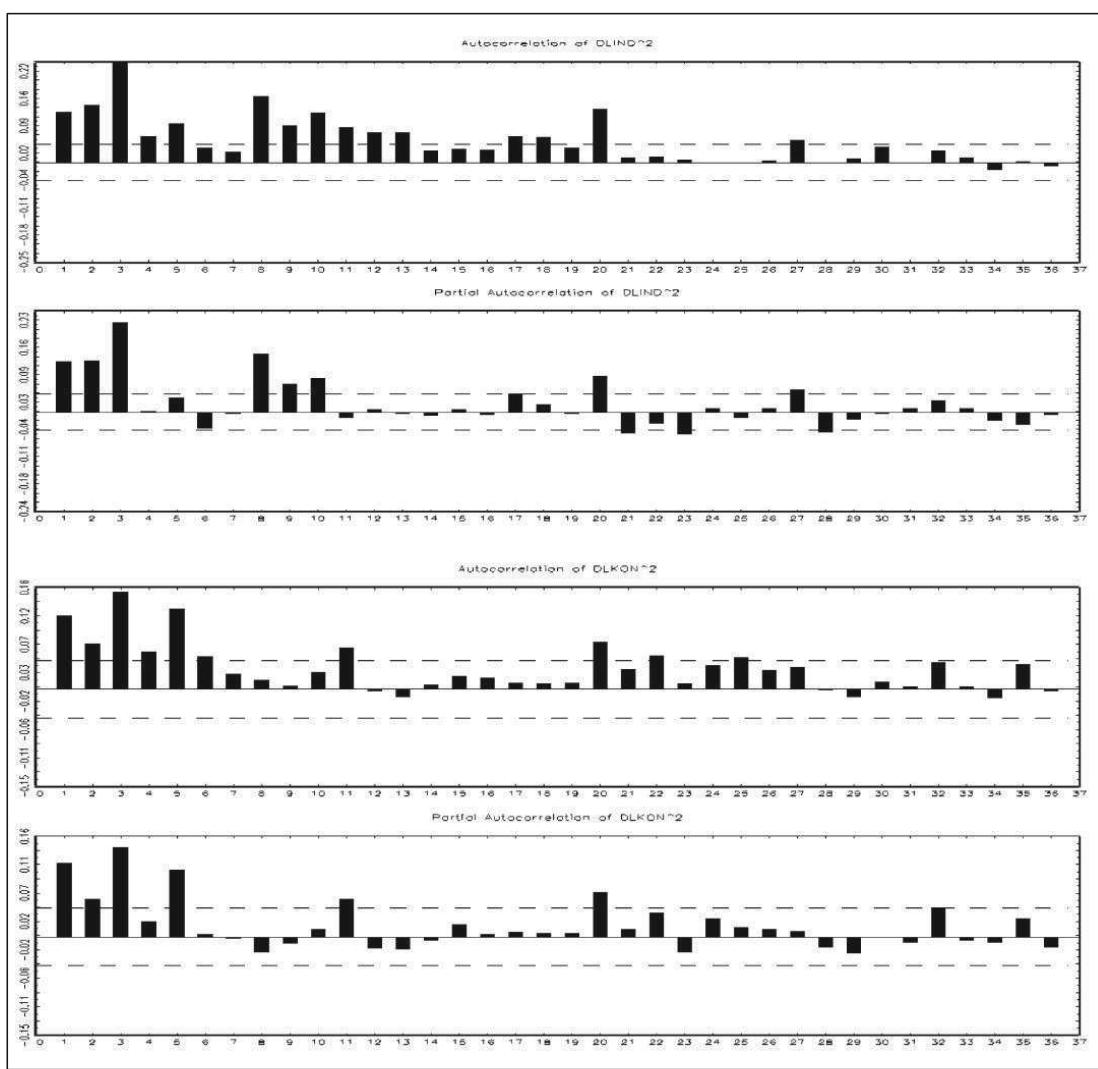
- [https://www.researchgate.net/publication/332863661\\_MUTUAL\\_FUND\\_PERFORMANCE\\_IN\\_INDIA\\_A\\_GARCH\\_11\\_APPROACH](https://www.researchgate.net/publication/332863661_MUTUAL_FUND_PERFORMANCE_IN_INDIA_A_GARCH_11_APPROACH)
23. Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P. i Shin, Y. (1992). Testing the null hypothesis stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root? *Journal of Econometrics*, Vol. 54, 159-178.
  24. Laurent, S., Rombouts, J. V. i Violante, F. (2012). On the forecasting accuracy of multivariate GARCH models. *Journal of Applied Econometrics*, 27(6), 934-955.
  25. Lütkepohl, H. i Krätsig, M. (2004). *Applied Time Series Econometrics*. Cambridge: University Press.
  26. MacKinnon, J. G. (1996). Numerical Distribution Functions for Unit Root and Cointegration Tests. *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 11, No. 6, 601-618.
  27. Mallikarjuna, M. i Rao, R. P. (2019). Volatility experience of major world stock markets. *Theoretical & Applied Economics*, (4), 35-52. Dostupno na <http://store.ectap.ro/articole/1418.pdf>
  28. Malmgren, E. i Zhang, A. (2020). *Risk Modeling of Sustainable Mutual Funds Using GARCH Time Series*. Stockholm: KTH Royal Institute of Technology.
  29. Mensi, W., Beljid, M., Boubaker, A. i Managi, S. (2013). Correlations and volatility spillovers across commodity and stock markets: Linking energies, food, and gold. *Economic Modelling*, 32, 15-22.
  30. Miloš Sprčić, D. (2013). *Upravljanje rizicima: temeljni koncepti, strategije i instrumenti*. Zagreb: Sinergija d.o.o.
  31. Mohamad, S. F. S. i Masih, M. (2013). An application of MGARCH-DCC analysis on selected currencies in terms of gold Price. *MPRA Paper*, No. 62349, 1-47. Dostupno na <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/62349/>
  32. Morić Milovanović, B. i Ćurković, M. (2014). Utjecaj svjetske financijske krize na formiranje multisektorski-diverzificiranih optimalnih portfelja uz pomoć Markowitzove teorije na Zagrebačkoj burzi. *Ekonomski misao i praksa*, (1), 389-408.
  33. Orskaug, E. (2009). Multivariate DCC-GARCH Model – With Various Error Distributions. *SAMBA/19/09*, 1-88. Dostupno na <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.417.5480&rep=rep1&type=pdf>
  34. Pesaran, B. i Pesaran, H. M. (2007). Modelling Volatilities and Conditional Correlations in Futures Markets with a Multivariate t Distribution. *CESifo Working Paper*, No. 2056., 1-35.

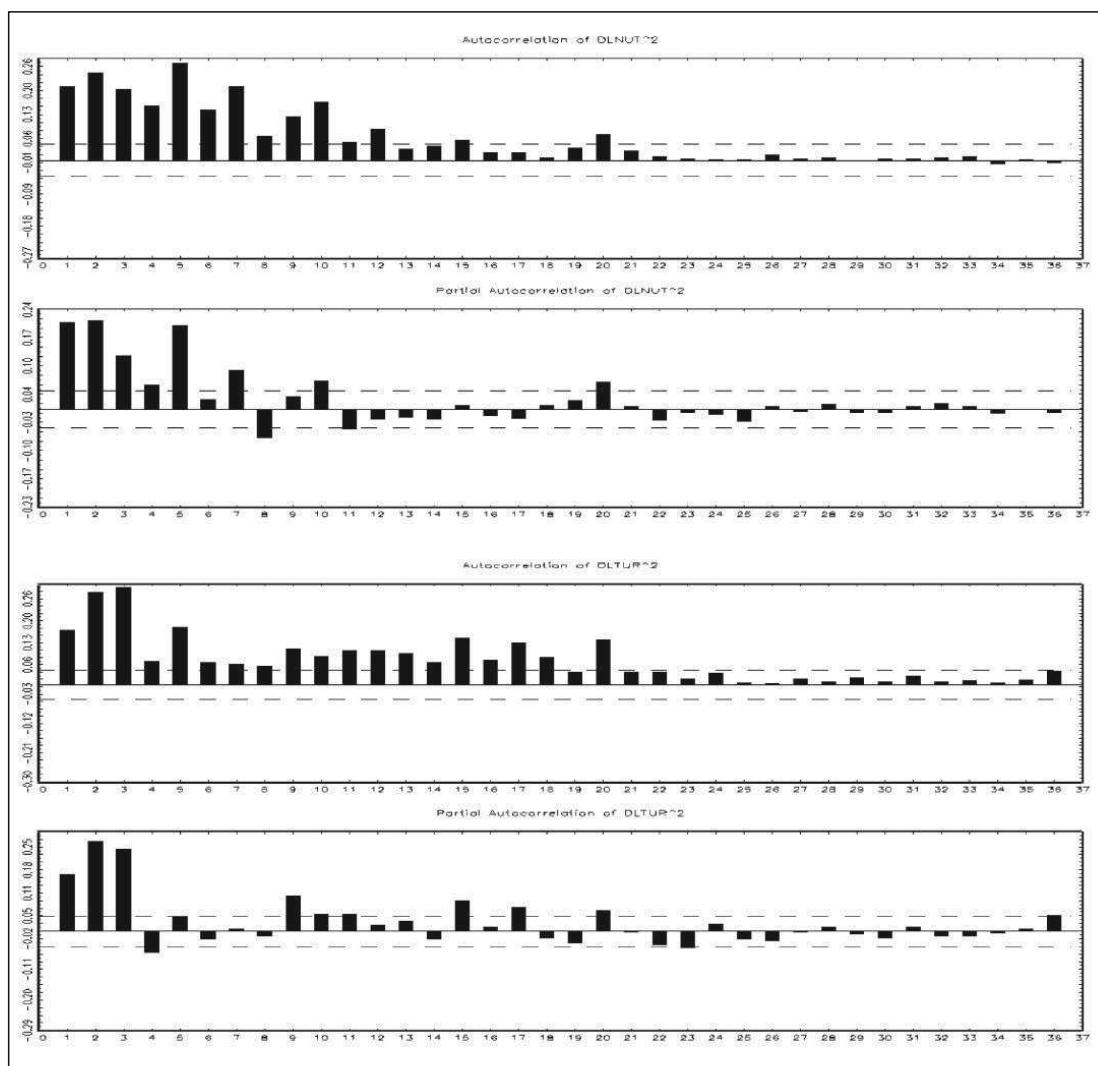
35. Pesaran, B. i Pesaran, H. M. (2009). *Time Series Econometrics using Microfit 5.0*. UK: Oxford University Press.
36. Pesaran, H. M., Schleicher, C. i Zaffaroni, P. (2008). Model Averaging in Risk Management with an Application to Futures Markets. *CESIFO Working Paper, No. 2231*, 1-45. dostupno na [https://ideas.repec.org/p/ces/ceswps/\\_2231.html](https://ideas.repec.org/p/ces/ceswps/_2231.html)
37. Phillips, P. C. B. i Perron, P. (2014). Testing for a Unit Root in Time Series Regression, *Biometrika*, Vol. 75, 335-346.
38. Shahateet, M., Shrydeh, N. i Mohammad, S. (2019). Testing the linkages of Arab stock markets: a multivariate GARCH approach. *Investment Management and Financial Innovations*, 16(4), 192-204. DOI: 10.21511/imfi.16(4).2019.17
39. Škrinjarić, T. (2015). Measuring dynamics of risk and performance of sector indices on Zagreb Stock Exchange. *Croatian Review of Economic, Business and Social Statistics*, 1(1-2), 27-41. DOI: <https://doi.org/10.1515/crebs-2016-0003>
40. Škrinjarić, T. i Šego, B. (2016). Dynamic portfolio selection on Croatian financial markets: MGARCH approach. *Business Systems Research: International journal of the Society for Advancing Innovation and Research in Economy*, 7(2), 78-90. DOI: <https://doi.org/10.1515/bsrj-2016-0014>
41. Šošić, I. i Serdar, V. (1995). *Uvod u statistiku*. Zagreb: Školska knjiga.
42. Ugurlu, E., Thalassinos, E. i Muratoğlu, Y. (2014). Modeling Volatility in the Stock Markets using GARCH Models: European Emerging Economies and Turkey. *International Journal of Economics & Business Administration (IJEBA)*, 2(3), 72-87. Dostupno na <https://www.um.edu.mt/library/oar//handle/123456789/31242>
43. Vukičević, M. i Odobašić, S. (2012). *Upravljanje rizicima*. Zaprešić: Visoka škola za poslovanje i upravljanje „Baltazar Adam Krčelić“.
44. Zagrebačka burza (2021). *Burzovni indeksi*. Dostupno na <https://zse.hr/hr/burzovni-indeksi/38>
45. Zagrebačka burza (2021b). *CROBEXnutris*. Dostupno na <https://zse.hr/hr/indeks/365?isin=HRZB00ICBEN7>
46. Zagrebačka burza (2021c). *Novi indeksi – CROBEXplus i sektorski indeksi*. Dostupno na <https://zse.hr/hr/novi-indeksi-crobexplus-i-sektorski-indeksi/941>
47. Zagrebačka burza (2021d). *Ponovno pokretanje izračuna indeksa CROBEX-transport*. Dostupno na <https://zse.hr/hr/ponovno-pokretanje-izracuna-indeksa-crobextransport-2281/2281>

## PRILOZI

### Prilog 1.

#### AUTOKORELACIJSKE I PARCIJALNE AUTOKORELACIJSKE FUNKCIJE

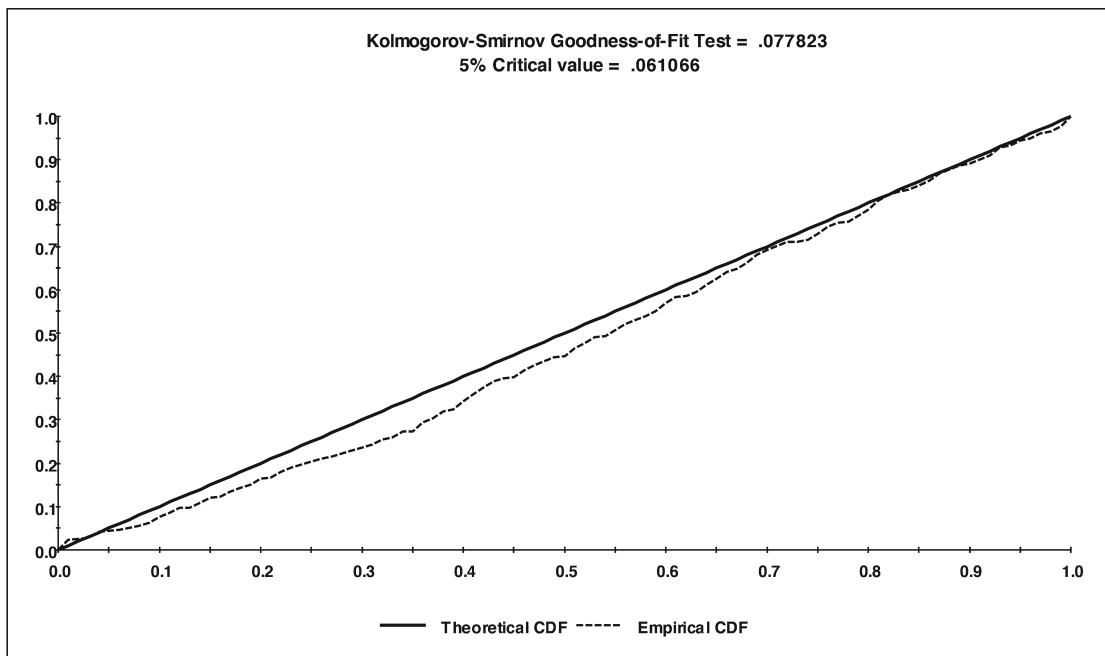




Izvor: izračun autora.

*Prilog 2.*

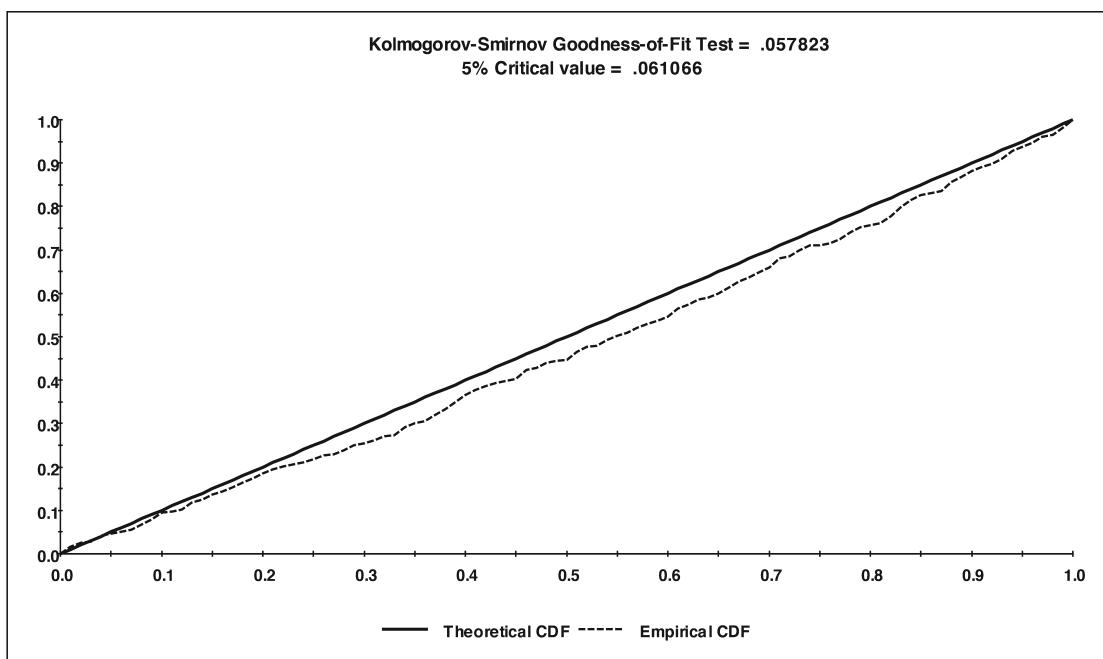
KOLMOGOROV-SMIRNOV TEST NENORMALNOSTI  
(GAUSSOVA DISTRIBUCIJA)



Izvor: Izračun autora.

*Prilog 3.*

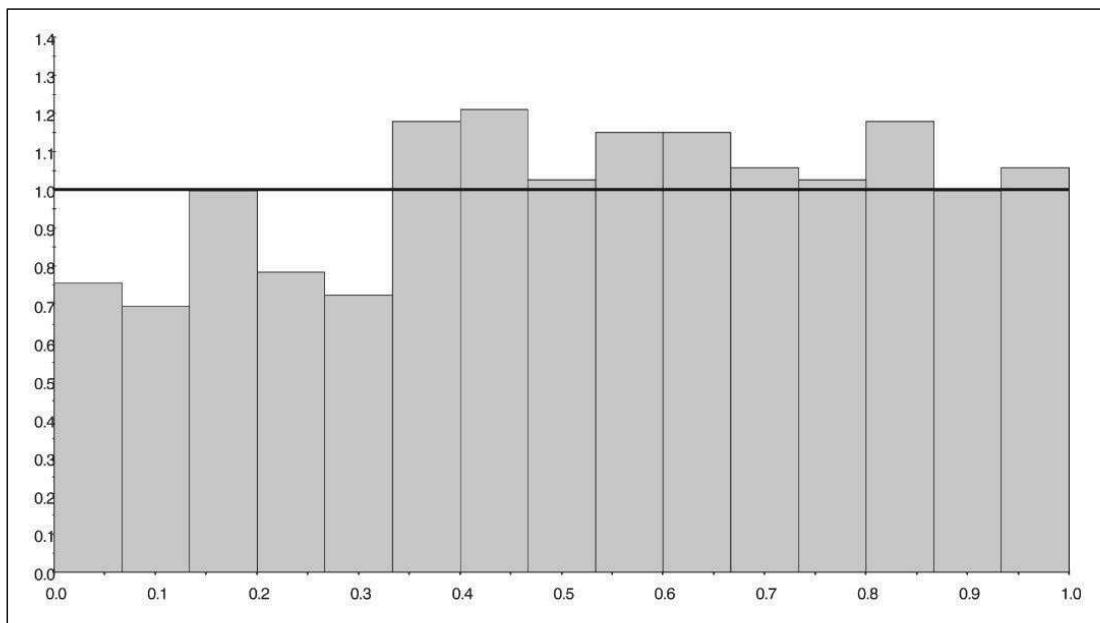
KOLMOGOROV-SMIRNOV TEST NENORMALNOSTI  
(STUDENTOVA *t*-DISTRIBUCIJA)



Izvor: Izračun autora.

*Prilog 4.*

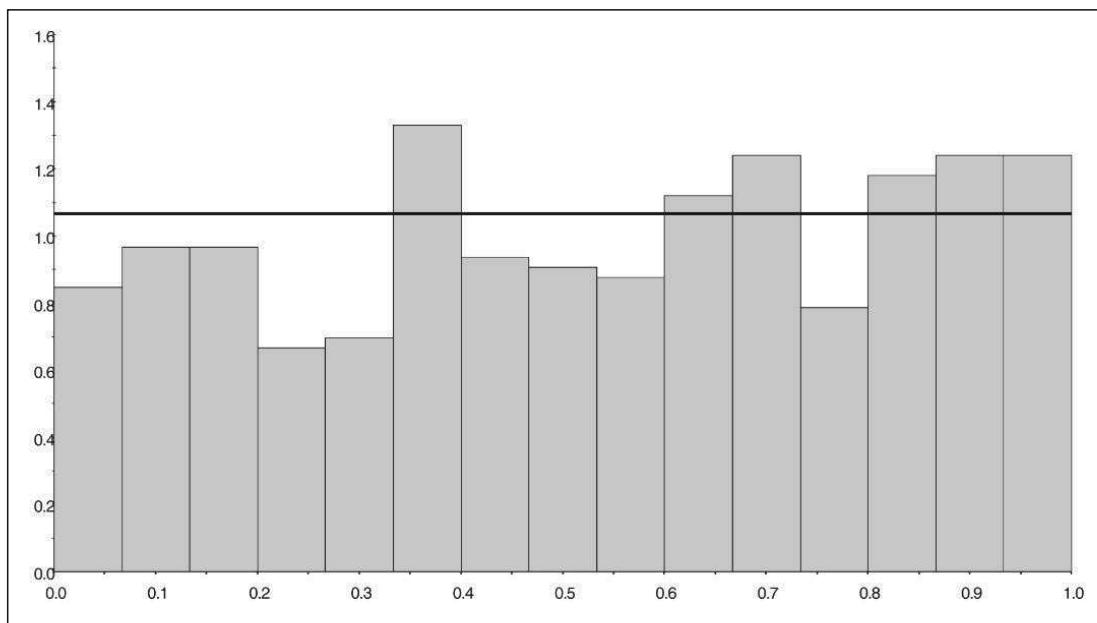
HISTOGRAMI INTEGRALNE TRANSFORMACIJE VJEROJATNOSTI  
RIZIČNE VRIJEDNOSTI (VaR-A) (GAUSSOVA DISTRIBUCIJA)



Izvor: Izračun autora.

*Prilog 5.*

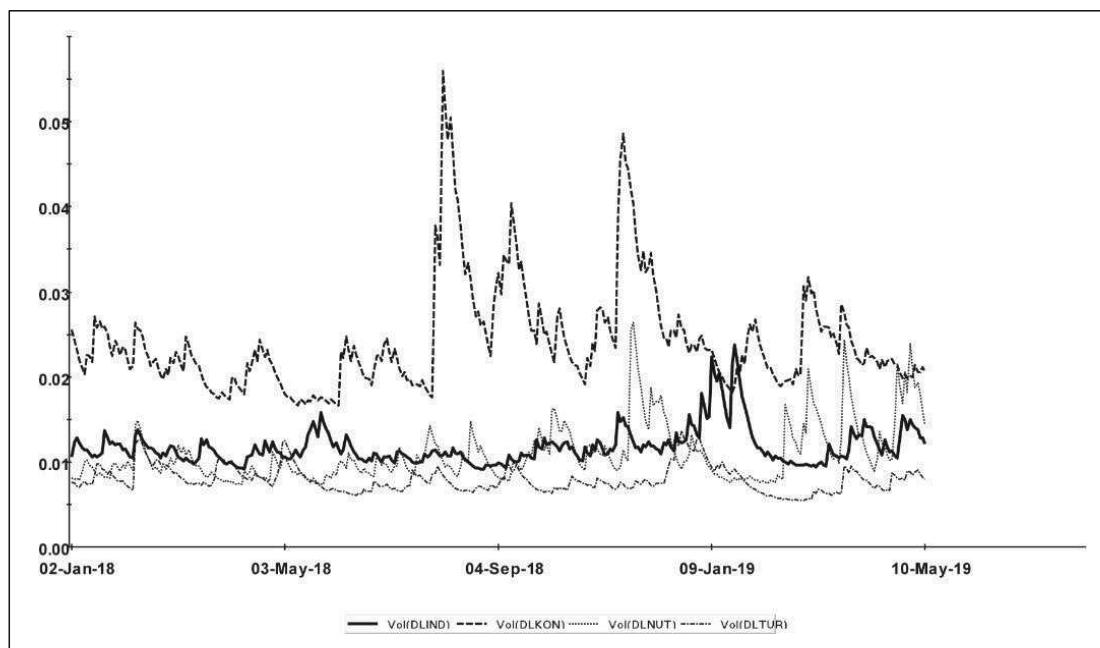
HISTOGRAMI INTEGRALNE TRANSFORMACIJE VJEROJATNOSTI  
RIZIČNE VRIJEDNOSTI ( $VaR$ -A) (STUDENTOVA  $t$ -DISTRIBUCIJA)



Izvor: Izračun autora.

*Prilog 6.*

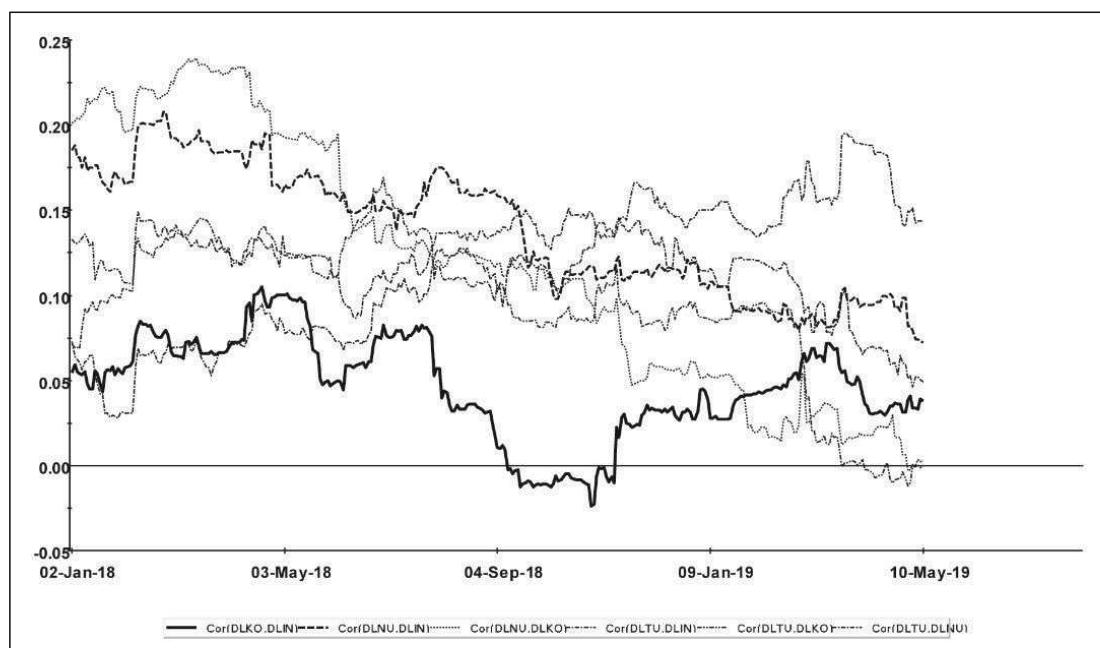
VRIJEDNOSTI UVJETNIH VOLATILNOSTI POVRATA SEKTORSKIH  
INDEKSA (STUDENTOVA  $t$ -DISTRIBUCIJA) MODELA  
KOJI OBUHVACA CJELOKUPNO RAZDOBLJE OD 13. OŽUJKA 2019.  
GODINE DO 12. SVIBNJA 2019. GODINE



Izvor: Izračun autora.

*Prilog 7.*

VRIJEDNOSTI UVJETNIH KORELACIJA POVRATA SEKTORSKIH  
INDEKSA (STUDENTOVA  $t$ -DISTRIBUCIJA) MODELA  
KOJI OBUHVATĀ CJELOKUPNO RAZDOBLJE OD 13. OŽUJKA 2019.  
GODINE DO 12. SVIBNJA 2019. GODINE



Izvor: Izračun autora.

## MODELLING AND FORECASTING VOLATILITY OF SECTOR INDICES ON ZAGREB STOCK EXCHANGE: MULTIVARIATE GARCH MODEL

### Summary

The goal of this paper is modelling and forecasting volatility of sector indices on Zagreb Stock Exchange i.e. on the Croatian capital market using a multivariate generalized autoregressive conditional heteroscedastic (MGARCH) model according to the two assumptions about conditional distributions of returns, i.e. Gaussian (normal) and Student's t-distribution and to determine whether these distributions are appropriate when describing the distribution of returns of sector indices on the Zagreb Stock Exchange. When making investment decisions, investors take into account the expected return and investment risk, and are assisted by analyses related to various risk measures such as volatility of returns, correlation coefficients between returns, etc. Daily data on returns of sector indices on Zagreb Stock Exchange are analysed within time span from 2013 to 2021 and encompass the sectors of industrial production, construction, production and processing of food and tourism. For the sake of the analysis, MGARCH is used to estimate dynamic conditional correlation (DCC-GARCH) models. Calculated unconditional volatility indicates greater stability of the tourism sector compared to other sectors, while unconditional correlation coefficients indicate a slight strength of the relationship between the sectors and thus the possibility of achieving diversification effects when investing. Conditional volatilities of sector indices returns are moving close, except the construction sector, whose volatility increases over time indicating a growing presence of risk in the sector. Furthermore, existence of a raising trend in conditional correlation of returns especially when the sector of tourism is included, suggests the growing connection of other sectors with this particular one. That connection is especially visible between sectors of tourism and production and processing of food. Model comparisons indicate that MGARCH model based on Student t-distribution is more appropriate for describing the returns' distribution of sector indices in relation to the model based on Gaussian distribution. The analysis provided in the paper has some limitations that might be observed in relatively short time span of model assessment and specifics of Croatian capital market compared with developed markets.

**Keywords:** volatility, sector indices, distribution of returns, capital market, Zagreb Stock Exchange, MGARCH model