BITKA BROJEVA (II)

Matematičko putovanje kroz drevnu igru zvanu ritmomahija

Siniša Režek, Zagreb

U prošlom smo broju Matke, na matematičkom putovanju kroz ovu drevnu igru, upoznali igraću ploču te vrijednosti i izgled igraćih figura. Krenimo dalje...

Matematička pozadina vrijednosti figura, nizovi...

Za niz brojeva koji se povećava „jednakim koracima“ kaže se da je aritmetički niz. Primjeri aritmetičkih nizova:

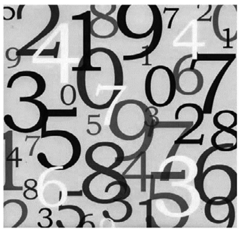
1, 2, 3, 4, 5, 6...

2, 4, 6, 8, 10, 12...

1, 3, 5, 7, 9, 11...

2, 5, 8, 11, 14, 17...

11, 21, 31, 41, 51...



Ako se članovi niza brojeva povećavaju uz stalan faktor, govorimo o geometrijskom nizu. Primjeri geometrijskih nizova:

1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, 65536, 131072...

1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187...

1, 5, 25, 125, 625, 3125, 15625...

8, 12, 18, 27...

27, 36, 48, 64...

Posljednja dva primjera pokazuju da se, ako se odabere ispravan početni član, može dobiti nekoliko cjelobrojnih vrijednosti u nizu čak i ako se koristi faktor kao što je $\frac{3}{2}$ ili $\frac{4}{3}$.

Korištenje pojmova „aritmetički niz” i „geometrijski niz” pripisuje se rimskom pjesniku, političaru, filozofu i znanstveniku iz 5. st., Aniciju Manliju Severinu Boetiju, autoru knjige o aritmetici koja je bila vrlo popularna i kasnije, u srednjem vijeku. Napisao je i knjigu *O utjehi filozofije* dok je bio u zatvoru, čekajući pogubljenje po nalogu cara Teodorika nakon što je branio senatora Albina od optužbi za izdaju.

U svome djelu *De Institutione Arithmetica* (u dvije knjige, što je bilo uobičajeno kod starijih knjiga; stoga je zabilježeno da se *Trithemius Polygraphia* nalazi u šest knjiga), osim aritmetičkog i geometrijskog niza, definirao je harmonijski niz. Ovdje su navedeni neki primjeri nizova brojeva u harmonijskom nizu:

2, 3, 6

3, 4, 6, 12

10, 12, 15, 20, 30, 60

21, 24, 28

36, 40, 45

55, 60, 66

U nizu 10, 12, 15, 20, 30 i 60 razlike između uzastopnih članova u nizu su 2, 3, 5, 10 i 30. Za bilo koja tri uzastopna broja u nizu, omjer između prvog i trećeg broja jednak je omjeru razlika između prvog i drugog te između drugog i trećeg broja.

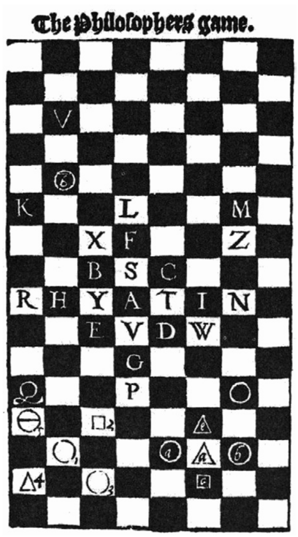
Dakle, za brojeve 10, 12 i 15, 10 je prema 15 kao što je 2 prema 3.

Za brojeve 20, 30 i 60, 20 je prema 60 kao što je 10 prema 30.

Imajte na umu da ako se svi članovi harmonijskog niza pomnože istim brojem, oni ostaju u harmonijskom nizu, što vrijedi i za geometrijski i aritmetički niz. Dodavanje istog broja svakom članu niza, s druge strane, remeti niz, osim u slučaju brojeva u aritmetičkom nizu.

Postoji, međutim, jednostavan ključ za harmonično napredovanje. Uzmimo, na primjer, harmonijski niz 10, 12, 15, 20, 30, 60. Podijelimo li broj 60 sa svakim brojem u nizu, dobit ćemo redom brojeve 6, 5, 4, 3, 2 i 1, tj. brojeve koji čine aritmetički niz.

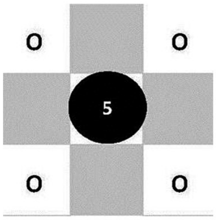
Otvaranje - kretanje figura



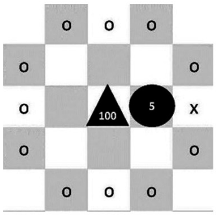
Crni (neparni) uvijek igra prvi. Svaki oblik figure ima drugačije pravilo kretanja. Sljedeće smjernice temelje se na engleskom priručniku o ritmomahiji iz 1563., koji su napisali Lever i Fulke, a koji se pak temeljio na De Boissièreovoj knjizi objavljenoj na francuskom jeziku:

- Krugovi se dijagonalno pomiču za jedno mjesto.
- Trokuti se pomiču za dva mjesta horizontalno ili vertikalno. Ako ne uzmu figuru, mogu napraviti i potez šahovskog skakača („leteći”).
- Kvadrati se pomiču za tri polja horizontalno ili vertikalno. Ako ne uzmu figuru, također mogu napraviti „leteći” potez poput skakača koji prelazi ukupno četiri polja. To mogu biti tri vertikalna kvadrata iza kojih slijedi jedan horizontalni kvadrat ili tri horizontalna kvadrata nakon kojih slijedi jedan vertikalni kvadrat.
- Piramide se mogu kretati na isti način kao bilo koji krug, trokut ili kvadrat.

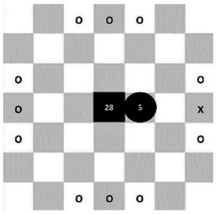
Lever i Fulke u dijagramu iz 1563. prikazuju moguće poteze. Opisuju kretanje kvadrata poput skakača ističući da se može kretati od P do Y ili T u njihovu dijagramu.



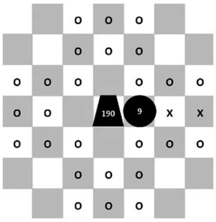
Pomicanje krugova



Pomicanje trokuta



Pomicanje kvadrata

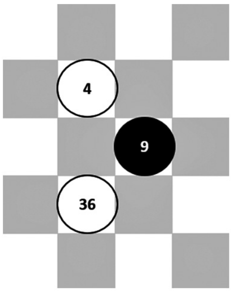


Pomicanje piramida

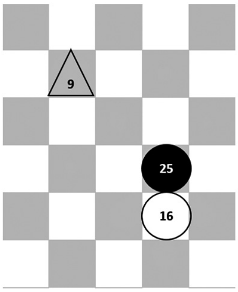
Središnjica - uzimanje figura

Kada igrač uzme figuru, mijenja njezinu boju u boju svojih figura (idealno je da figure ritmomahije budu dvostrane!). Transformirana figura pomiče se u red ploče koji je najbliži igraču i sada se može koristiti kao i druge figure. Postoji mnogo načina za uzimanje figura korištenjem različitih matematičkih svojstava. Lever i Fulke spominju jednakost, *obsidion*, zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje, kao i izborno pravilo proporcije.

Najjednostavnija metoda uzimanja je jednakost. Ako se figura može pomaknuti na drugu figuru s istim brojem, uzima tu figuru. *Obsidion* uzimanje je zamka: ako četiri figure spriječe drugu figuru da se kreće vodoravno ili okomito, ona se uzima.



Ako se dvije figure iz jednog tima mogu pomaknuti na istu figuru drugog tima, vrijednosti tih dviju figura mogu se zbrajati (npr. bijeli 9 i 16, 9 + 16 = 25, uzimaju crnog 25 (vidi sliku lijevo)), oduzimati, množiti ili dijeliti. Cilj je dobiti broj na protivničkoj figuri (npr. uzimanje dijeljenjem – bijeli 36 i 4, 36 : 4 = 9, uzimaju crnog 9 (vidi sliku desno)) i u tom slučaju oni preuzimaju tu figuru.



Hoće li se jedna od dvije napadačke figure morati pomaknuti u prostor koji napadaju ovisi o tome kada će se pojaviti moguće uzimanje. Ako igrač pomakne figuru na svome potezu, dovodeći je u poziciju za zbrajanje, oduzimanje, množenje ili dijeljenje, tada odmah uzima figuru drugog igrača bez ponovnog pomicanja svoje figure. S druge strane, ako igrač primijeti moguće uzimanje na početku svoga poteza, prije nego što je pomaknuo figuru, mora postaviti jednu od svojih napadačkih figura u prostor osvojene figure kako bi uzeo figuru zbrajanjem, oduzimanjem, množenjem ili dijeljenjem.

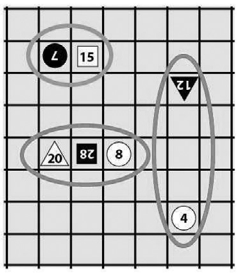
Piramide se ne mogu uzeti jednakošću. Mogu se uzeti zbrajanjem, oduzimanjem, množenjem ili dijeljenjem, izbornim uzimanjem proporcijom ako je to u igri ili uzimanjem figura s kvadratnim brojevima koji čine piramidu jedan po jedan.

Figura M može uzeti figuru N ako je udaljena za D polja, te ako je zadovoljena jedna od sljedećih relacija:

M = N + D, M = N – D, M = D – N, M = N · D, M = N : D ili M = D : N.

Međutim, postoje i drugi načini na koje se mogu „pojesti“ figure, i tu počinje zabava i aritmetika.

Figure se mogu „pojesti" na sličan način kao u šahu, *susretom*. Pogledajmo primjere na slici! Crni krug 7 može „pojesti" bijeli kvadrat 15. Drugi način „jedenja" je *zasjeda*. Na primjer, crni kvadrat 28 može biti zarobljen iz zasjede jer se nalazi između bijelog 20 i bijelog 8, a 28 = 20 + 8. Vjerujem da vas počinje zanimati! Nadalje, bijeli krug 4 može „pojesti" crni trokut 12 *napadom*. Zašto? Jer između figura postoje tri slobodna polja, a 4 · 3 = 12!



Uzimanje proporcijom

Ovo je neobvezno pravilo za uzimanje figura po omjeru! Lever i Fulke upućuju nas na aritmetičke, geometrijske i harmonijske proporcije, tako da ovo neobavezno pravilo ima tri potpravila.

Uzimanje aritmetičkim omjerom slično je uzimanju zbrajanjem: ako se dvije figure mogu pomaknuti u prostor treće i brojevi na sve tri figure tvore djelomični aritmetički niz oblika n, $n + a$, $n + 2a$, treća figura je zarobljena. Tri figure također mogu obuhvatiti četvrtu aritmetičkim omjerom. **Uzimanje geometrijskim proporcijama** koristi se istom idejom, ali koristeći djelomične geometrijske nizove oblika n, an, a^2n ili n, an, a^2n, a^3n.

Uzimanje harmonijskim ("glazbenim") proporcijama koristi sljedeće svojstvo brojeva: tri broja a, b, c (pri čemu je $a < b < c$) u harmoničnom su omjeru ako vrijedi $(c : a) = (c - b) : (b - a)$. Na primjer, 4, 6, 12 dobar je primjer jer je 12 : 4 = 3 : 1 i (12 – 6) : (6 – 4) = 6 : 2 = 3 : 1. Sada možemo reći da se uzimanje glazbenom proporcijom događa kada se dvije figure mogu pomaknuti u prostor treće i sve tri figure stanu u harmonijski omjer.

Tu ćemo opet napraviti stanku kako bismo usustavili svoje misli. Nakon kraćeg odmora nastavljamo dalje širokom cestom na matematičkom putovanju kroz ovu drevnu igru.