

I PRIRODA VOLI MATEMATIKU

Sanja Sruk, Zagreb

Matematiku u prirodi možemo susresti na mnogobrojnim mjestima. Pogledajmo nekoliko primjera.

Fibonaccijevi brojevi

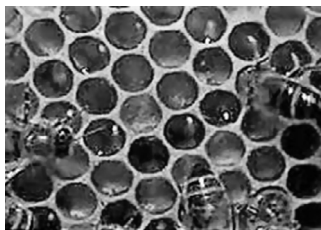
Jedan od najvećih matematičara srednjega vijeka, Leonardo iz Pise, poznatiji kao Fibonacci, otkrio je neobičan matematički niz koji danas nosi njegovo ime. Fibonaccijev niz čine brojevi 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21..., pri čemu se svaki sljedeći broj dobije kao zbroj prethodnih dvaju u nizu. Fibonaccijev se niz u prirodi pojavljuje vrlo često. Ako prebrojite latice na nekom cvijetu, zbroj će često biti jedan od brojeva Fibonaccijeva niza. Svaka kolonija pčela sastoji se od kraljice, nekoliko trutova i puno radilica. Ženke pčela imaju dva roditelja, truta i kraljicu. Trutovi se pak izlegu iz neoplođenih jajašca. To znači da imaju jednog roditelja. Fibonaccijev niz označuje trutovo obiteljsko stablo u kojem on ima jednog pretka, zatim dva pretka, tri pretka i tako dalje. Kad već spominjemo pčele, matematiku možemo vidjeti i u saću koje se sastoji od niza pravilnih šesterokutnih ćelija. Pčele takvom gradnjom uz malu količinu voska grade lagane i čvrste komorice u kojima je prostor za skladištenje hrane maksimalno iskorišten.



Slika 1. Kristov trn (dvije latice)



Slika 2. Ljubičica (pet latica)



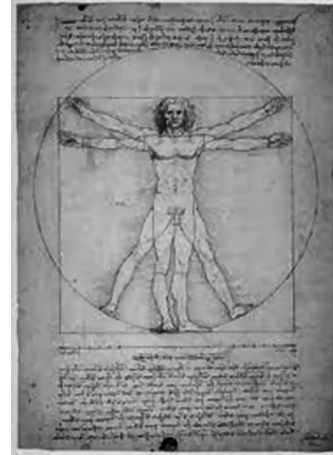
Slika 3. Pčelinje saće

Pogledajte se u ogledalo i vidjet ćete Fibonaccijev niz. Vaše tijelo sastoji se od brojeva 1, 2, 3 i 5. Imate jedan nos, dva oka, tri dijela svakog uda i pet prstiju na svakoj ruci. Proporcije ljudskoga tijela posebno je proučavao Leonardo da Vinci. Poznat je njegov crtež „Vitruvijev čovjek” na kojemu vidimo čovjeka

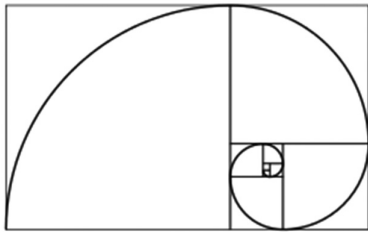


upisanog u krug i kvadrat. Izmjerimo li čovjekovu duljinu od vrha glave do poda, a zatim to podijelimo s duljinom od pupka do poda, dobijemo 1.618034, a to je broj kojemu se količnik susjednih članova Fibonaccijeva niza približava (npr. $8 : 5 = 1.6$; $21 : 13 = 1.615$, i što dalje idemo, rezultat je bliži broju 1.618034).

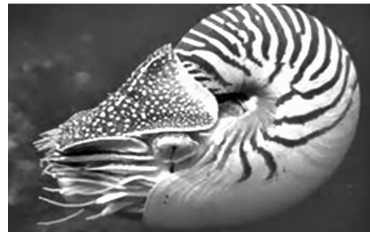
Taj broj povezan je sa zlatnim rezom, omjerom kod kojeg se cjelina prema većem dijelu odnosi kao veći dio prema manjem. Susrećemo ga i u slikarstvu, arhitekturi, glazbi..., dakako i u prirodi. Zlatni pravokutnik je pravokutnik kojemu su stranice u omjeru zlatnog reza. U taj se pravokutnik može upisati spirala koja se naziva logaritamska ili zlatna spirala, a u prirodi je možemo vidjeti na kućici nautilusa (vrsta mekušca, zove se još indijska lađica), repu kameleona, sjemenkama suncokreta, itd.



Slika 4. Leonardo da Vinci: Vitruvijev čovjek



Slika 5. Zlatni pravokutnik i logaritamska spirala



Slika 6. Nautilus



Simetrija

Čovjek i većina životinja su osnosimetrični, barem izvana. Neki unutarnji organi također su simetrični, a neki, poput srca, nisu. Centralnu simetriju možemo vidjeti npr. u paukovoj mreži i mnogim biljkama.



Slika 7. Osna simetrija u prirodi



Slika 8. Centralna simetrija u prirodi



Fraktali

Fraktali su samoslični geometrijski objekti. To znači da koliko god ih uvećavamo, uvijek dobivamo isti oblik i iste detalje. Primjer fraktala je tzv. trokut Sierpinskog. Njega dobijemo tako da uzmemo crni jednakostranični trokut, spojimo polovišta njegovih stranica i dobiveni trokut obojimo u bijelo (ili izrežemo). Sada imamo jedan manji bijeli i tri crna jednakostranična trokuta. Postupak ponavljamo s crnim trokutima i tako u beskonačnost.



Slika 9. Trokut Sierpinskog

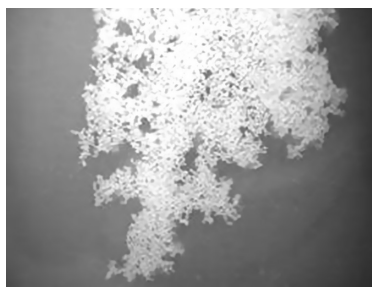
U prirodi ih susrećemo kod nekih paprati. I cvjetača i brokula slične na fraktale, a pravu fraktalnu strukturu možemo vidjeti na šenonu, povrću koje je nastalo križanjem brokule i cvjetače. Med kristalizira u fraktalne oblike, a drveće, kao i paprat, također ima fraktalna svojstva (deblo se grana na grane koje se granaju na grančice...).



Slika 10. Šenon



Slika 11. Paprat

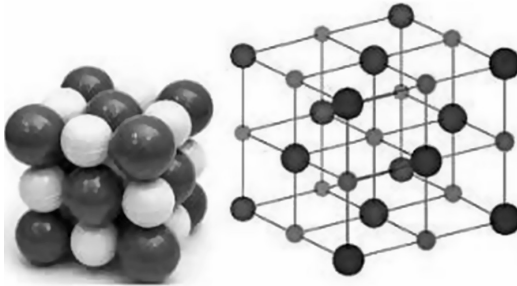


Slika 12. Kristalizacija meda



Geometrijska tijela

Kristalizacija je nastajanje kristala u kojem se osnovne čestice (atomi, molekule ili ioni) pravilno slažu u prostoru stvarajući kristalnu rešetku. Te su čestice previše sitne da bismo ih vidjeli golim okom pa se moramo poslužiti mikroskopom. Kristalna rešetka najčešće je u obliku paralelepipeda (prizme kojoj su sve stranice paralelogrami), kocke ili šesterostrane prizme. Na Slici 13. možete vidjeti kristalnu rešetku kuhinjske soli (NaCl), tj. raspored atoma natrija i klora.



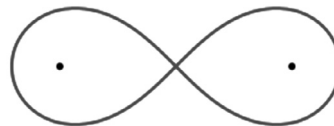
Slika 13. Kristalna rešetka

Krivulje u svemiru

S mikroskopa prijedimo na teleskop, pogledajmo svemir. I on je pun matematike. Prostor svemira zakrivljen je u obliku krivulje koja se zove hiperbola. Zemlja i ostali planeti Sunčevog sustava okreću se oko Sunca po krivulji koja se zove ekliptika, a ona ima oblik elipse. Zbog Zemljina okretanja oko Sunca mi imamo privid da Sunce mijenja svoj položaj među zvijezdama. Kad bismo svakoga dana u godini s istoga mjesta i u isto vrijeme fotografirali Sunce, vidjeli bismo da ono nije na istome mjestu. Prividno kretanje Sunca opisuje krivulju u obliku osmice ili znaka za beskonačnost i ta se krivulja naziva Sunčeva analema.



Slika 14. Sunčeva analema



Slika 15. Bernoullijeva lemniskata





I Mjesec opisuje sličnu krivulju, a u toj krivulji prepoznamo Bernoulljevu lemniskatu, algebarsku krivulju koju je proučavao Jacob Bernoulli u 17. stoljeću. On ju je opisao kao skup točaka u ravnini kojima je umnožak udaljenosti do dvije čvrste točke konstantan, a ime joj potječe od latinske riječi *lemniscus*, što znači ukrasna vrpca.

Sve je matematika

Pojave koje ljudi uočavaju ili otkrivaju u prirodi, poput elektriciteta, svjetlosti, magnetizma ili radioaktivnosti, mogu se opisati matematičkim jednadžbama. Fizičar i matematičar Max Tegmark rekao je: „Naša realnost ne samo da je opisana matematikom – ona JEST matematika u određenom smislu.”

Zadatci za one koji žele znati više:

1. Pronađite još primjera gdje u prirodi možemo susresti Fibonaccijeve brojeve i zlatnu spiralu te otkrijte gdje se u umjetnosti i arhitekturi pojavljuje zlatni rez.
2. Ako vas zanimaju fraktali, istražite Kochovu pahuljicu i najpoznatiji primjer fraktala – Mandelbrotov skup. Pogledajte i petminutni video na <https://www.youtube.com/watch?v=0jGai087u3A>
3. Snježne pahuljice su kristali snijega. Pojavljuju se u različitim oblicima. Pronađite slike uvećanih snježnih pahuljica pa uočite što im je zajedničko. Spojite li vrhove pahuljica, kakav ćete mnogokut dobiti? Jesu li pahuljice osnosimetrične, centralnosimetrične ili oboje?



4. Zemlja kruži oko Sunca po elipsi. To je krivulja o kojoj ćete učiti u srednjoj školi, a izgleda kao spljoštena kružnica. Elipsu možete konstruirati pomoću dva čavlića i konca. Pogledajte kako se to radi na: https://www.youtube.com/watch?v=Et3OdzEGX_w, a zatim pokažite svoju kreativnost i napravite sliku pomoću elipsa.

