

## Matematičko putovanje kroz drevnu igru bitke brojeva zvane ritmomahija

Do sada smo na matematičkom putovanju kroz drevnu igru prošli kroz igraću ploču, vrijednosti i izgled figura za igru, kretanje figura, središnjicu i uzimanje figura. Krenimo još dalje...



### Završnica - uvjeti pobjede

Kako smo vidjeli, čak je i smišljanje načina uzimanja figura u ritmomahiji složeno, stoga se igrači mogu dogovoriti oko bilo kojeg od nekoliko uvjeta pobjede. One se dijele na „uobičajene” pobjede, koje se temelje na uzimanju dovoljnog broja figura prema određenoj mjeri, i „prave” pobjede (također poznate kao trijumfi) koje uključuju uzimanje protivničke piramide te slaganje tri ili četiri pojedine figure kako bi se stvorila aritmetička, geometrijska ili harmonijska proporcija.

Evo zajedničkih pobjeda:

- **Pobjeda tijela:** pobjeđuje onaj igrač koji prvi uzme određeni broj figura.
- **Pobjeda dobara:** pobjeđuje prvi igrač koji uzme figure dodajući barem određeni broj.
- **Pobjeda svađe:** prvi igrač koji uzme figure dodajući barem određeni broj i koristeći određeni ukupan broj znamenaka pobjeđuje (sprječava igrača da pobijedi uzimanjem jedne figure vrlo visoke vrijednosti, što bi moglo biti moguće u pobjedi dobara.)
- **Počasna pobjeda:** pobjeđuje prvi igrač koji uzme određeni broj figura dodajući barem određeni broj.

Citirajmo Levera i Fulkea o tome kako dovršiti pravu pobjedu ili trijumf: „Kada je kralj zauzet, trijumf se mora pripremiti za postavljanje u protivničkom taboru. Protivnički tabor naziva se cijeli prostor, koji je između prvog prednjeg dijela njegovih ljudi, kako su prvo postavljeni, do kraja stola, koji sadrži .40. razmaka ili kako neki tvrde .48. Kada namjeravate ostvariti trijumf, morate to objaviti, opominjući svog protivnika da se ne miješa ni s jednim čovjekom kako bi ga preuzeo, što ste postavili za svoj trijumf. Nadalje, morate



dovesti sve svoje ljude koji služe za trijumf u njihovim direktnim pokretima, a ne u njihovim letećim pokretima.

Trijumfirati, dakle, znači postaviti tri ili četiri čovjeka unutar protivničkog tabora, u omjeru aritmetički, geometrijski ili glazbeno, kao i vaših vlastitih ljudi, kao i vaših neprijateljskih ljudi koji se zauzimaju, stojeći u pravoj liniji, ravnoj ili križnoj, kao u .D.A.B. ili drugačije .5.1.3. ako se sastoji od tri broja, ali ako se sastoji od četiri broja, oni se mogu postaviti kao polje dva protiv dva.”

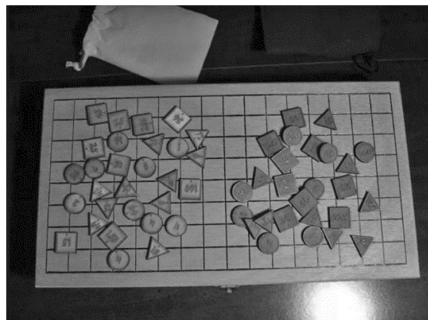
Postojalo je mnogo načina za pobjedu, a igrači bi se prije igre dogovorili koju vrstu pobjede žele. Na primjer, cilj može biti pojesti određeni broj figura. Cilj također može biti da se brojevi na određenim figurama zbroje do određene vrijednosti ili je, recimo, potrebno oboje. Međutim, te su igre bile za početnike. Pravi ljubitelj želio je igrati na pravu pobjedu. One su dobivene slaganjem brojeva u niz brojeva. Na primjer, slaganje aritmetičkog niza 6, 9, 12, uključujući obje boje figura. To bi predstavljalo pravu pobjedu! Među pravim pobjedama jedna je bila najviše cijenjena: vrsta trostruke pobjede nazvana **Izvrсна pobjeda**. Primjer takve pobjede pokazat ćemo u nastavku.

Što je tako posebno u ovim brojevima? Prvo, zanemarujući 15, brojevi 12, 16, 20 tvore aritmetički niz. Drugo,  $20 : 16 = 15 : 12$  jednaki su omjeri, što je bila druga vrsta ispravne pobjede. Konačno, zanemarujući 16 i dijeleći brojem 60, dobivamo  $\frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ , što je harmonijski niz i treća vrsta pobjede.

	12	15	16	20			

## Zaigrājmo

Koristimo algebarsku notaciju, sličnu šahu, koja nam omogućava praćenje igre i igranje. Međutim, prednost notacije je i ta što olakšava programiranje računalnih igara. Svih 128 Rithmomachia polja označavaju se kombinacijom jednog slova i jedne brojke na sljedeći način: linije („vertikale”) označavaju se brojevima od 1 do 8 i to tako da se, gledano od strane

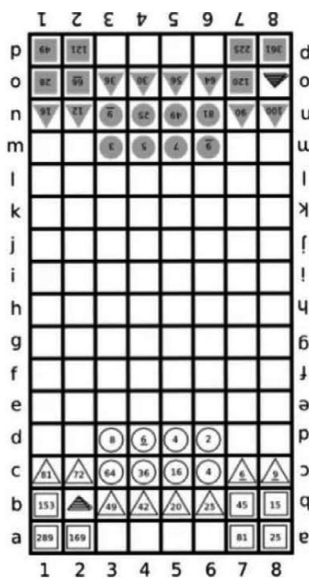


bijelog, obilježava s lijeva nadesno **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8**. Redovi („horizontale“) označavaju se slovima abecede: **a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p**, i to tako da je **a** red onaj na kojemu na početku stoje bijele figure, **b** red onaj iznad njega itd. (dakle crne figure stoje na **m** redu, a završavaju na **p** redu). Kada bilježimo Rithmomachia partiju, poteze označavamo rednim brojem. U tzv. punoj notaciji bilježimo: oznaku figure, početno polje i završno polje, npr. **Kd3-e4**, predstavlja krug s polja **d3** na polje **e4**. Oznake figura su O (krug), T (trokut), K (kvadrat), te P (piramida). Kraj igre označen je simbolom #.

Uzimanje figure označavamo znakom  $\times$ . Npr.  $\times T56k6$ , označava uzimanje trokuta vrijednosti 56 s polja **k6**.

Pogledajmo i odigramo jednu kratku partiju. Slijedi primjer igre gdje je **dogovoreno da je pobjednik onaj koji osvoji 100 bodova**.

Početak jedne partije zabilježen punom notacijom redosljeda poteza izgleda ovako:

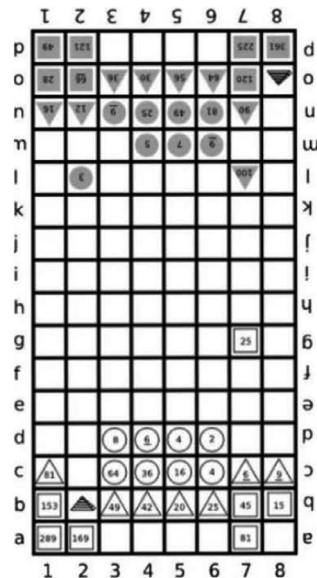


1. **Tc2-e3** Bijeli počinje potezom trokuta vrijednim 72 boda.

1. ... **Om3-l2** ( $\times T72e3$ ) Crni odgovara pomicanjem kruga vrijednosti 3 boda. Promotrimo da je krug vrijednosti 9 sada 8 polja udaljen linijski od bijelog trokuta vrijednosti 72. Time ostvaruje pravo zarobiti trokut jer je  $9 \cdot 8 = 72$ .

2. **Ka8-d7** Bijeli odgovara pomicanjem kvadrata vrijednim 25 boda.

2. ... **Tn8-l7** Sada crni nespretno gubi prednost odigravajući trokutom vrijednosti 100 bodova.



3. **Kd7-g7** ( $\times T100l7$ ) #, na što bijeli odgovara pomicanjem kvadrata vrijednosti 25 imajući na umu da ga postavlja na 4 polja razmaka od trokuta vrijednosti 100, jer je  $25 \cdot 4 = 100$ . Time ostvaruje pravo na uzimanje trokuta pa crni gubi partiju jer je izgubio 100 bodova.



## Na kraju

Pitagorejci su zamišljali svemir unutar reda i vladavine harmonije brojeva. Taj red i sklad možemo naći unutar ritmomahije. Kako je ranije rečeno, ritmomahija se igrala tijekom srednjeg vijeka za vježbu aritmetike, geometrije i glazbe. Zapravo, izvrsna je pobjeda dana kvartetom (4; 6; 8; 12) koji ima svoje neskratve razlomke, harmonike od pentatonske Pitagorine glazbene ljestvice... Dakle, u cilju održavanja koncentracije, igranje ritmomahije kao discipline za učenje moglo bi biti zanimljivo kao pedagoški cilj. Od 2013. venezuelanski Rithmomachia Club posvetio se promicanju učenja i igranja ritmomahije te je polučio vrlo dobre rezultate. Također, postoji i Gonzaga Rithmomachia Club kojemu je akademska zajednica glavni promotor i korisnik ritmomahije u Sjedinjenim Američkim Državama. Na Sveučilištima Verona i Brescia također se proučava ritmomahija.

Možemo zaključiti kako su tvorci ritmomahije u potpunosti razumjeli pitagorejska načela brojeva i dali su, vjerojatno ne znajući, prve korake u pronalaženju aproksimacije *zlatnog omjera*. Vjerujem da su ovi tekstovi otvorili istraživačku nit za pronalaženje novih informacija o igri.

Svatko tko bi ostvario pravu pobjedu doista bi se osjećao pobjednikom!

Završit ću kao Dante Alighiteri:

*Razmotrite svoje  
porijeklo:  
niste stvoreni da živite  
kao životinje,  
već da igrate igre i  
učinite ih znanošću!*



## Literatura

- Michael Masi, *Boethian Number Theory: A Translation of the De Institutione Arithmetica* (Rodopi, 1996.)
- Ann E. Moyer, *The Philosophers' Game: Rithmomachia in Medieval and Renaissance Europe* (Ann Arbor: University of Michigan Press, 2001.)
- Rafe Lever i William Fulke, *The Philosophers Game*, <http://www.jducoeur.org/game-hist/fulke.html>
- <https://en.wikipedia.org/wiki/Rithmomachia>
- <http://www.quadibloc.com/other/bo0107.htm>
- <https://ludii.games/details.php?keyword=Rithmomachia>
- <https://www.boardspace.net/rithmomachy/english/rules.html>
- <https://mindsports.nl/index.php/dagaz/938-rithmomachia-ai>
- <https://cescoreale.com/en/project/ludyssea-viaggio-matematico-tra-i-giochi-antichi/>
- <https://symbolaris.com/applet/Rhythmomachia.html>
- <http://www.boardgamestudies.info/pdf/issue2/BGS2Mebben.pdf>
- <https://daten.digital-e-sammlung.de/~db/0004/bsb00047475/images/index.html?id=00047475&fip=109.237.48.125&no=8&seite=6>
- <http://aritmomachia.blogspot.com/>
- [https://www.qedcat.com/archive\\_cleaned/150.html](https://www.qedcat.com/archive_cleaned/150.html)
- <https://mathvoices.ams.org/featurecolumn/2021/07/01/the-battle-of-numbers/>

