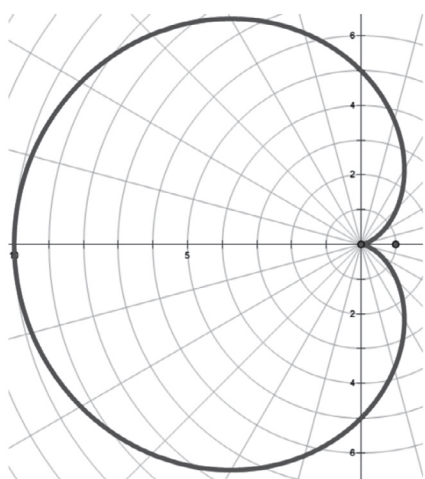




Ivana Katalenac, Zagreb

## SRCOLIKE KRIVULJE

U Matki 123 prikazana je slika jedne krivulje koja nalikuje na srce, a u ovom ćete broju vidjeti kako srcolike krivulje možete samostalno nacrtati u programu dinamičke geometrije.

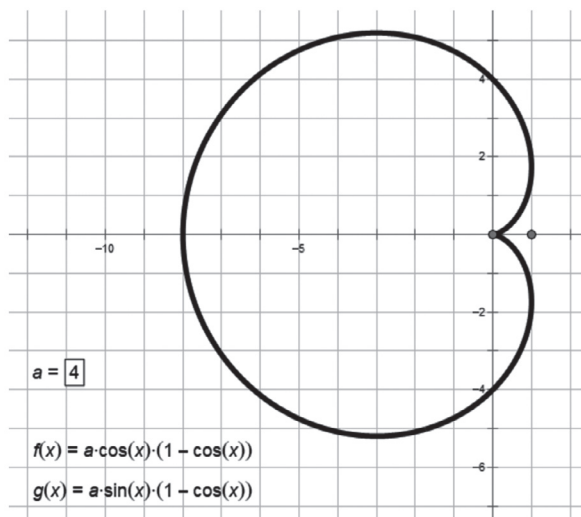


NAPOMENA: Mlađi Matkači još ne poznaju većinu pojmova koji će se spomenuti u tekstu, no ako budu pažljivo slijedili upute, pomoću programa dinamičke geometrije mogu nacrtati sve srcolike krivulje.

Najpoznatija srcolika krivulja je karotida čija je jednačba u polarnim koordinatama  $r(\theta) = a(1 - \sin(\theta))$ .

Karotida predstavlja trag koji ostavlja točka na kružnici polumjera  $a$  koja se rotira izvana po rubu druge kružnice istog polumjera.

Jednačba karotide u pravokutnom koordinatnom sustavu je  $(x^2 + y^2 + ax)^2 = a^2(x^2 + y^2)$ , dok je karotida parametarski zadana jednačbama

$$\begin{aligned} f(x) &= a \cos x(1 - \cos x) \\ g(x) &= a \sin x(1 - \cos x) \end{aligned}$$


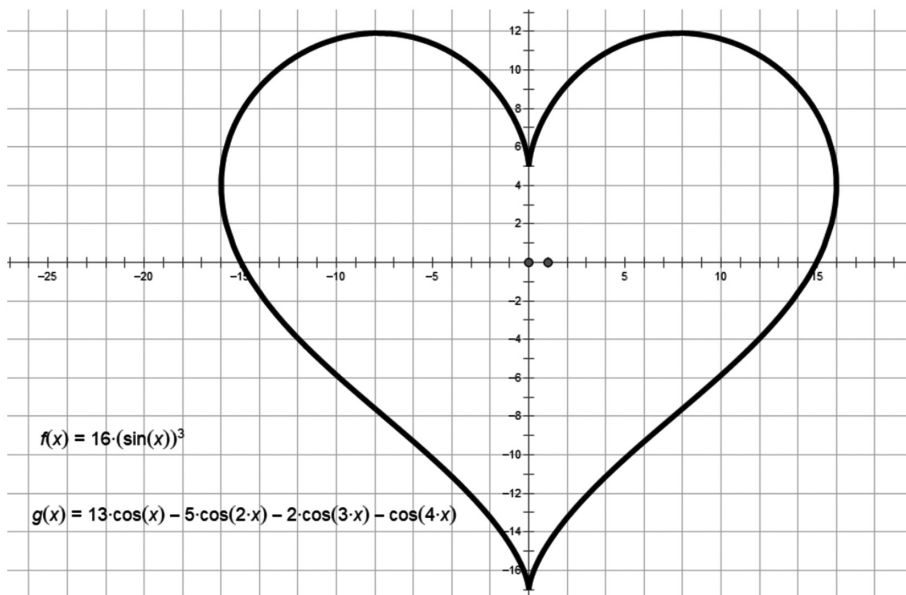
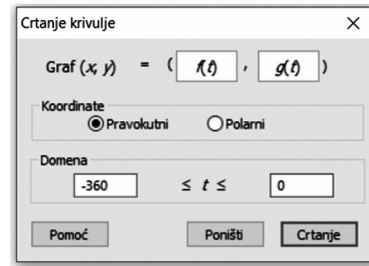
**Primjer 1.** Nacrtajmo srcoliku krivulju koja je zadana parametarskim jednadžbama

$$f(x) = 16 \sin^3(x)$$

$$g(x) = 13 \cos(x) - 5 \cos(2x) - 2 \cos(3x) - \cos(4x)$$

**Rješenje:**

1. U izborniku *Broj* odaberimo opciju *Nova funkcija* te zadajmo funkcije  $f(x)$  i  $g(x)$ .
2. U izborniku *Graf* odaberimo opciju *Nacrtajte parametarsku krivulju*.
3. U novootvorenom prozoru prvo kliknimo na  $f(x)$ , a zatim na  $g(x)$  te za domenu odaberimo interval  $[-360, 0]$ .
4. Kliknimo na *Crtanje*.



**Primjer 2.** Nacrtajmo srcoliku krivulju koja je zadana parametarskim jednadžbama

$$f(x) = 4.5 \sin(x) - \sin(3x) + 0.8 \sin(15.25x)$$

$$g(x) = 4 \cos(x) - 1.5 \cos(2x) - 0.6 \cos(3x) - 0.3 \cos(4x) + 0.8(15.25x)$$

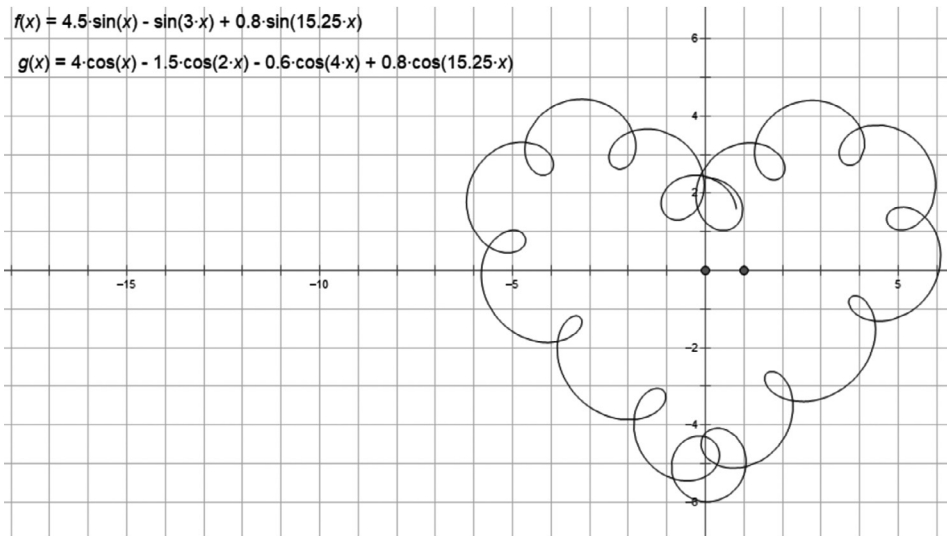
**Rješenje:**

Ponavljajući postupke kao u Primjeru 1. dobit ćemo:

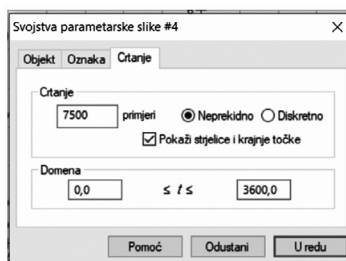


$$f(x) = 4.5 \sin(x) - \sin(3 \cdot x) + 0.8 \sin(15.25 \cdot x)$$

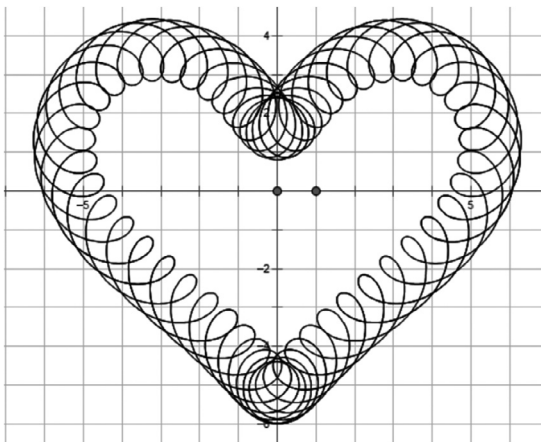
$$g(x) = 4 \cos(x) - 1.5 \cos(2 \cdot x) - 0.6 \cos(4 \cdot x) + 0.8 \cos(15.25 \cdot x)$$



Međutim, ako na krivulju kliknemo desnom tipkom miša i odaberemo opciju *Svojstva*



te povećamo broj primjera na 7500, a za domenu odaberemo interval  $[0, 3600]$ , dobit ćemo puno ljepšu srcoliku krivulju.



Srcoliku krivulju možemo dobiti i crtanjem nekoliko parametarskih krivulja na različitim intervalima.

**Primjer 3.** Nacrtajmo srcoliku krivulju koja je zadana parametarskim jednadžbama

$$g(x) = |x| - 4 \quad \{-4 \leq x \leq 4\}$$

$$h(x) = \sqrt{8 - (x + 2)^2} + 2 \quad \{-2 - \sqrt{8} \leq x \leq 0\}$$

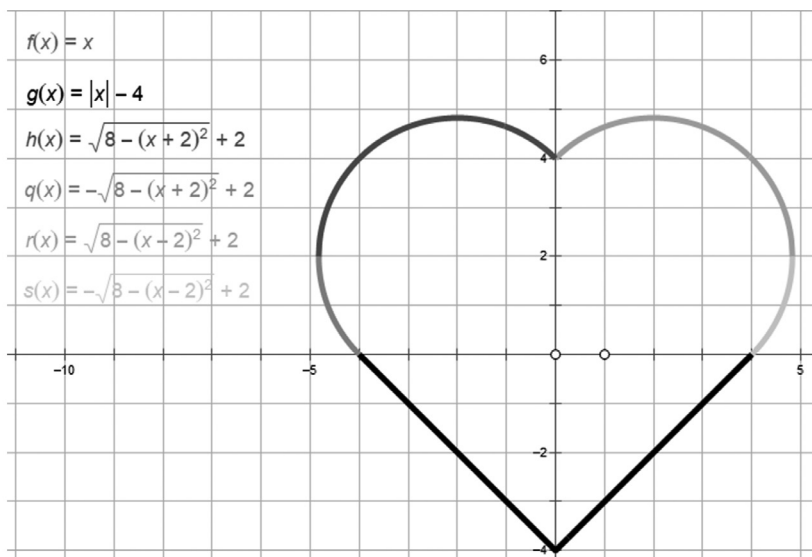
$$q(x) = -\sqrt{8 - (x + 2)^2} + 2 \quad \{-2 - \sqrt{8} \leq x \leq -4\}$$

$$r(x) = \sqrt{8 - (x - 2)^2} + 2 \quad \{0 \leq x \leq 2 + \sqrt{8}\}$$

$$s(x) = -\sqrt{8 - (x - 2)^2} + 2 \quad \{4 \leq x \leq 2 + \sqrt{8}\}$$

**Rješenje:**

1. U izborniku *Broj* odaberimo opciju *Nova funkcija* te zadajmo funkcije  $f(x) = x$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$ ,  $q(x)$ ,  $r(x)$  i  $s(x)$ .
2. U izborniku *Graf* odaberimo opciju *Nacrtajte parametarsku krivulju*.
3. U novootvorenom prozoru prvo kliknimo na  $f(x)$ , a zatim na  $g(x)$  te za domenu odaberimo interval  $[-4, 4]$ .
4. Kliknimo na *Crtanje*.
5. Postupak ponovimo za funkcije  $h(x)$ ,  $q(x)$ ,  $r(x)$  i  $s(x)$ .



**Zadatak:**

Nacrtajte srcoliku krivulju zadanu parametarskim jednadžbama:

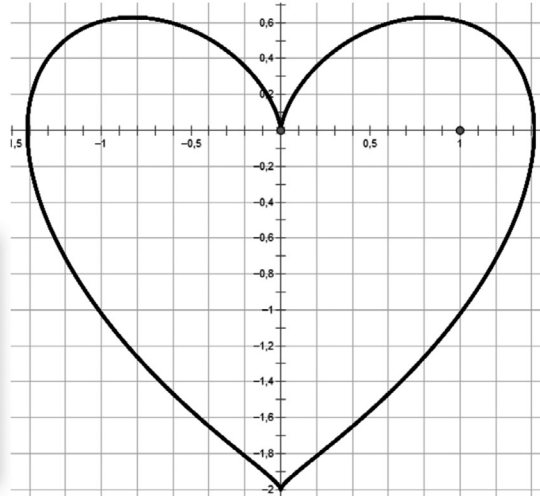
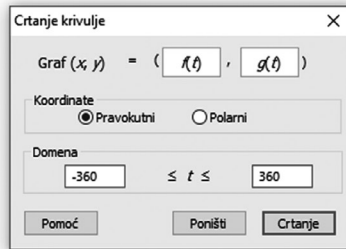
$$f(x) = -\sqrt{2} \sin^3(x)$$

$$g(x) = 2 \cos(x) - \cos^2(x) - \cos^3(x)$$

**Rješenje:**

$$f(x) = -\sqrt{2} \cdot \sin(x)^3$$

$$g(x) = 2 \cdot \cos(x) - \cos(x)^2 - \cos(x)^3$$



Pokušajte samostalno nacrtati srcolike krivulje zadane parametarskim jednadžbama:

1.  $f(x) = 3.5 \sin(x) - \sin(3x)$   
 $g(x) = 4 \cos(x) - 1.5 \cos(2x) - 0.6 \cos(3x) - 0.2 \cos(4x) + 0.7(29.25x)$

2.  $f(x) = 3.5 \sin(x) - \sin(3x) + 0.7 \sin(29.25x)$   
 $g(x) = 4 \cos(x) - 1.5 \cos(2x) - 0.6 \cos(3x) - 0.2 \cos(4x)$

3.  $f(x) = \sqrt{1 - (|x| - 1)^2}$   
 $g(x) = -2.5 \sqrt{1 - \frac{|x|}{2}}$

**Izvori:**

- Aleksandar Hatzivelkos: Krivulje srca, Poučak 61, HMD
- Drawing Hearts on a Graphing Calculator, <https://web.archive.org/web/20151101141752/http://hubpages.com/education/Equations-to-Draw-Hearts-on-a-Graphing-Calculator> (15. 4. 2023.)



Rješenja zadataka provjerite na stranici 287.